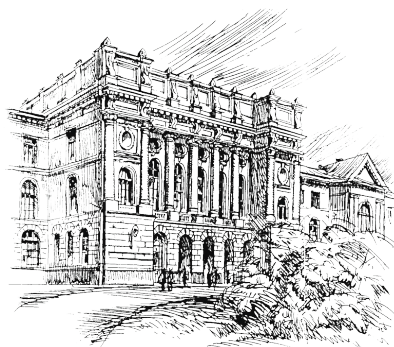


1(140)/2012



# Научно-технические ведомости СПбГПУ

ИНФОРМАТИКА.  
ТЕЛЕКОММУНИКАЦИИ.  
УПРАВЛЕНИЕ

Санкт-Петербург. Издательство Политехнического университета

Министерство образования и науки РФ

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

# НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЕ ВЕДОМОСТИ СПбГПУ

## РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ ЖУРНАЛА

*Алферов Ж.И.*, академик РАН; *Васильев Ю.С.*, академик РАН (председатель);  
*Костюк В.В.*, академик РАН; *Лопота В.А.*, чл.-кор. РАН;  
*Окрепилов В.В.*, академик РАН; *Рудской А.И.*, чл.-кор. РАН;  
*Патон Б.Е.*, академик НАН Украины и РАН; *Федоров М.П.*, академик РАН;  
*Фортов В.Е.*, академик РАН.

## РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ ЖУРНАЛА

*Васильев Ю.С.*, академик РАН (главный редактор); *Арсеньев Д.Г.*, д-р техн. наук, профессор;  
*Бабкин А.В.*, д-р экон. наук, профессор (зам. гл. редактора);  
*Боронин В.Н.*, д-р техн. наук, профессор; *Глухов В.В.*, д-р экон. наук, профессор;  
*Дегтярева Р.В.*, д-р ист. наук, профессор; *Иванов А.В.*, д-р техн. наук, профессор;  
*Иванов В.К.*, д-р физ.-мат. наук, профессор; *Козловский В.В.*, д-р физ.-мат. наук, профессор;  
*Рудской А.И.*, чл.-кор. РАН (зам. гл. редактора); *Юсупов Р.М.*, чл.-кор. РАН.

## СЕРИЯ “ИНФОРМАТИКА. ТЕЛЕКОММУНИКАЦИИ. УПРАВЛЕНИЕ”

### РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ СЕРИИ

*Юсупов Р.М.*, чл.-кор. РАН – председатель;  
*Абрамов С.М.*, чл.-кор. РАН;  
*Воеводин В.В.*, чл.-кор. РАН;  
*Заборовский В.С.*, д-р техн. наук, профессор;  
*Козлов В.Н.*, д-р техн. наук, профессор;  
*Фотиади А.Э.*, д-р физ.-мат. наук, профессор;  
*Черноруцкий И.Г.*, д-р техн. наук, профессор.

### РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ СЕРИИ

*Юсупов Р.М.*, чл.-кор. РАН – председатель;  
*Арсеньев Д.Г.*, д-р техн. наук, профессор – зам. председателя;  
*Бабкин А.В.*, д-р экон. наук, профессор – зам. председателя;  
*Пышкина Г.А.*, технический секретарь;  
*Антонов В.И.*, д-р техн. наук, профессор;  
*Голландцев Ю.А.*, д-р техн. наук, профессор;  
*Карнов Ю.Г.*, д-р техн. наук, профессор;  
*Коротков А.С.*, д-р техн. наук, профессор;  
*Макаров С.Б.*, д-р техн. наук, профессор;  
*Устинов С.М.*, д-р техн. наук, профессор;  
*Цикин И.А.*, д-р техн. наук, профессор;  
*Шкодырев В.П.*, д-р техн. наук, профессор;  
*Клавдиев В.Е.*, канд. техн. наук, доцент.

*Журнал выходит под научно-методическим руководством Российской академии наук с 1995 года.*

Журнал включен в Перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученой степени доктора и кандидата наук.

Журнал издается в пяти сериях:

*Наука и образование;*  
*Физико-математические науки;*  
*Экономические науки;*  
*Информатика, телекоммуникации, управление;*  
*Гуманитарные и общественные науки.*

Журнал зарегистрирован в Госкомпечати РФ. Свидетельство № 013165 от 23.12.94.

Подписной индекс **18390** в каталоге “Газеты. Журналы” Агентства “Роспечать”.

Журнал включен в базу данных “Российский индекс научного цитирования” (РИНЦ), размещенную на платформе Национальной электронной библиотеки на сайте <http://www.elibrary.ru>.

При перепечатке материалов ссылка на журнал обязательна.

Точка зрения редакции может не совпадать с мнением авторов статей.

Адрес редакции и издательства: Россия, 195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29.  
Тел. редакции серии (812) 552-62-16.

© Санкт-Петербургский государственный политехнический университет, 2012

# Содержание

## Телекоммуникационные системы и компьютерные сети

|                                                                                                               |   |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
| <b>Бельтов А.Г., Доскалов М.В., Кулешов И.А.</b> Анализ методов моделирования телекоммуникационных сетей..... | 7 |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|

## Инфокоммуникационные технологии

|                                                                                                             |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Кузнецов А.Н., Пышкин Е.В.</b> Функциональное представление музыки и подходы к структурному синтезу..... | 11 |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|

## Проблемы передачи и обработки информации

|                                                                                                                                  |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Григорьев Л.Ю., Кудрявцев Д.В.</b> Организационное проектирование на основе онтологий: методология и система ОРГ-Мастер ..... | 21 |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|

## Радиотехника, антенны, СВЧ-устройства

|                                                                                                                                     |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Морозов Е.В.</b> Оценка помехоустойчивости инвариантной системы связи с двухзначной амплитудной модуляцией.....                  | 29 |
| <b>Варгаузин В.А., Цикин И.А.</b> Сравнительная эффективность современных сигнально-кодовых конструкций в системах радиосвязи ..... | 33 |

## Системный анализ и управление

|                                                                                                                                                                            |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Солдатенков А.С., Потапенко А.Н., Глаголев С.Н.</b> Разработка и исследование математической модели управления автоматизированным индивидуальным тепловым пунктом ..... | 41 |
| <b>Демуринов В.Б.</b> Многокритериальная оптимизация управленческих решений в информационной системе гостиничного комплекса.....                                           | 48 |
| <b>Шерыхалина Н.М.</b> Метод фильтрации численных результатов с восстановлением значений коэффициентов.....                                                                | 51 |
| <b>Дондик Е.М., Пылькин А.Н., Скоробогатова Н.Е.</b> Математическое представление селекции распознаваемых знаков дактильной речи.....                                      | 55 |
| <b>Петриченко Г.С., Григорян Н.К., Медовщиков М.И.</b> Методика разработки экспертной системы руководителя для принятия управленческих решений.....                        | 60 |

## Математическое моделирование: методы, алгоритмы, технологии

|                                                                                                                                                                                       |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Костин Е.В., Писарев А.И.</b> Нейросетевая модель процесса плавки медного никельсодержащего сырья в печах Ванюкова .....                                                           | 67 |
| <b>Васильева Т.П., Мызникова Б.И., Русаков С.В.</b> Математическое моделирование процесса градоформирования: вероятностный подход .....                                               | 73 |
| <b>Таратухин В.В., Овсянников М.В., Стогний И.А.</b> Применение эвристических правил в задаче распределения разнородных ресурсов предприятия .....                                    | 79 |
| <b>Потапенко А.Н., Канунникова Е.А., Потапенко Т.А.</b> Особенности метода инверсии для численного решения внешних краевых задач, связанных с электрическими полями в атмосфере ..... | 84 |

|                                                                                                                                                                                                       |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Антонов В.И., Загайнов А.И., Ву ван Куанг</b> <i>Динамический фрактальный анализ variability сердечного ритма</i> .....                                                                            | 88 |
| <b>Коршиков С.Е.</b> <i>Моделирование полей упругих деформаций в процессе индукционного нагрева вращающихся заготовок</i> .....                                                                       | 94 |
| <b>Яковис Л.М., Герок С.А.</b> <i>Системный подход к проектированию автоматизированных технологических комплексов (на примере управляемых процессов приготовления многокомпонентных смесей)</i> ..... | 98 |

#### **Электроника, технологии производства материалов электронной техники**

|                                                                                                                                                                                                                     |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Тюрин С.Ф., Греков А.В., Набатов А.В.</b> <i>Микропрограммно-аппаратное восстановление логики программируемых логических интегральных схем с использованием функционально-полных толерантных элементов</i> ..... | 107 |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|

#### **Управление в социальных и экономических системах**

|                                                                                                                                   |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Зубков А.Ф., Деркаченко В.Н., Бармин М.А.</b> <i>Кластерный и дискриминантный анализ региональных рынков страхования</i> ..... | 113 |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|

|                                  |     |
|----------------------------------|-----|
| <i>Сведения об авторах</i> ..... | 119 |
| <i>Аннотации</i> .....           | 122 |



# Contents

## Telecommunication systems and computer networks

|                                                                                                                       |   |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
| <b>Beltov A.G., Doskalov M.V., Kuleshov I.A.</b> <i>Methods of investigating the telecommunication networks</i> ..... | 7 |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|

## Infocommunication technologies

|                                                                                                                           |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Kuznetsov A.N., Pyshkin E.V.</b> <i>Function-based music representation and approaching structural synthesis</i> ..... | 11 |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|

## Information transfer and processing

|                                                                                                                             |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Grigoriev L.Yu., Kudryavtsev D.V.</b> <i>Ontology-based organizational design: ORG-Master methodology and tool</i> ..... | 21 |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|

## Radio engineering, aeriels, SHF-devices

|                                                                                                                                        |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Morozov E.V.</b> <i>The estimation of the noise stability of the invariant communication system with two-value modulation</i> ..... | 29 |
| <b>Vargauzin V.A., Tsikin I.A.</b> <i>Comparative efficiency of modern coded modulation technique for radio communications</i> .....   | 33 |

## System analysis and control

|                                                                                                                                                                           |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Soldatenkov A.S., Potapenko A.N., Glagolev S.N.</b> <i>Research and investigation of mathematical management model by the automated individual thermal point</i> ..... | 41 |
| <b>Demurin V.B.</b> <i>Multicriteria optimization for decision making in a hotel management information system</i> .....                                                  | 48 |
| <b>Sherikhalina N.M.</b> <i>The method of numerical results filtration with restoration of coefficients values</i> .....                                                  | 51 |
| <b>Dondik E.M., Pylkin A.N., Skorobogatova N.E.</b> <i>Mathematical representation of the dactyl language recognizable signs selection</i> .....                          | 55 |
| <b>Petrichenko G.S., Grigoryan N.K., Medovshikov M.I.</b> <i>Expert system development method for the managing decision making</i> .....                                  | 60 |

## Mathematical modelling: methods, algorithms, technologies

|                                                                                                                                                                                                                 |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Kostin E.V., Pisarev A.I.</b> <i>Neural network model of the smelting process of copper-containing raw materials nickels in furnaces Vanyukov</i> .....                                                      | 67 |
| <b>Vasilyeva T.P., Myznikova B.I., Rusakov S.V.</b> <i>Urban development modelling: probabilistic approach</i> .....                                                                                            | 73 |
| <b>Taratoukhin V.V., Ovsyannikov M.V., Stogniy I.A.</b> <i>Application of combined heuristic rules in the problem of heterogeneous resources allocation</i> .....                                               | 79 |
| <b>Potapenko A.N., Kanunnikova E.A., Potapenko T.A.</b> <i>Features of the inversion method for the numerical decision of the external regional problems connected with electric fields in atmosphere</i> ..... | 84 |
| <b>Antonov V.I., Zagaynov A.I., Vu van Quang</b> <i>The dynamic fractal analysis of heart rate variability</i> .....                                                                                            | 88 |
| <b>Korshikov S.E.</b> <i>Modelling of elastic strain fields in induction heating process of rotating billets</i> .....                                                                                          | 94 |

|                                                                                                                                                                                                              |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Yakovis L.M., Gerok S.A.</b> <i>A systems approach to the designing of computerized technological complexes (as an example of controlled processes for the preparation of multicomponent mixes)</i> ..... | 98 |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|

#### **Electronics, electronic equipment material production technologies**

|                                                                                                                                                                                             |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Tyurin S.F., Grekov A.V., Nabatov A.V.</b> <i>Microhardware-software restoration of logic of programmed logic integrated schemes with use is functional-full tolerant elements</i> ..... | 107 |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|

#### **Management in social and economic systems**

|                                                                                                                                    |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Zubkov, A.F., Derkachenko V.N., Barmin M.A.</b> <i>Cluster and discriminant analysis of the regional insurance market</i> ..... | 113 |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|

|                                |     |
|--------------------------------|-----|
| <i>About the authors</i> ..... | 119 |
|--------------------------------|-----|

|                        |     |
|------------------------|-----|
| <i>Abstracts</i> ..... | 122 |
|------------------------|-----|



# Телекоммуникационные системы и компьютерные сети

УДК 621.39

*А.Г. Бельтов, М.В. Доскалов, И.А. Кулешов*

## **АНАЛИЗ МЕТОДОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫХ СЕТЕЙ**

Для решения задач моделирования телекоммуникационных сетей в настоящее время используется большое количество различных методов. Все они могут быть разделены на два класса [1–5].

Первый класс объединяет методы физического моделирования, в которых вместо реальной системы используется ее упрощенный физический аналог. Ввиду существенной ограниченности данных методов, они применяются редко.

Второй класс включает методы математического моделирования, использующие соответствующий аналитический аппарат для описания процессов передачи информации в сети. В зависимости от применяемого аппарата различают математические методы, основанные на статистическом (имитационном) моделировании, и теоретико-аналитические методы.

Статистическое и физическое моделирование позволяет получить достаточно точные результаты, однако вследствие большой трудоемкости, значительных временных затрат и невысокой степени гибкости имеет ограниченную область применения.

Разработка аналитических методов анализа, лишенных перечисленных недостатков, оказывается практически невозможной из-за сложности моделируемой системы. Поэтому для получения конструктивных результатов используются различные гипотезы, идеализирующие реальные процессы функционирования системы.

Например, в [6] сравнение сетей с различными способами коммутации выполняется по среднему времени передачи сообщения в информационном направлении и эффективности использования пропускной способности каналов. При этом полностью исключаются факторы, учитывающие внешнюю нагрузку, совместное использование сетевых ресурсов и связанные с этим очереди, а также взаимодействие информационных потоков в сети как распределенной структуре.

Более адекватными исследуемой системе являются методы, основанные на применении аппарата теории массового обслуживания. Разработана достаточно полная теория двухполусных многофазовых сетей [7, 8], позволяющая выполнять их сравнительный анализ как по вероятностно-временным показателям, так и по производительности, с учетом приоритетов, дисциплин обслуживания и надежности элементов сети.

Большинство реальных сетей – многополусные, при их исследовании необходимо решать задачу оптимального распределения потоков. В ряде случаев удается выполнить декомпозицию многополусной сети на совокупность независимых двухполусных. Такая декомпозиция без потери существенных свойств возможна только для некоторых специальных сетей, например радиальных [8].

Строгое аналитическое решение задачи оптимального распределения потоков можно получить для двухполусной многоканальной сети [8, 9]. Однако для сетей с более сложной структурой, к числу которых относится большинство реальных сетей, получить аналитические выражения не представляется возможным из-за необходимости решения системы нелинейных уравнений большой размерности. Эта система является результатом выполнения необходимых условий оптимальности решения общей задачи нелинейной оптимизации с ограничениями [9–11, 29]. Для такого типа задач разработаны специальные алгоритмические методы, позволяющие за конечное число итераций получить численные решения с заданной степенью точности. При этом на основе аналитических моделей устанавливается вид целевой функции и зависимости между параметрами, а затем с помощью аппарата нелинейного программирования решается задача оптимизации целевой функции с учетом известных ограничений по допустимости и реализуемости.

Для получения оценок потенциальной эффективности сетей можно использовать градиентные методы, в которых итеративно определяется подходящее направление изменения вектора аргументов целевой функции и устанавливается величина этих изменений. Чаще всего в качестве подходящего выбирается направление, противоположное градиенту целевой функции. При этом величина изменений оптимизируемых параметров-аргументов не должна приводить к выходу за пределы допустимой области. Конкретные методы численной оптимизации отличаются способами получения допустимых направлений и правилами модификации параметров.

Применительно к рассматриваемой задаче оптимизации плана распределения потоков допустимые направления задаются возможными маршрутами передачи сообщений в сети. Из множества этих маршрутов выбирается лучший, на который отклоняется часть потока с перегруженных маршрутов. При этом оптимальность маршрута понимается в смысле минимальности его веса в метрике первопроизводных целевой функции. Такой подход обусловлен необходимостью выбора маршрутов, которые предпочтительнее остальных в смысле возможности передачи по ним дополнительного потока. Кроме того, имеется широкий спектр алгоритмов с приемлемой вычислительной сложностью для определения оптимальных маршрутов на взвешенных графах [12–24, 28, 29].

Величина отклоняемой части потока может быть либо фиксированной, либо такой, чтобы получить наибольшее улучшение показателя эффективности. В последнем случае надо дополнительно решать одномерную оптимизационную задачу.

В одном из первых алгоритмов построения оптимального плана распределения потоков, предложенном Л. Клейнроком [9, 25, 26, 30], с целью упрощения вычислений предусматривается отклонение потока на найденные оптимальные маршруты в одинаковых пропорциях, что существенно замедляет процесс получения приемлемого решения. В последующих модификациях метода используются более тонкие подходы к выбору направлений и шага модификации потоков [11, 26, 31]. Однако сущность известных методов при этом остается неизменной; она заключается в итеративном расщеплении (девиации) внешних потоков по альтернативным маршрутам до тех пор, пока удастся улучшить значение целевой функции. Дополнения, направленные на изменение вида целевой функции и учет возможных ограничений на выбор маршрутов [9, 27, 32–35],

не носят принципиального характера, хотя имеют существенную практическую значимость.

Несмотря на доказанную сходимость большинства известных методов решения задачи оптимального распределения потоков в сети, им присущ ряд недостатков.

Во-первых, необходимо получать допустимое начальное распределение потоков. При большой внешней нагрузке попытка использовать один маршрут в каждом направлении приводит к нарушению ограничений на величину потока в канале. Поэтому предлагается [26, 36] вначале искусственно пропорционально снизить внешнюю нагрузку в каждом информационном направлении до значений, удовлетворяющих ограничениям, а затем, после распределения этой части нагрузки, выполнить оптимизацию и произвести попытку распределить оставшуюся часть потока.

Во-вторых, на каждой итерации, как отмечалось, необходимо решать дополнительную оптимизационную задачу по определению доли отклоняемого потока со старого маршрута на новый. Это влечет дополнительное повышение вычислительной сложности алгоритма.

В-третьих, невысокая скорость сходимости градиентных методов, особенно вблизи оптимального решения, приводит к необходимости выполнения большого, неизвестного априорно числа итераций, что увеличивает время анализа сети. Для повышения быстродействия алгоритмов оптимизации можно применять более сложные методы, например, Флетчера–Ривза, Ньютона и т. п. [27, 37], в которых используется нелинейная аппроксимация целевой функции. Однако возрастающие объемы памяти, необходимые для хранения промежуточных результатов, и большая вычислительная сложность процедур обращения матриц затрудняют практическую применимость этих методов.

Громоздкость и неэффективность известных методов моделирования обусловила развитие эвристических подходов к решению задачи распределения потоков, позволяющих получить подоптимальные решения [9, 28]. Простота эвристических методов достигается за счет отказа от использования альтернативных маршрутов для передачи потока информационного направления. Поэтому при большой внешней нагрузке имеет место значительное снижение точности решения. Следует отметить, что существует определенный класс сетей – так называемые *сбалансированные сети* [26], для которых фиксированная процедура выбора маршрутов оказывается эффективной. Однако реальные сети, как правило, не удовлет-



воряют требованию однородности нагрузки в информационных направлениях и другим необходимым условиям сбалансированности сети.

Как было показано ранее, для моделирования потенциальной эффективности сетей с различными способами коммутации необходимо отыскивать план распределения потоков, оптимизирующий значение целевой функции. Известные методы построения такого плана не в полной мере подходят для практического решения задач исследования телекоммуникационных сетей. Это связано, с одной стороны, со значительной вычислительной сложностью получения точных численных решений, а, с другой, – с невозможностью учета ряда существенных факторов, оказывающих влияние на эффективность функционирования сети. К числу таких факторов относится качество каналов связи, время коммутации, требования, предъявляемые к процессу передачи данных, тип оптимизации (общесетевая или пользовательская), тип маршрутизации (статическая, динамическая или квазистатическая) и др.

Пространство возможных вариантов объекта исследования можно представить в виде произведения множеств физических структур, вариантов внешней нагрузки, требований и других особенностей функционирования системы. Очевидно, размерность такого пространства будет очень большой, и число альтернативных вариантов анализируемых систем может достигать нескольких тысяч. Для проведения исследования сетей связи с различными способами коммутации необходимо разработать метод, позволяющий за приемлемое время выполнять анализ достаточно большого количества различных вариантов сетей при разнообразных условиях функционирования и их оптимальный синтез.

Таким образом, можно сформулировать ряд требований, которым должны удовлетворять методы моделирования телекоммуникационных сетей:

позволять выполнять сравнительный анализ сетей с коммутацией сообщений, пакетов и каналов на основе вычисления зависимости производительности сети от интенсивности внешней нагрузки, физической структуры, требований к вероятности своевременной доставки, времени коммутации, пропускной способности каналов и их качества, а также от алгоритма маршрутизации, принятого в сети;

формировать оптимальный план распределения информационных потоков, обеспечивающий достижение потенциальной эффективности сети в заданных условиях функционирования;

определять допустимую интенсивность

внешней нагрузки, оценивать качество принятых решений по структуре сети и вырабатывать рекомендации, направленные на ее оптимизацию;

обеспечивать оптимизацию физической структуры сети за счет распределения ресурса пропускной способности без изменения топологии на основе количественной оценки производительности сети и анализа эффективности использования ресурса;

обеспечивать количественную оценку качества принятых структурных решений;

реализовывать вычислительный процесс на основе возможностей современных ПЭВМ. При этом размерность сети должна составлять десятки – сотни узловых элементов, а время ее анализа – до нескольких часов.

Проведенный анализ методов моделирования телекоммуникационных сетей показал, что большинство из них имеет градиентный характер и, как следствие, невысокую скорость сходимости. Это обстоятельство не позволяет практически использовать данные методы для анализа и синтеза сетей.

Предлагается для моделирования телекоммуникационных сетей использовать метод параллельного насыщения сети, позволяющий производить оценку оптимального распределения потоков по альтернативным маршрутам информационного направления. Такое решение поможет сформулировать общий алгоритм вычисления производительности телекоммуникационной сети и провести ранжировку и корректировку маршрутов по критериям оптимальности, тем самым минимизируя время на проведение необходимой модификации плана распределения пакетов в сети.

Данный метод может быть положен в основу моделирования телекоммуникационных сетей с дейтаграммным и виртуальным режимом коммутации, а также с коммутацией каналов. Метод позволяет учесть прямое влияние параметров надежности и живучести на производительность сети.

Предложенный метод параллельного насыщения сети для моделирования телекоммуникационных сетей может использоваться для создания автоматизированной системы экспресс-анализа и синтеза современных и перспективных телекоммуникационных сетей.

Применение метода параллельного насыщения сети позволит создать эффективный инструмент для количественного обоснования принимаемых решений как на этапе проектирования, так и в ходе управления телекоммуникационной сетью,



в частности, при планировании. В наибольшей степени преимущества данного метода по сравнению с известными аналогами будут проявлять-

ся при исследовании сетей большой размерности и при широком диапазоне изменений условий функционирования.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Морозов, В.К.** Основы теории информационных сетей [Текст] / В.К. Морозов, А.В. Долганов. –М.: Высш. шк. –1997. –271 с.
2. **Шелухин, О.И.** Моделирование информационных систем [Текст] / О.И. Шелухин, А.М. Тенякшев, А.В. Осин. –М.: Сайн-Пресс, 2005. –368 с.
3. **Сирота, А.А.** Компьютерное моделирование и оценка эффективности сложных систем [Текст] / А.А. Сирота. –М.: Техносфера, 2006. –280 с.
4. **Алгазинов, Е.К.** Анализ и компьютерное моделирование информационных процессов и систем [Текст] / Е.К. Алгазинов, А.А. Сирота. –М.: Диалог МИФИ, 2009. –414 с.
5. **Афонин, В.В.** Моделирование систем [Текст] / В.В. Афонин, С.А. Федосин. –М.: БИНОМ, 2010. –23 с.
6. **Захаров, А.И.** Основы передачи данных [Текст] / А.И. Захаров. –Л.: ВАС, 1995. –128 с.
7. **Богуславский, Л.Б.** Управление потоками данных в сетях [Текст] / Л.Б. Богуславский. –М.: Энергоиздат, 1994.
8. **Арипов, М.Н.** Проектирование и техническая эксплуатация сетей передачи дискретных сообщений [Текст] / М.Н. Арипов, Г.П. Захаров. –М.: Радио и связь, 1999.
9. **Лохмотко, В.В.** Анализ и оптимизация цифровых сетей интегрального обслуживания [Текст] / В.В. Лохмотко, К.И. Пирогов. –Минск.: Наука и техника, 1999.
10. **Базара, М.** Нелинейное программирование. Теория и алгоритмы [Текст] / М. Базара, К. Шетти. –М.: Мир, 1992.
11. **Берсекас, Д.** Сети передачи данных [Текст] / Д. Берсекас, Р. Галлагер. –М.: Мир, 1998.
12. **Fratta, L.** The flow deviation method. An approach to store and forward communication Network design [Text] / L. Fratta, M. Gerla, L. Kleinrok // Networks. –2003. –№ 3. –Р. 97–133.
13. **Kleinrock, L.** Communication nets: Stochastic message flow and delay [Text] / L. Kleinrock. –NY.: McGraw-Hill, 1964.
14. **Давыдов, Г.Б.** Сети электросвязи [Текст] / Г.Б. Давыдов [и др.]. –М.: Связь, 1987.
15. **Кристофидес, Н.** Теория графов [Текст] / Н. Кристофидес. –М.: Мир, 1978.
16. **Лазарев, В.Г.** Динамическое управление потоками информации в сетях связи [Текст] / В.Г. Лазарев, Ю.В. Лазарев. –М.: Радио и связь, 1993.
17. **Суздаев, А.В.** Сети передачи информации АСУ [Текст] / А.В. Суздаев. –М.: Радио и связь, 1993.
18. **Филлипс, Д.** Методы анализа сетей [Текст] / Д. Филлипс, А. Гарсиа-Диас. –М.: Мир, 1984.
19. **Форд, Л.** Потоки в сетях [Текст] / Л. Форд, Д. Фалкерсон. –М.: Мир, 1966.
20. **Фрэнк, Г.** Сети, связь и потоки [Текст] / Г. Фрэнк, И. Фриш. –М.: Связь, 1978.
21. **Ху, Т.** Целочисленное программирование и потоки в сетях [Текст] / Т. Ху. –М.: Мир, 1974.
22. **Cantor, D.G.** The Optimal Routing of Messages in a Computer Network via Mathematical Programming [Text] / D.G. Cantor, M. Gerla // IEEE Computer Conf. Proc. –SanFrancisco, California, Sept. 1992.
23. **Floyd, R.** Algorithm 97 [Text] / R. Floyd // Shortest Path. Communications of the ACM. –1962. –№ 5. –345 p.
24. **Frank, H.** Communication, transmission and Transportation Networks [Text] / H. Frank, I.T. Frich. –Addison-Wesley, Reading, Mass, 1971.
25. **Дэвис, Д.** Вычислительные сети и сетевые протоколы [Текст] / Д. Дэвис, Д. Барбер, У. Прайс [и др.]. –М.: Мир, 1992.
26. **Клейнрок, Л.** Вычислительные системы с очередями [Текст] / Л. Клейнрок. –М.: Мир, 1979.
27. **Мину, М.** Математическое программирование [Текст] / М. Мину. –М.: Наука, 1990.
28. Протоколы и методы управления в сетях передачи данных [Текст] / Под ред. Ф.Ф. Куо; Пер. с англ. –М.: Радио и связь, 1985.
29. Системный анализ и принятие решений: Словарь-справочник [Текст] / Под. ред. В.Н. Волковой, В.Н. Козлова. –М.: Высш. шк., 2004. –616 с.
30. **Мухин, В.И.** Исследование систем управления [Текст] / В.И. Мухин. –М.: Экзамен, 2006. –479 с.
31. **Шеннон, Р.** Имитационное моделирование систем. Искусство и наука [Текст] / Р. Шеннон. –М.: Мир, 1978. –418 с.
32. **Советов, Б.Я.** Моделирование систем [Текст] / Б.Я. Советов, С.А. Яковлев. –М.: Высш. шк., 2001. –275 с.
33. **Баддин, К.В.** Информационные системы в экономике [Текст] / К.В. Баддин, В.Б. Уткин. –М.: Дашков и К°, 2006. –395 с.
34. **Бусленко, Н.П.** Моделирование сложных систем [Текст] / Н.П. Бусленко. –М.: Наука, 1978. –400 с.
35. **Парийская, Е.Ю.** Сравнительный анализ математических моделей и подходов к моделированию и анализу непрерывно-дискретных систем [Электронный ресурс] / Е.Ю. Парийская // Дифференциальные уравнения и процессы управления. –1997. –№ 1. –Режим доступа: <http://www.neva.ru/jornal>
36. **Harel, D.** Statecharts: a Visual Formalism for Complex Systems [Text] / D. Harel. –Sci. Comput.Prog. –1997. –№ 8. –Р. 231–274.
37. **Maler, O.** From Timed to Hybrid systems. Real-Time: Theory in Practice [Text] / O. Maler, Z. Manna, A. Pnueli // Lecture Notes in Comp.Sc 600. –Springer-Verlag, 2002. –Р. 447–484.

УДК 004.5:004.8:004.432.42

А.Н. Кузнецов, Е.В. Пышкин

## ФУНКЦИОНАЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ МУЗЫКИ И ПОДХОДЫ К СТРУКТУРНОМУ СИНТЕЗУ

Проблема создания искусственного интеллекта (ИИ) увлекает ученых из различных областей примерно с середины прошлого века. Основная сложность создания ИИ заключается в том, что до сих пор не понятно, что именно нужно воспроизводить. В 1985 г. русский филолог Д.С. Лихачев писал, размышляя о будущем: «...даже вычисления будут делаться компьютерами, так же, как чертежи, расчеты, отчеты, планирование и т. д. Человек будет вносить новые идеи, *думать над тем, над чем не сможет думать машина*», подчеркивая то, что, в отличие от компьютера, человек наделен творческим потенциалом [1].

В области естественных языков способность к творчеству – это способность сочинять литературные произведения, в области музыки – сочинять мелодии и т. п. В данном смысле компьютер не способен творить. При этом некоторые исследователи указывают, что компьютер способен, например, «сочинить» последовательность случайных чисел, распределенных по равномерному закону, нормальному закону и т. д. [2], а человек неспособен воспроизводить длинные последовательности такого рода. Однако этот факт не рассматривается ни как слабость человеческой фантазии, ни как действительный творческий потенциал вычислительной машины. Еще в 1787 г. Моцарт продемонстрировал возможность использования последовательности случайных чисел как элемента творчества, создав таблицы музыкальных фрагментов<sup>1</sup>. Бросая игральные кости, из таблицы

можно выбрать фрагменты, которые, затем, записываются друг за другом, и получаются музыкальные сочинения. Используя 176 предоставленных композитором фрагментов, практически каждый может «сочинить» до  $10^{29}$  композиций, скажем, вальсов или менуэтов [3, 4].

Поэтому, на наш взгляд, основная проблема создания ИИ заключается в наделении его не способностью творить, а способностью воспринимать созданные человеком объекты творчества, моделировать творческий процесс человека, который во многом протекает неосознанно. При этом музыка как объект изучения возможностей приложения ИИ представляет особый интерес, т. к. основным элементом музыки – мелодия – является хорошим примером наименее осознаваемого компонента композиторского творчества и представляет сложный и интересный материал для исследования неосознаваемых принципов интеллектуальной деятельности человека [5].

### Формальные модели, используемые в алгоритмах обработки музыки, заданной в символьном виде

**Восприятие музыкального произведения и жизненный опыт.** В области музыки восприятие музыкального произведения напрямую зависит от накопленного жизненного опыта, который, в свою очередь, формируется, в т. ч. и в процессе восприятия музыкального произведения [6, 7]. В различных алгоритмах манипуляции музыкальными произведениями (для извлечения мелодии или главной музыкальной темы, для сравнения музыкальных фрагментов, для определения авторства или исполнителя), жизненный опыт неявно заложен в самих алгоритмах. Например, алгоритм выделения мелодии Skyline (All-Mono) основан на эмпирическом принципе «мелодия

<sup>1</sup> Справедливости ради следует заметить, что Моцарт был не первым и не единственным композитором, создавшим подобные музыкальные игры. Энциклопедии приводят также имена Кирибегера (1757) и Гайдна (1790).

в верхнем голосе», алгоритм Melody lines – на эмпирическом принципе «группировки близких по высоте нот», и т. д. При огромном многообразии подходов большинство известных методов нацелено на извлечение определенной характеристики музыки, например, мелодии, ритма, темы.

Анализ опубликованных алгоритмов позволяет говорить о наличии в любом таком алгоритме некоторого промежуточного слоя – математической модели музыкального произведения, используемой при обработке [8, 9]. Почти все широко известные алгоритмы обработки музыки в символьном виде (далее мы будем рассматривать только музыку в символьном виде: ноты, MIDI и т. п.) используют одну из трех основных моделей внутреннего представления музыкального произведения: представление в форме графа, геометрическое представление и представление в форме набора событий [10].

**Использование графов и геометрических моделей.** Поскольку обработка информации осуществляется с помощью формальных процедур, использование формальной математической модели более высокого уровня, чем упорядоченное множество музыкальных событий, часто упрощает задачу анализа. Представление произведения с помощью графов или геометрических фигур более выгодно с точки зрения удобства дальнейшей обработки музыкальной информации, например, для дальнейшего сравнения одного музыкального произведения с другим, выделения общей музыкальной темы или цитаты, обнаружения общих (или различных) особенностей исполнения и т. п.

Представление в форме множества геометрических фигур в пространстве (эта идея, видимо, позаимствована из механического пианино) обычно имеет дело с двумерным евклидовым пространством, хотя существуют алгоритмы, работающие и с многомерными пространствами. Некоторые алгоритмы можно легко интерпретировать в контексте многомерного евклидового или неевклидового пространства, даже если изначально алгоритм определен в совершенно других терминах. В качестве примера приведем алгоритм сравнения двух музыкальных фрагментов EMD (earth mover's distance) [11]. Напомним, что алгоритм EMD основан на представлении мелодии в двумерном пространстве (одна из степеней свободы – высота тона, другая – время). Расстояние между двумя музыкальными фрагментами вычисляется с помощью функционала, опреде-

ленного в этом пространстве. Данный алгоритм можно рассматривать как геометрический алгоритм в трехмерном неевклидовом пространстве  $(x, y, w)$ , а его модификацию EMD3D [12, 13] – как геометрический алгоритм в четырехмерном неевклидовом пространстве  $(x, y, a, w)$ . Неевклидовость пространства определяется тем, что перемещение вдоль оси  $w$  не влияет на функцию расстояния  $D = \sqrt{x^2 + y^2}$  (для алгоритма EMD) или  $D = \sqrt{x^2 + a^2 + y^2}$  для EMD3D.

При этом изменения касаются только интерпретации математической модели, сама оптимизируемая функция и ограничения на переменные сохраняются без изменений.

#### **Недостатки представления музыки с использованием графов, геометрических фигур и множеств событий**

Перечисленные выше модели представления музыки широко распространены, однако они обладают рядом существенных недостатков.

**Сложность обобщения.** С помощью обсуждаемых моделей невозможно описать структуру музыкального фрагмента и произведения в целом, поскольку множества событий, вершин, дуг или фигур однородны, т. е. элементы множества имеют одинаковую значимость для алгоритма обработки. Невозможно сказать, что один подграф похож на другой подграф этого же графа, представляющий музыку в другой тональности, ведь модель не хранит такой информации, хотя эта информация в ряде случаев может быть вычислена. С другой стороны, человек склонен обобщать полученную информацию: искать похожие фрагменты, повторения мелодии и т. п. [7], хотя бы по той причине, что в таком виде надо запоминать меньше информации, а, значит, запоминать и анализировать произведение становится проще.

**Сложность описания.** Другой важный аспект, слабо учитываемый перечисленными выше методами, заключается в том, что человек использует принципиально другие понятия при описании музыкального произведения, чем способны представить графы, множества событий или геометрических фигур. Так, вряд ли мы встретим музыковеда или преподавателя музыки, использующего термин «одновременно звучащие ноты до-ми-соль» вместо «аккорд до-мажор». Например, В.П. Бобровский описывает сонату до-диез минор для фортепиано, соч. 27 № 2 Бетховена, известную под названием «Лунная» [14], следующим обра-





зом: «Начальное ядро – речитатив верхнего голоса – первые пять тактов собственно темы – движение от квинты *cis-moll* к приме *E-dur*. Вопрошающий характер квинты воплощен в *Adagio* с полной очевидностью. Оборот *T-D*, *D-T* создает в пределах двутакта законченное логическое целое – фразу вопросо-ответного гармонического движения, не дающего, однако, разрешения благодаря квинтовому *ostinato* верхнего голоса» (!) [15]. Подобное описание принципиально отличается от представления, получаемого с помощью графов или геометрических фигур, которые сводят все к последовательностям нот и множествам.

Все эти и многие другие замечания справедливы не только для классического, но и для любого другого музыкального произведения. Ряд проблем (например, проблему группировки нот «до-ми-соль» в аккорд «до-мажор») можно решить путем использования гиперграфов или многомерных геометрических фигур. Однако наращивание глубины гиперграфов или размерности геометрического пространства для покрытия очередного частного случая выглядит нецелесообразным, поскольку многомерные пространства сложно визуализировать, а, значит, сложно исследовать и анализировать вручную. Повышение размерности пространства признаков неотвратимо толкает все научное направление в область статистического обучения (*machine learning*). Методы статистического обучения, возможно, окажутся эффективными в том плане, что будут найдены алгоритмы, решающие конкретные поставленные задачи, однако наиболее интересные вопросы: что такое мелодия (с формальной математической точки зрения) и как научить машину слушать и понимать музыку – останутся неизученными.

### Использование функций для формализации описания музыки

**Постановка задачи.** Вместо наращивания пространства признаков в традиционных моделях мы предлагаем использовать функции для описания музыки. Этот подход не является новым [16–18], но, на наш взгляд, является обоснованно недооцененным. В данной работе мы не привязываемся к конкретному языку программирования и не пытаемся решить какую-либо конкретную задачу в области компьютерной музыки. Вместо этого, на примере сочинения, известного, вероятно, большинству образованных людей, мы предлагаем краткое описание формальной мате-

матической системы, способной описывать музыку как процесс во времени, терминами, близкими к тем, которые используются музыковедами при анализе музыкальных произведений.

**Суть подхода.** Основная идея функционального представления музыкального произведения заключается в том, что музыка может быть представлена одной функцией от времени. Время может быть непрерывным или дискретным, в физическом его смысле или в смысле шага моделирования, значением функции могут быть звучащие в данный момент ноты или любая другая многомерная или одномерная величина. Главное, чтобы набор входных и выходных значений мог быть интерпретирован как музыка, т. е. преобразован в последовательность нот, MIDI-событий, *LilyPond*, *piano-roll* и пр. (напомним, что речь идет о символьном представлении). Поскольку символическое представление музыки неявно предполагает дискретное время, такое представление возможно всегда. Например, музыкальной функцией может быть таблично-заданная дискретная функция от времени, возвращающая вектор, каждый элемент которого соответствует ноте, звучащей в заданный момент времени.

**Структурирование музыки в функциональном базисе.** Табличное задание дискретной функции можно сравнить с описанием музыки с помощью множеств событий. Это описание является неструктурированным [19]. Для улучшения структурированности описания введем простейший функциональный базис, состоящий из трех функций  $p(\text{itch})$  для высоты звука,  $(\text{time-})m(\text{ask})$  для временного интервала, или временной маски,  $v(\text{oice})$  для голоса (учитывает полифонию), при этом  $p(n) \in N$ , где  $n \in \{0..n_{\max}\}$  – значение высоты тона. Рассматривая абстрактный музыкальный инструмент, можно говорить о том, что этот инструмент способен воспроизвести  $n_{\max}$  тонов различной высоты. Если взять, например, MIDI-кодировку, тогда  $n_{\max} = 127$ , а, например,  $p(61)$  представляет ноту «до диез» первой октавы, соответствующую ноте *C#4* в американской нотационной системе (*scientific pitch notation*)<sup>2</sup>.

<sup>2</sup> В американской нотационной системе октавы нумеруются таким образом, что первой называется октава, которая в русскоязычном музыковедении называется «контроктавой», второй считается большая октава, третьей – малая октава, четвертой – «наша» первая октава, пятой – «наша» вторая октава и т. д.



Рис. 1. Пример нотного фрагмента

Для единообразия и компактности записи далее в статье используется именно эта система.

$$m(t, start, len) = \begin{cases} 1, & start < t < start + len \\ 0, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$$
  

$$v(n) = [0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0]^T \in R^{V_{\max} \times 1}, \text{ при этом}$$
  

$$v(n)[i] = \begin{cases} 1, & i = n \\ 0, & i \neq n \end{cases} - \text{функция полифонии, где } n - \text{номер голоса (из } V_{\max} \text{ голосов), в котором звучит нота.}$$

Например, фрагмент, представленный на рис. 1, может быть записан так:

$$G(t) = p(64) \cdot m(t, 0, \frac{1}{4}) \cdot v(1) + p(60) \times \\ \times m(t, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}) \cdot v(1) + p(67) \cdot m(t, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}) \cdot v(2).$$

При использовании упрощенной записи с использованием американской нотационной системы (C4, E4 и G4 соответственно для «до», «ми» и «соль» первой октавы) и обозначения  $v_i := v(i)$  это эквивалентно следующей формуле:

$$F'(t) = E4 \cdot m(t, 0, \frac{1}{4}) \cdot v_1 + \\ + C4 \cdot m(t, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}) \cdot v_1 + G4 \cdot m(t, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}) \cdot v_2.$$

Для того чтобы описать звучание различных музыкальных инструментов, или музыкальных инструментов с непрерывным спектром звучания, можно модифицировать функцию  $p$  следующим образом:  $p(n, i, c)$ , где  $i$  – номер инструмента, например, в кодировке MIDI,  $c$  (от англ. cents) – число центов<sup>3</sup> для инструментов с непрерывным спектром звучания.

**Функциональная запись «Лунной сонаты».**  
Запишем начальный фрагмент «Лунной сонаты» (рис. 2) в базисе  $(p, m, v)$ .

Для упрощения записи и восприятия результирующая функция  $F(t)$  представлена суммой функций для отдельных тактов, то есть

<sup>3</sup> Напомним, что центом в музыкальной математике называется безразмерная логарифмическая единица отношения двух частот. Две частоты  $a$  и  $b$  с разницей в один цент относятся как  $2^{1/1200}$ .

$$F(t) = F_1(t) + F_2(t) + F_3(t) + F_4(t) \quad (1)$$

$$F_1(t) = G3 \cdot v_1 \cdot m(t, 0, \frac{1}{12}) + \\ + C\#4 \cdot v_1 \cdot m(t, \frac{1}{12}, \frac{1}{12}) + E4 \cdot v_1 \cdot m(t, \frac{2}{12}, \frac{1}{12}) + \\ + G3 \cdot v_1 \cdot m(t, \frac{3}{12}, \frac{1}{12}) + C\#4 \cdot v_1 \cdot m(t, \frac{4}{12}, \frac{1}{12}) + \\ + E4 \cdot v_1 \cdot m(t, \frac{5}{12}, \frac{1}{12}) + G3 \cdot v_1 \cdot m(t, \frac{6}{12}, \frac{1}{12}) + \\ + C\#4 \cdot v_1 \cdot m(t, \frac{7}{12}, \frac{1}{12}) + E4 \cdot v_1 \cdot m(t, \frac{8}{12}, \frac{1}{12}) + \\ + G3 \cdot v_1 \cdot m(t, \frac{9}{12}, \frac{1}{12}) + C\#4 \cdot v_1 \cdot m(t, \frac{10}{12}, \frac{1}{12}) + \\ + E4 \cdot v_1 \cdot m(t, \frac{11}{12}, \frac{1}{12}) + C\#2 \cdot v_2 \cdot m(t, 0, 1) + \\ + C\#3 \cdot v_3 \cdot m(t, 0, 1);$$

$$F_2(t) = G3 \cdot v_1 \cdot m(t, 1, \frac{1}{12}) + \\ + C\#4 \cdot v_1 \cdot m(t, 1, \frac{1}{12}, \frac{1}{12}) + E4 \cdot v_1 \cdot m(t, 1, \frac{2}{12}, \frac{1}{12}) + \\ + G3 \cdot v_1 \cdot m(t, 1, \frac{3}{12}, \frac{1}{12}) + C\#4 \cdot v_1 \cdot m(t, 1, \frac{4}{12}, \frac{1}{12}) + \\ + E4 \cdot v_1 \cdot m(t, 1, \frac{5}{12}, \frac{1}{12}) + G3 \cdot v_1 \cdot m(t, 1, \frac{6}{12}, \frac{1}{12}) + \\ + C\#4 \cdot v_1 \cdot m(t, 1, \frac{7}{12}, \frac{1}{12}) + E4 \cdot v_1 \cdot m(t, 1, \frac{8}{12}, \frac{1}{12}) + \\ + G3 \cdot v_1 \cdot m(t, 1, \frac{9}{12}, \frac{1}{12}) + C\#4 \cdot v_1 \cdot m(t, 1, \frac{10}{12}, \frac{1}{12}) + \\ + E4 \cdot v_1 \cdot m(t, 1, \frac{11}{12}, \frac{1}{12}) + H1 \cdot v_2 \cdot m(t, 1, 1) + \\ + H2 \cdot v_3 \cdot m(t, 1, 1);$$

$$F_3(t) = A3 \cdot v_1 \cdot m(t, 2, \frac{1}{12}) + \\ + C\#4 \cdot v_1 \cdot m(t, 2, \frac{1}{12}, \frac{1}{12}) + E4 \cdot v_1 \cdot m(t, 2, \frac{2}{12}, \frac{1}{12}) + \\ + A3 \cdot v_1 \cdot m(t, 2, \frac{3}{12}, \frac{1}{12}) + C\#4 \cdot v_1 \cdot m(t, 2, \frac{4}{12}, \frac{1}{12}) + \\ + E4 \cdot v_1 \cdot m(t, 2, \frac{5}{12}, \frac{1}{12}) + A3 \cdot v_1 \cdot m(t, 2, \frac{6}{12}, \frac{1}{12}) + \\ + D4 \cdot v_1 \cdot m(t, 2, \frac{7}{12}, \frac{1}{12}) + F\#4 \cdot v_1 \cdot m(t, 2, \frac{8}{12}, \frac{1}{12}) + \\ + A3 \cdot v_1 \cdot m(t, 2, \frac{9}{12}, \frac{1}{12}) + D4 \cdot v_1 \cdot m(t, 2, \frac{10}{12}, \frac{1}{12}) + \\ + E4 \cdot v_1 \cdot m(t, 2, \frac{11}{12}, \frac{1}{12}) + A1 \cdot v_2 \cdot m(t, 2, \frac{1}{2}) +$$



Рис. 2. Начальный фрагмент первой части «Лунной сонаты»

$$\begin{aligned}
 & +A2 \cdot v_3 \cdot m(t, 2, \frac{1}{2}) + F\#1 \cdot v_2 \cdot m(t, 2, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}) + \\
 & +F\#2 \cdot v_3 \cdot m(t, 2, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}); \\
 F_4(t) = & G\#3 \cdot v_1 \cdot m(t, 3, \frac{1}{12}) + \\
 & +H\#3 \cdot v_1 \cdot m(t, 3, \frac{1}{12}, \frac{1}{12}) + F\#4 \cdot v_1 \cdot m(t, 3, \frac{2}{12}, \frac{1}{12}) + \\
 & +G\#3 \cdot v_1 \cdot m(t, 3, \frac{3}{12}, \frac{1}{12}) + C\#4 \cdot v_1 \cdot m(t, 3, \frac{4}{12}, \frac{1}{12}) + \\
 & +E4 \cdot v_1 \cdot m(t, 3, \frac{5}{12}, \frac{1}{12}) + G\#3 \cdot v_1 \cdot m(t, 3, \frac{6}{12}, \frac{1}{12}) + \\
 & +C\#4 \cdot v_1 \cdot m(t, 3, \frac{7}{12}, \frac{1}{12}) + D\#4 \cdot v_1 \cdot m(t, 3, \frac{8}{12}, \frac{1}{12}) + \\
 & +F\#3 \cdot v_1 \cdot m(t, 3, \frac{9}{12}, \frac{1}{12}) + H\#3 \cdot v_1 \cdot m(t, 3, \frac{10}{12}, \frac{1}{12}) + \\
 & +D\#4 \cdot v_1 \cdot m(t, 3, \frac{11}{12}, \frac{1}{12}) + G\#1 \cdot v_2 \cdot m(t, 3, \frac{1}{2}) + \\
 & +G\#2 \cdot v_3 \cdot m(t, 3, \frac{1}{2}) + G\#1 \cdot v_2 \cdot m(t, 3, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}) + \\
 & +G\#2 \cdot v_3 \cdot m(t, 3, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}).
 \end{aligned}$$

Функция (1) формирует вектор-столбец. Значение каждого элемента вектора соответствует ноте, звучащей в данный момент времени (или 0, если нет звука). Запись (1) выглядит громоздкой и по-прежнему не содержит информации о структуре музыкального произведения. В этом смысле предложенный базис не сильно отличается по своей выразительности от представления с помощью графов, множеств событий или геометрических фигур. Преимущества функционального представления проявляются, если немного упростить предложенную формулу путем ввода функций более высокого порядка.

**Функция тональности.** Прежде всего введем функцию тональности. В западной музыке используется 24 тональности: 12 ступеней хроматического звукового ряда и два лада (мажор и минор). Значением функции тональности является вектор-строка  $1 \times 7$ , которую можно интерпретировать следующим образом:

$$T7(cb, sc)[S] = P,$$

где  $P$  – высота тона в 0-октаве (например, номер MIDI-ноты);  $S$  – номер ступени в диапазоне  $[1...7]$ ;  $cb = b \bmod 12$  определяет класс тона (т. е.  $C, C\#, D, D\#$  и т. д.);  $b$  – базовый (base) тон с учетом октавы (например,  $C\#4$ );  $sc$  – лад (scale). В этой статье используются диатонические мажорный (dur) и минорный (moll) лады, хотя, в общем случае представление может быть расширено с учетом других ладов, например, фригийских, пентатонических и т. п.

Определение мажорной и минорной тональности может быть записано с использованием ступеней хроматического звукового ряда:

$$\begin{aligned}
 Dur7(cb) = & [cb, cb + 2, cb + 4, \\
 & cb + 5, cb + 7, cb + 9, cb + 11] \\
 Moll7(cb) = & [cb, cb + 2, cb + 3, \\
 & cb + 5, cb + 7, cb + 8, cb + 11]
 \end{aligned}$$

Таким образом:

$$T7(cb, sc) = \begin{cases} Dur7(cb), & sc = dur \\ Moll7(cb), & sc = moll \end{cases}$$

В терминах стандартных музыкальных обозначений тональности получим следующие варианты:

$$\begin{aligned}
 T7(C, dur) &= C-dur, \\
 T7(C, moll) &= C-moll, \\
 T7(C\#, dur) &= Cis-dur, \\
 &\text{и т. д.}
 \end{aligned}$$

**Музыкальные интервалы.** Аналогично можно ввести музыкальные интервалы в виде векторов-строк  $N^{1 \times 2}$ , например (для примы, малой секунды, секунды и октавы):

$$\begin{aligned}
 Prima(b) &= [b, b] = [0, 0] + b \times I \\
 DimSecond(b) &= [b, b + 1] = [0, 1] + b \times I \\
 Second(b) &= [b, b + 2] = [0, 2] + b \times I
 \end{aligned}$$

...

$$Octave(b) = [b, b + 12] = [0, 12] + b \times I,$$

где  $I = [1, 1]$ .

**Созвучия.** В общем виде созвучия (музыкаль-

ные интервалы, музыкальные кластеры, аккорды и их трансформации) можно представить, введя функцию *Chord*:

$$\begin{aligned} \text{Chord}(cb, sc, ctype, oct_1, oct_2, \dots, oct_m) &= \\ &= [T7(cb, sc)[n_1], T7(cb, sc)[n_2], \dots, \\ &, \dots, T7(cb, sc)[n_m]] + 12 \cdot [oct_1, oct_2, \dots, oct_m] = \\ &= T7(cb, sc) \times CX(ctype) + 12 \cdot [oct_1, oct_2, \dots, oct_m] = \\ &= C(cb, sc, ctype) + \text{Inv}(oct_1, oct_2, \dots, oct_m), \end{aligned}$$

где *cb* – класс базового тона (например, *C*, *D*, *E* и т. д.); *CX()* – матрица, выбирающая определенные ступени из основных звуков тональности, определяет созвучие; *ctype* – тип созвучия (тоническое трезвучие, аккорд с задержанием и т. п.); *Inv()* – функция инверсии созвучия;  $\{oct_1, oct_2, \dots, oct_m\}$  – номера октав, в которых звучат соответствующие ступени.

Например, доминантсептаккорд в тональности *C-dur* в 4-й октаве можно записать следующим образом (напомним, что доминантсептаккорд в тональности *C-dur* состоит из звуков *G-H-D-F*):

$$\begin{aligned} G^7 &= [T7(C, dur)[5], T7(C, dur)[7], \\ T7(C, dur)[2], T7(C, dur)[4]] + 12 \cdot [4, 4, 5, 5] &= \\ &= T7(C, dur) \times C(dom) + \text{Inv}(4, 4, 5, 5) \end{aligned}$$

Отметим, что в данной статье встречаются следующие типы аккордов:

$$ctype = \begin{cases} ton, & \text{тоническое трезвучие} \\ dim, & \text{уменьшенное трезвучие} \\ sus4, & \text{аккорд с задержанием с квартой} \end{cases}$$

Аккорд может быть определен и относительно конкретного звука:

$$\begin{aligned} \text{Chord}(cb, sc, ctype, oct_1, oct_2, \dots, oct_m) &= \\ &= CR(b, sc, ctype) + \text{Inv}(ofs_1, ofs_2, \dots, ofs_m), \end{aligned}$$

где *CR()* определяет аккорд в конкретной октаве, *b* задает базовый тон конкретной высоты (например, *C4*, *C#4*, *D4*, *D#4* и т. д.),  $\{ofs_1, ofs_2, \dots, ofs_m\}$  – смещение октавы (*Octave of fSet*).

Очевидно, что в рамках хроматического звукового ряда из 12 нот для любого  $a \in Z$  выполняется следующее тождество:

$$\begin{aligned} CR(b, sc, ctype) + \text{Inv}(ofs_1, ofs_2, \dots, ofs_m) &= \\ &= CR(b - 12a, sc, ctype) + \\ &+ \text{Inv}(ofs_1 + a, ofs_2 + a, \dots, ofs_m + a). \end{aligned}$$

При  $a = \left\lfloor \frac{b}{12} \right\rfloor$  получаем  $(b - 12a = b \bmod 12 = cb)$ , откуда следует

$$\begin{aligned} CR(b, sc, ctype) + \\ + \text{Inv}(ofs_1, ofs_2, \dots, ofs_m) &= C(cb, sc, ctype) + \\ + \text{Inv}\left(ofs_1 + \left\lfloor \frac{b}{12} \right\rfloor, ofs_2 + \left\lfloor \frac{b}{12} \right\rfloor, \dots, ofs_m + \left\lfloor \frac{b}{12} \right\rfloor\right). \end{aligned}$$

**Зависимость от времени.** Все описанные выше функции не зависят от времени, поскольку являются статическими характеристиками тональности. Временных зависимостей, в сущности, может быть только две: ноты звучат одновременно или последовательно. Для одновременно звучащих нот можно ввести функцию *CON(current)*, имеющую следующий вид (с учетом упрощения обозначений, достигаемого введением матрицы *CONX*):

$$\begin{aligned} CON(t, start, len, a_1, a_2, \dots, a_n) &= \\ &= [v(a_1), v(a_2), \dots, v(a_n)]^T \cdot m(t, start, len) = \\ &= CONX(a_1, a_2, \dots, a_n) \cdot m(t, start, len), \end{aligned}$$

где  $CON() \in N^{n \times V_{\max}}$ ,  $v(a_i)$ ,  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$  – голос (в полифонии); *n* – число звучащих одновременно нот;  $V_{\max}$  – максимальное число одновременно звучащих голосов.

Легко заметить, что произведение *Chord(...)* · *CON(...)* образует функцию для звучащего (во времени) аккорда, при этом каждая из одновременно звучащих нот звучит в своем голосе, например, для аккорда «до мажор» первой октавы имеем:

$$\begin{aligned} (C(C, dur, ton) + \text{Inv}(4, 4, 4)) \times \\ \times CON(t, 0, 1, 1, 2, 3) &= C4 \cdot v_1 \cdot m(0, 1) + \\ &+ E4 \cdot v_2 \cdot m(0, 1) + G4 \cdot v_3 \cdot m(0, 1). \end{aligned}$$

Для последовательно звучащих нот можно ввести функцию *SEQ(uence)*:

$$\begin{aligned} SEQ(t, start, itlen, cnt, rp) &= \\ &= \begin{bmatrix} m((t - start) \bmod rp, 0, itlen) \\ m((t - start) \bmod rp, itlen, itlen) \\ m((t - start) \bmod rp, itlen \cdot 2, itlen) \\ \dots \\ m((t - start) \bmod rp, itlen \cdot (cnt - 1), itlen) \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

где  $SEQ() \in R^{CNT \times 1}$ ; *CNT* – число нот в последовательности; *itlen* – длительность ноты; *start* – время начала последовательности; *rp* – период повторения (*Repetition Period*).

Обобщая функцию *SEQ* на случай неравных длительностей нот в последовательности, можно



считать  $itlen$  функцией натурального аргумента, возвращающей длительность индивидуального шага развертки:

$$SEQ(t, start, itlen(n), cnt, rp) = \begin{bmatrix} m((t - start) \bmod rp, 0, itlen(1)) \\ m((t - start) \bmod rp, itlen(1), itlen(2)) \\ m((t - start) \bmod rp, itlen(1) + itlen(2) \cdot 2, itlen(3)) \\ \dots \\ m\left((t - start) \bmod rp, \sum_{i=1}^{CNT-1} itlen(i), itlen(CNT)\right) \end{bmatrix}.$$

В частном случае  $itlen(t)$  может быть константой.

**Артикуляция, украшения, динамика.** С помощью функций, зависящих от времени, можно ввести распространенные музыкальные фигуры: артикуляции (глиссандо, стаккато, легато), украшения (морденты, трели, форшлаги), типичные последовательности звуков (гаммы, арпеджио и т. п.).

В рамках данной статьи не будем затрагивать все подробности артикуляции и украшений, представим лишь возможные определения функций для примеров типичных звуковых рядов – арпеджио (arpeggio) и гамма (scala):

$$\begin{aligned} Arpeggio(t, Chord, start, itlen) &= \\ &= A(t, Chord, start, itlen) = \\ &= Chord(t) \times SEQ(t, start, itlen, \dots). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Scala(t, b, sc, start, itlen) &= \\ &= T7(b, sc) \times SEQ(t, start, itlen, \dots). \end{aligned}$$

**Представление «Лунной сонаты» в структурном базисе.** Используя формальные преобразования можно привести выражение (1) к виду:

$$\begin{aligned} F(t) &= (O(C\#2) \cdot CON(t, 0, 1, 1, 2) + \\ &+ A\left(t, CR(C\#4, moll, ton) + Inv(0, 0, -1), 0, \frac{1}{12}\right) \times \\ &\quad \times m(0, 1) \cdot v_3) + (O(H1) \cdot CON(t, 1, 1, 1, 2) + \\ &+ A\left(t, CR(C\#4, moll, ton) + Inv(0, 0, -1), 1, \frac{1}{12}\right) \times \\ &\quad \times m(1, 1) \cdot v_3) + (O(A1) \cdot CON\left(t, 2, \frac{1}{2}, 1, 2\right) + \\ &+ A\left(t, CR(A3, dur, ton) + Inv(0, 0, 0), 2, \frac{1}{12}\right) \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\times m(2, \frac{1}{2}) \cdot v_3) + (O(F\#1) \cdot CON\left(t, 2, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1, 2\right) + \\ &+ A\left(t, CR(D4, dur, ton) + Inv(0, 0, -1), 2, \frac{1}{12}\right) \times \\ &\times m(2, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}) \cdot v_3) + (O(G\#1) \cdot CON\left(t, 3, \frac{1}{2}, 1, 2\right) + \\ &+ A\left(t, CR(G\#3, dur, ton) + Inv(0, 0, 0), 3, \frac{1}{12}\right) \times \\ &\quad \times m(3, \frac{1}{4}) \cdot v_3 + \\ &+ A\left(t, CR(C\#4, moll, ton) + Inv(0, 0, -1), 3, \frac{1}{4}, \frac{1}{12}\right) \times \\ &\times m(3, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}) \cdot v_3) + (O(G\#1) \cdot CON\left(t, 3, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1, 2\right) + \\ &+ A\left(t, CR(G\#3, moll, sus4) + Inv(0, 0, 0), 3, \frac{1}{2}, \frac{1}{12}\right) \times \\ &\quad \times m(3, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}) \cdot v_3 + \\ &+ A\left(t, CR(H\#3, moll, dim) + Inv(0, 0, -1), 3, \frac{3}{4}, \frac{1}{12}\right) \times \\ &\quad \times m(3, \frac{3}{4}, \frac{1}{4}) \cdot v_3), \end{aligned}$$

где  $O$  – октава;  $A$  – арпеджио;  $CR$  – созвучие (аккорд);  $Inv$  – инверсия аккорда;  $m$  – временная маска;  $\{v_1, v_2, v_3\}$  – голоса;  $t$  – время.

Если аргументы арпеджио и октавы превратить в функции, получим следующее представление:

$$\begin{aligned} F(t) &= O(u(t)) \cdot CON(v_1, v_2) + \\ &+ (A(t, CR(v(t), h(t), start(t), \\ &\quad itlen(t)) + Inv(0, 0, -1))) \cdot v_3; \\ u &= [C\#2, H1, A1, F\#1, G\#1, G\#1] \cdot SEQ(\dots); \\ v &= [C\#4, C\#4, A3, D4, G\#3, C\#4, \\ &\quad G\#3, H\#3] \cdot SEQ(\dots). \end{aligned}$$

В полученном выражении для  $F(t)$  функции  $u(t)$  и  $v(t)$  являются, в некотором роде, каркасом произведения, т. к. для них невозможна дальнейшая декомпозиция на другие стандартные функции в заданном базисе.

Эксперименты с данным произведением и с рядом других классических сочинений показывают, что изменение любых функций, кроме функций каркаса, существенно не влияет на узнаваемость произведения (рис. 3).





Рис. 3. Вариация на тему начального фрагмента «Лунной сонаты»

### На пути к применению структурного синтеза в области музыки

Как было показано выше, функциональная запись способна отобразить структуру произведения с любым уровнем детализации в терминах, используемых в музыковедении. Другим важным преимуществом функционального представления по отношению к графам и геометрическим фигурам является возможность визуализации за счет использования формализма функциональных схем, аналогичных тем, которые используются при описании структуры цифровых устройств.

На примере «Лунной сонаты» Бетховена, визуализация каркаса может быть выполнена с помощью графиков функций  $u(t)$  и  $v(t)$ , как показано на рис. 4.

Соответствующая функциональная схема, фактически реализующая декомпозицию произведения в функциональном базисе, представлена на рис. 5.

Для инженеров и программистов, привыкших работать больше со схемами, чем с нотами, такие инструменты визуализации являются весомым аргументом в пользу использования функционального представления музыкального произведения. Сам процесс преобразования музыки становится больше похожим на процесс оптимизации функ-

циональной схемы устройства в заданном базисе.

Помимо возможности применения инструментов и методов структурного синтеза, другим несомненным преимуществом функционального представления музыкального произведения является возможность повторного использования библиотек алгоритмов и прикладных программ, разработанных для манипуляции математическими выражениями в символьном виде (MathCAD, Mathematica и др.), а также систем автоматического доказательства теорем для проверки выдвинутых гипотез.

В статье рассмотрена возможность функционального представления музыкального произведения, приведен пример функционального базиса, описаны некоторые процедуры преобразования музыкальных функций. В результате работы сформулирован ряд гипотез, образующих поле для дискуссии и дальнейшей работы:

- побочным эффектом функционального разложения музыкального произведения, рассматриваемого в статье, оказалось расщепление музыки на голоса, т. е. выделение мелодии и аккомпанемента;
- каркас обуславливает уникальность и узнаваемость композиции;

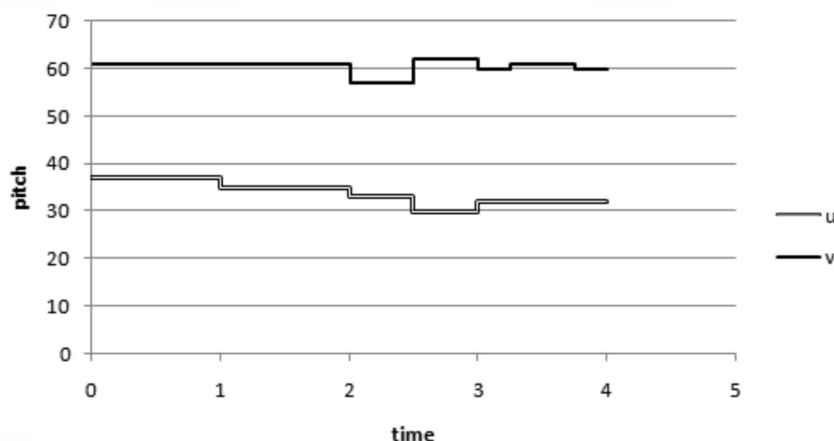


Рис. 4. Графики функций каркаса



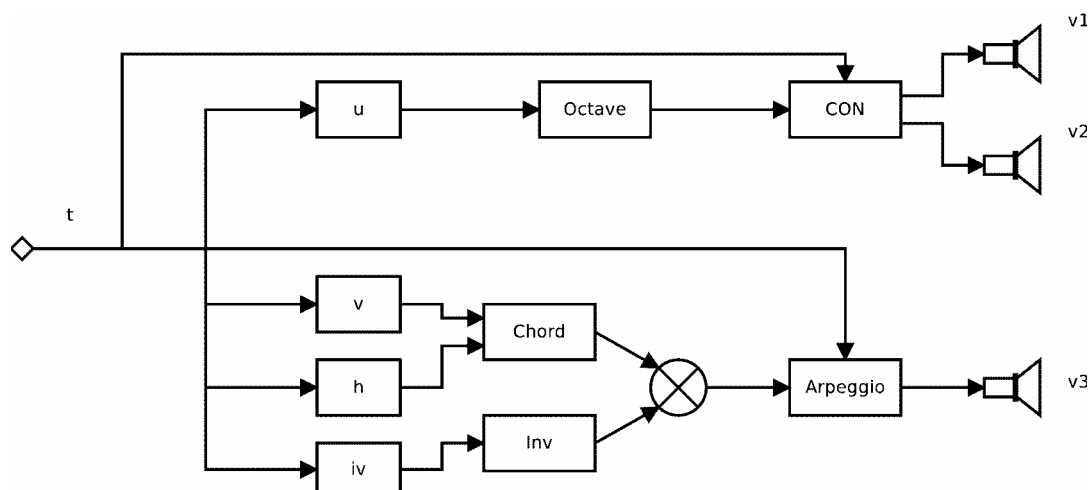


Рис. 5. Функциональная схема начального фрагмента «Лунной сонаты»

• минимальная форма записи (в смысле минимального количества символов при записи в заданном базисе) обеспечивает наилучшее разбиение композиции на элементарные блоки, соответствующие восприятию композиции музыкантом в том же функциональном базисе.

Независимо от того, найдут ли данные гипотезы свое подтверждение в ходе дальнейших исследований, авторы считают, что в данной статье наглядно продемонстрировано, что функциональ-

ное представление может рассматриваться как связующее звено между музыкой как искусством и математикой как точной наукой. Представление музыки с помощью функциональных схем открывает новые возможности для анализа музыкальных произведений как инженерам, так и программистам, давая возможность поупражняться в функциональном программировании, которое когда-то считалось основой искусственного интеллекта [20].

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Лихачев, Д.С.** Учитесь учиться [Текст] / Д.С. Лихачев // Письма о добром и прекрасном; Сост., общ. ред. Г.А. Дубровской. –М.: Дет. лит., 1985.
2. **Cope, D.** Computer Models of Musical Creativity [Текст] / D. Cope. –The MIT Press, 2005.
3. **Mozart, W.A.** Anleitung. Walzer oder Schleifer mit zwei würfeln zu komponiren, so viele man will, ohne etwas von der Musik oder Komposition zu verstehen (K 516f) [Текст] / W.A. Mozart. –N. Simrock. –Bonn, 1793.
4. **Noguchi, H.** Mozart – Musical Game in C K. 516f [Электронный ресурс] / H. Noguchi. –1997. –Режим доступа: <http://www.asahi-net.or.jp/~rb5h-ngc/e/k516f.htm>
5. **Гаазе-Рапопорт, М.Г.** Машинное творчество / М.Г. Гаазе-Рапопорт, Р.Х. Зарипов // Искусственный интеллект. –В 3-х кн. Кн. 2. Модели и методы: Справочник; Под ред. Д.А. Поспелова. –М.: Радио и связь, 1990. – С. 126–137.
6. **Deutch, D.** Music Perception [Текст] / D. Deutch // Frontiers in Bioscience. –2007. –№ 12.
7. **Snyder, B.** Music and Memory: An Introduction [Текст] / B. Snyder. –Cambridge, Mass. [u.a.]. –MIT Press, 2000.
8. **Uitdenbogerd, A.I.** Manipulation of music for melody matching [Текст] / A.L. Uitdenbogerd, J. Zobel // In Proc. of the 6th ACM international Conf. on Multimedia. –ACM NY, 1998. – P. 235–240.
9. **Isikhan, C.** A survey of melody extraction techniques for music information retrieval [Электронный ресурс] / C. Isikhan, G. Ozcan // In Proc. of 4th conf. on Interdisciplinary Musicology (SIM'08). –2008. –Режим доступа: <http://cim08.web.auth.gr>
10. **Kuznetsov, A.** Function-based and circuit-based symbolic music representation, or Back to Beethoven [Текст] / A. Kuznetsov, E. Pyshkin // In Proc. of the 14th International Conf. on Humans and Computers. –University of Aizu Press, –2012.
11. **Typke, R.** Using transportation distances for measuring melodic similarity [Электронный ресурс] / R. Typke [et al.] // In Proc. of the International Conf. on Music Information Retrieval (ISMIR). –2003. –Режим доступа: <http://ismir2003.ismir.net>
12. **Kuznetsov, A.** Searching for Music: From Melodies in Mind to the Resources on the Web [Текст] / A. Kuznetsov, E. Pyshkin // In Proc. of the 13th International Conf. on Humans and Computers (HC-2010), University of Aizu Press, 2010. –P. 152–158.
13. **Кузнецов, А.Н.** Алгоритм сравнения нотных

фрагментов при поиске музыкальной информации по образцу мелодии [Текст] / А.Н. Кузнецов, Е.В. Пышкин // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Сер. Информатика. Телекоммуникации. Управление. –2011. –№6-1 (138). –С. 195–202

14. **Бетховен, Л. ван.** Соната для фортепьяно (Лунная). Соч. 27. № 2 [Клавир] / Л. ван Бетховен. –Будапешт: Эдицио Музика, 1959. –З. 8151.

15. **Бобровский, В.П.** Соната Бетховена «*Quasi una Fantasia*» cis-moll («Лунная») [Электронный ресурс] / В.П. Бобровский. –Режим доступа: [http://www.lafamire.ru/index.php?option=com\\_content&view=article&id=520:2010-04-04-15-06-50&catid=21:2010-05-15-13-56-57&Itemid=70](http://www.lafamire.ru/index.php?option=com_content&view=article&id=520:2010-04-04-15-06-50&catid=21:2010-05-15-13-56-57&Itemid=70)

16. **Downie, J.S.** The scientific evaluation of music information retrieval systems: foundations and future [Текст] / J.S. Downie // Comput. Music J. – June 2004.

–Vol. 28. –P. 12–23.

17. **Magalhaes, J.P.** Functional modelling of musical harmony: an experience report [Текст] / J.P. Magalhaes, W.B. de Haas // SIGPLAN Not. – Sept. 2011. –Vol. 46. –P. 156–162.

18. **Pinto, A.** Method and environment for the retrieval of structured music information [Текст] / A. Pinto, G. Haus // In Proc. of the Second International conf. on Automated Production of Cross Media Content for Multi-Channel Distribution. – 2006. – P. 266–272.

19. **Doraisamy, S.** Polyphonic music retrieval: the n-gram approach [Текст] / S. Doraisamy // SIGIR Forum. –June 2004. –Vol. 39. –P. 58–58.

20. **Norvig, P.** Paradigms of Artificial Intelligence Programming: Case Studies in Common Lisp [Текст] / P. Norvig. –San Francisco, CA, USA, –Morgan Kaufmann Publishers Inc, 1992.

УДК 007:681.512.2

*Л.Ю. Григорьев, Д.В. Кудрявцев*

## **ОРГАНИЗАЦИОННОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ НА ОСНОВЕ ОНТОЛОГИЙ: МЕТОДОЛОГИЯ И СИСТЕМА ОРГ-МАСТЕР**

Организационное проектирование (ОП) – деятельность по созданию, обеспечению оптимального функционирования и развитию организаций, включающая в себя следующие задачи:

- разработку и поддержание системы целей организации и показателей, измеряющих достижение данных целей организации;

- оптимизацию оргструктуры и распределение ответственности;

- совершенствование и реинжиниринг административных и бизнес-процессов организации;

- разработку нормативно-регламентирующей документации.

Актуальность ОП объясняется повышением скорости изменений внешней среды и возникновением новых технологий, требующих постоянных внутренних изменений организации. В результате задача пересмотра целей, оргструктуры, технологии выполнения процессов превратилась из редкого периодического мероприятия в регулярную деятельность, имеющую критическое влияние на конкурентоспособность организации.

Вопросы ОП рассматриваются в работах Р. Акоффа [1], Б.З. Мильнера [2, 3], Г.П. Щедровицкого [4], С.П. Никанорова [5], В.В. Кондратьева [6], Я. Дитца [7], Г. Минцберга [8], Р. Данкана [9], К. Оливера [9] и др.

Автоматизированная поддержка ОП направлена на операции идентификации, описания, анализа и изменения элементов организации (например, бизнес-процессов организации или организационной структуры), а также выпуск нормативно-регламентирующей документации, информационных и аналитических материалов. Примерами получаемых документов и диаграмм являются регламенты, должностные и рабочие инструкции, положения о подразделениях,

диаграммы, описывающие процедуры оказания услуги, предоставляющие получателям услуг необходимую для них информацию, аналитический отчет по видам операций, выполняемых сотрудником или подразделением.

Для автоматизированной поддержки ОП используется организационное моделирование, в частности, бизнес-моделирование для коммерческих организаций, административное моделирование для органов государственной власти. Вопросы организационного моделирования освещены в работах таких авторов, как А. Шеер [10], Д. Захман [11], Ф. Вернадат [12], М. Фокс [13], Г.Н. Калянов [14], А. Левенчук [15], Ю. Тельнов [16]. Также внимание данной теме уделяют такие организации, как OMG (Object Management Group), IBM, IFIP/IFAC Task Force, Microsoft. В области организационного моделирования можно выделить общие работы по моделированию организации, включающие общие схемы и архитектуры (схема Захмана, модель GERAM, FEAF), языки организационного моделирования (IDEF, ARIS, BPMN, Archimate), программные инструменты организационного моделирования (ARIS, BPWin, Corporate Modeler, Business Studio).

В настоящее время в области организационного моделирования происходят перемены:

- расширяется спектр областей применения организационных моделей;

- расширяется число пользователей организационных моделей;

- изменяется объект моделирования (на смену административным и бизнес-процессам приходит архитектура организации).

Вследствие таких перемен происходит стихийное увеличение числа языков и методов организационного моделирования, напоминающее

строительство Вавилонской башни [12]. Для интеграции информации, создаваемой с использованием разных языков организационного моделирования, стали использоваться специальные универсальные языки, например UEML [12], и онтологии [16–20]. Потребность в интеграции элементов модели повышает сложность управления организационной моделью. В результате, возникают очень высокие требования к квалификации специалистов, поддерживающих модель и обеспечивающих интеграцию информации, что в свою очередь сдерживает применение организационного моделирования.

Для преодоления указанных проблем предлагается уникальная методология и система автоматизированной поддержки ОП на основе онтологий – ОРГ-Мастер. Хотя онтологии и используются для моделирования организаций другими авторами (Учхольд, Грюнингер, Фокс, Хепп), применение онтологического моделирования для поддержки ОП представляет новизну. Данная статья является обновленной и расширенной версией [21] и основана на материале диссертационной работы [22].

### Модели и методы ОРГ-Мастера

Центральным элементом методологии организационного ОП в системе ОРГ-Мастер является онтология организации. Онтология – формаль-

ная спецификация разделяемой концептуальной модели [23], состоящая из классов сущностей предметной области, свойств этих классов, связей между этими классами и утверждений, построенных из этих классов, их свойств и связей между ними. Онтология в системе ОРГ-Мастер задает структуру модели организации, применяется для настройки содержания визуальных нотаций и выходных документов, используется в коммуникациях сотрудников. Если в традиционных системах модели организации – это диаграммы, созданные с использованием различных графических языков организационного моделирования, то в системе ОРГ-Мастер организационная модель – это наполненная экземплярами онтология организации, а заменой графических языков выступают визуальные нотации, семантика которых задается, опять же, онтологией организации.

Компоненты методологии ОРГ-Мастер и их взаимосвязи представлены на рис. 1. Задача ОП с точки зрения обработки информации состоит в разработке дескриптивных («как есть») и нормативных («как надо») моделей конкретной организации по правилам, заданными методиками и опирающейся на единую онтологию организации. При разработке могут использоваться референтные модели – результат обобщения конкретных моделей других организаций. Данную

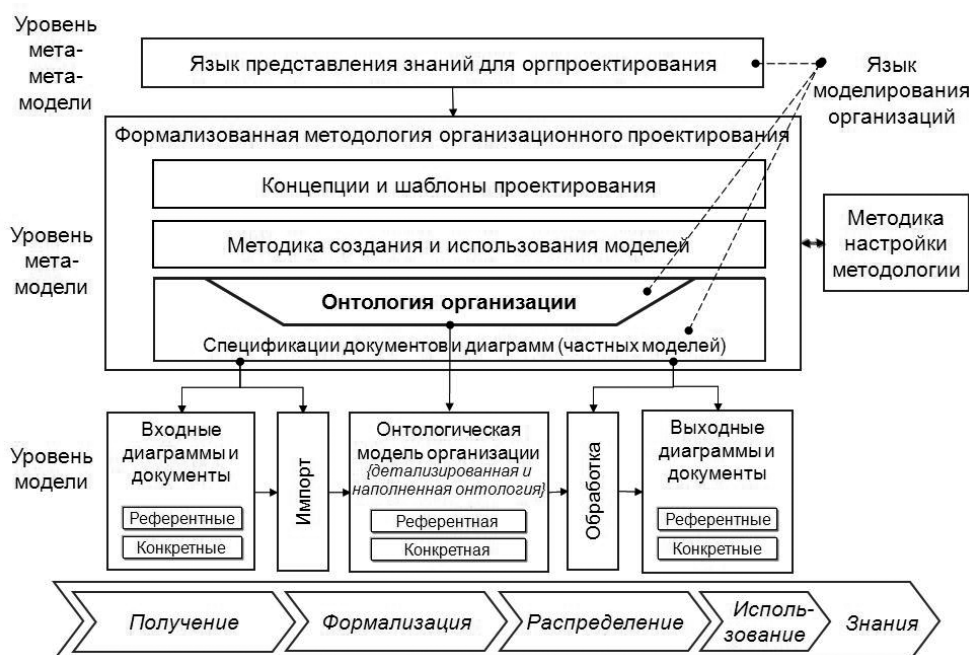


Рис. 1. Компоненты методологии и их взаимосвязь



задачу, как правило, выполняют специалисты по анализу и моделированию организации (подробнее [24]).

Основными результатами моделирования являются автоматический выпуск целостной системы документов, ориентированной на различные заинтересованные стороны (руководство, менеджеры, сотрудники, сертифицирующие организации), а также создание файлов настройки информационных систем. Примерами документов являются положения о подразделениях, регламенты процессов, должностные инструкции, политики, документы системы менеджмента качества (СМК). Один из видов документов – диаграммы процессов в различных нотациях (IDEF0, EPC и т. п.), карты стратегий (причинно-следственные диаграммы), диаграмма взаимосвязанных цепочек создания ценности (карта бизнеса), органиграммы и т. п. Все они устанавливают определенные правила, по которым должны работать сотрудники, информационные системы и компания в целом. Полученная модель может также использоваться для ответов на ситуативные запросы при принятии организационных решений (Какие процессы влияют на достижение цели  $X$ ? Какими показателями оценивается деятельность подразделения  $Y$ ?) или для автоматизированной проверки организации на соответствие определенным регуляторным требованиям (ИСО, CMMI, SOX).

Источником информации для разработки онтологической модели организации являются как неформализованные знания сотрудников, так и существующие документы. Также в системе ОРГ-Мастер широко используются референтные (эталонные) модели организации [25], задающие нормативные структуры деятельности в различных областях, и шаблоны документов/диаграмм, представляющие собой «образцовые» примеры заполненных документов/диаграмм. Это не является обязательным, но способствует повышению эффективности работ.

Структура модели, формы и содержание входных/выходных документов, а также методика выполнения работ по ОП фиксируются в формализованной методологии ОП, которая с точки зрения моделирования относится к метауровню («модель модели»). В частности, структура модели организации задается единой онтологией, а отдельные спецификации задают структуру и формат выходных документов, в т. ч. нотации

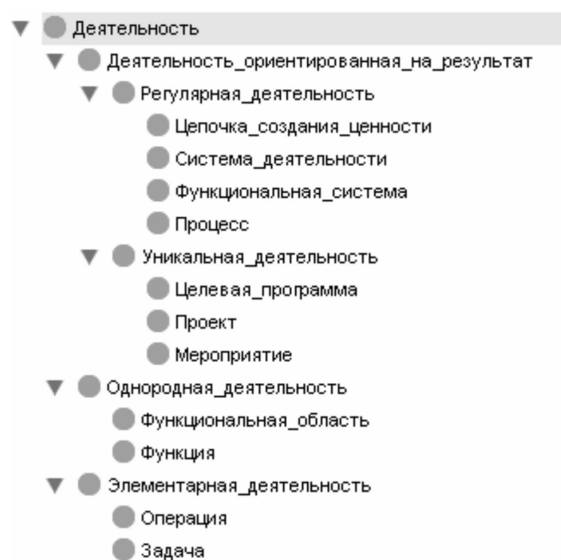


Рис. 2. Фрагмент онтологии организации ОРГ-Мастер

диаграмм. Состав, последовательность и входы/выходы работ по ОП формализуются в методике создания и использования модели. Один из ключевых этапов ОП методологии ОРГ-Мастер – функциональная декомпозиция организации (формирование архитектуры процессов) – рассмотрен в работе [26]. Вся методология фиксируется в программном средстве моделирования. Такая формализованная методология ведет начинающих аналитиков по шагам разработки модели, снижая квалификационные требования к специалистам. Формализованная методология может быть настроена под конкретную организацию с помощью специальной методики [22] и закреплена в виде корпоративных стандартов (в бизнесе) или нормативно-правовых актов (в органах государственной власти).

Онтология организации в методологии ОРГ-Мастер включает 12 групп понятий: деятельность (центральная группа), бизнесы и продукты, цели и показатели, нормы и правила, бизнес-концепции, внешняя среда и заинтересованные стороны, факторы влияния, информация, материальные ресурсы, финансовые ресурсы, персонал, организационная структура и инфраструктура. Рисунок 2 показывает верхнеуровневую систему понятий для группы «Деятельность».

#### Система ОРГ-Мастер – программная реализация методологии

Для реализации моделей и методов автома-



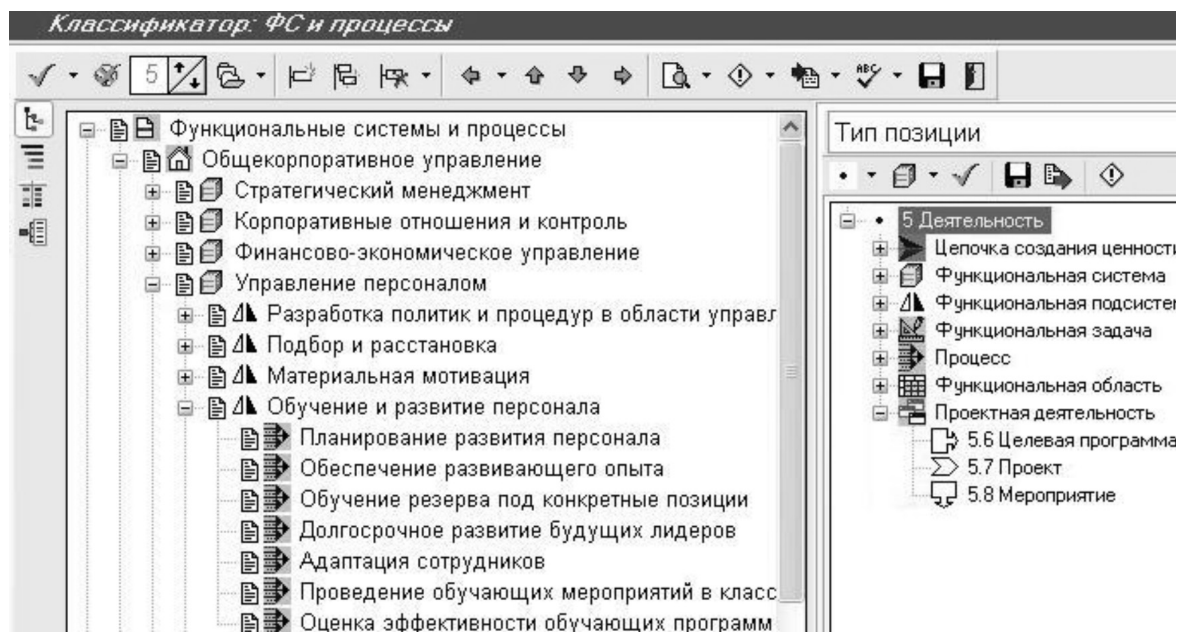


Рис. 3. Пример классификатора бизнес-процессов предприятия

тизированной поддержки ОП на основе онтологий предложены язык представления знаний для оргпроектирования и архитектура программного средства, реализованная в линейке программных продуктов ОРГ-Мастер и ОРГ-Мастер ГРАФИКС (ГОС-Мастер и ГОС-Мастер ГРАФИКС для органов государственной власти).

Язык представления знаний для оргпроектирования используется для формализации методологии и последующей автоматизации работ по организационному проектированию, ему посвящены работы [27, 28]. Данный язык обеспечивает компьютерную поддержку онтологии организации, обработку моделей, запросы, проверки, логический вывод и автоматизированный выпуск документов.

В основе языка лежит описание типов, классификаторы и проекции.

Описание типов позволяет представить таксономию верхнеуровневых классов, типы связей между классами, значения свойств классов. Каждому типу ставится в соответствие пиктограмма (графический знак).

Классификатор – формат ввода нижеуровневых классов и экземпляров онтологии, их свойств и иерархических связей между ними (рис. 3). Основные типы связей: «класс-подкласс», «часть-целое», «подчиняется» и т. п. При наполнении классификатора – создании нижеуровневой он-

тологии (левое окно на рис. 3) происходит типизация элементов с помощью верхнеуровневой онтологии (правое окно на рис. 3).

Проекция – формат ввода связей между экземплярами онтологии, перечисленными в классификаторах (рис. 4). Примеры типов связей: «выполняет», «обеспечивает достижение», «отвечает за». Связи в проекции могут быть направленными и ненаправленными, типизированными и нетипизированными.

Для программной реализации системы предложены следующие модули (рис. 5): Редактор онтологической модели организации; Генератор отчетов; Подсистема настройки и вывода диаграмм; Мастер этапов моделирования.

Представленная архитектура системы реализована с помощью линейки программных продуктов (см. рис. 5): ОРГ-Мастер, ОРГ-Мастер ГРАФИКС, ГОС-Мастер, ГОС-Мастер ГРАФИКС. ОРГ-Мастер и ОРГ-Мастер ГРАФИКС составляют интегрированное программное средство для коммерческих организаций, а ГОС-Мастер и ГОС-Мастер ГРАФИКС – для органов государственной власти.

Текущая версия ГОС-Мастера (2.0) соответствует методологии моделирования деятельности органов государственной власти и муниципальных организаций, разработанной при участии

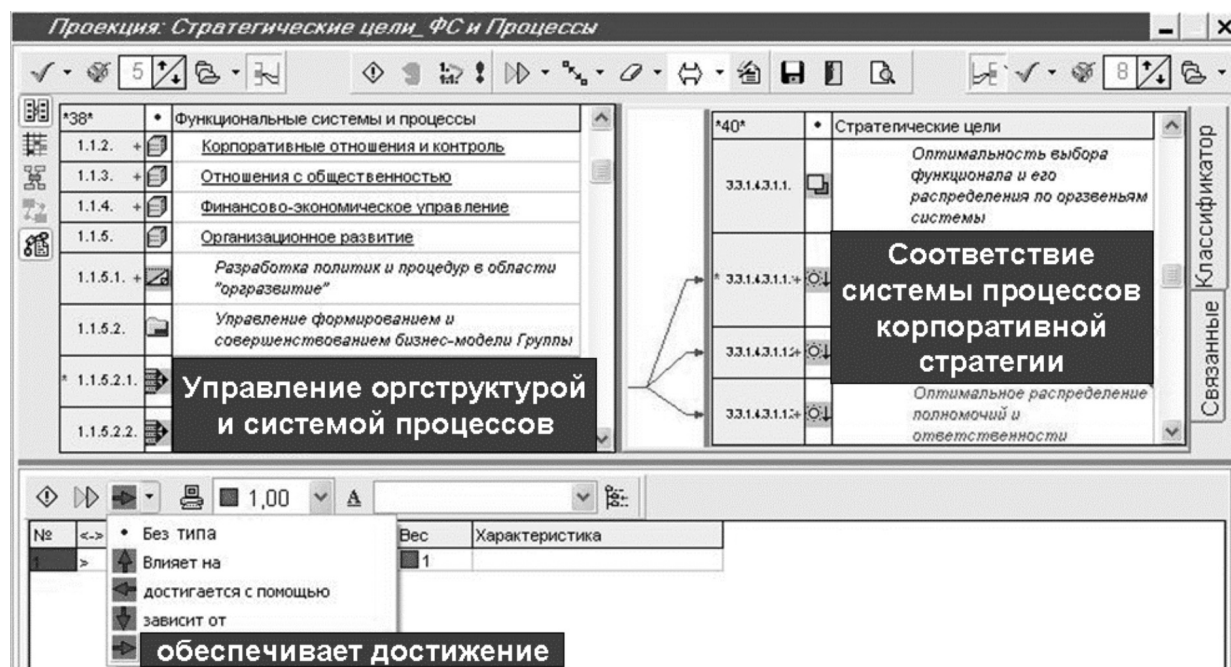


Рис. 4. Пример проекции, связывающей бизнес-процессы предприятия с целями

авторов работы в рамках НИОКР [29] и обзорно представленной в [30, 31]. ГОС-Мастер предназначен для специалистов органов государственной власти Российской Федерации, занимающихся вопросами проведения административной реформы (в частности, регламентацией деятельности органов власти, оптимизацией структуры и

функций органов власти, внедрением механизмов управления по результатам). ГОС-Мастер версия 1.0 использовался для моделирования органов государственной власти с 2005 г. и был ориентирован на поддержку формирования стандартов представления административно-управленческих процессов.

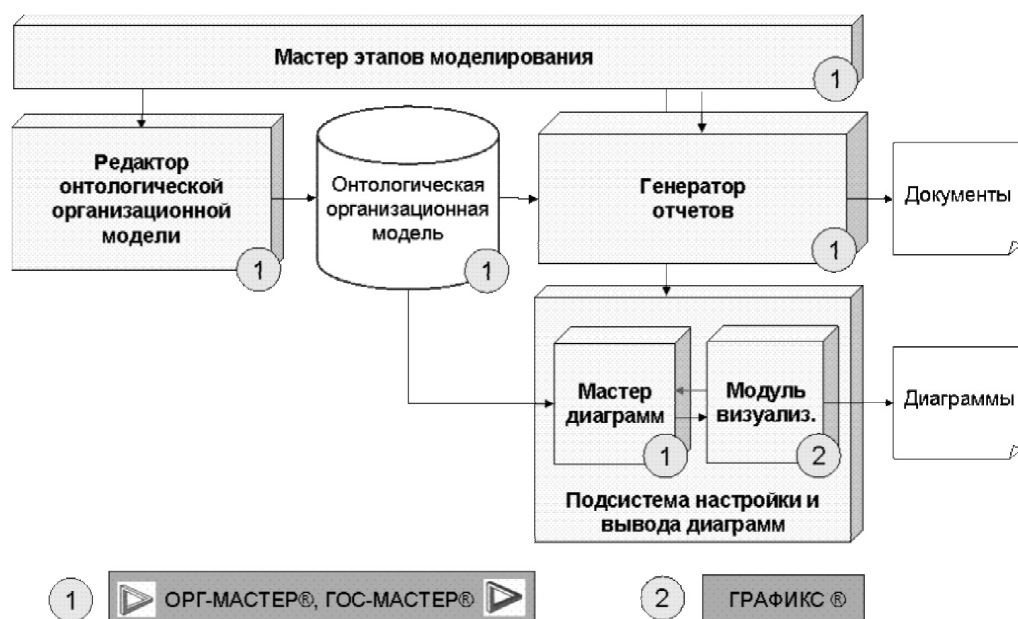


Рис. 5. Архитектура системы ОРГ-Мастер

### Применение методологии и инструмента ОРГ-Мастер

Представленная методология и инструмент автоматизированной поддержки ОП имеет более чем десятилетнюю историю применения в проектах по организационному развитию и совершенствованию процессов коммерческих организаций и органов государственной власти. ОРГ-Мастер используется в коммерческих организациях России и стран СНГ, при этом размер клиентопользователей ОРГ-Мастера варьируется от небольших компаний до холдинговых структур с количеством работников до 10 000 человек [32].

Методология и инструмент организационного проектирования ОРГ-Мастер использовались при выполнении более 50 проектов по управленческому консультированию. Примеры организаций: Киришская ГРЭС, ИЛИМ, Северо-Западное Пароходство, Группа предприятий ГОТЭК, Концерн «Силовые машины», ЗАО «Евросиб», ОАО «Иркутскэнерго», ОАО «Газаппарат», «АСТРА Холдинг», Торговый дом «Петровский», Холдинг ПЕКАР и др. В одном из последних проектов по реформированию системы технического обслуживания и ремонта крупного промышленного предприятия, в котором использовалась система ОРГ-Мастер, удалось снизить внеплановые простои оборудования (аварии, поломки) более чем на 20 %.

В области государственного управления представленные подходы легли в основу Концепции моделирования деятельности органов государственной власти в ходе Административной реформы РФ. Ключевые направления использования моделирования в рамках реализации Концепции административной реформы: регламентация деятельности органов власти, оптимизация структуры и функций органов власти, внедрение механизмов управления по результатам. С использованием программного продукта ГОС-Мастер разработано более 10 административных регламентов для Федеральной миграционной службы, Федеральной регистрационной

службы, Федерального агентства по физической культуре и спорту и других органов исполнительной власти федерального и регионального уровней [29–31].

Методология и инструментальный ОРГ-Мастер позволяют получить:

- повышение скорости реализации организационных изменений при изменениях внешней среды, требований потребителей, технологий (уменьшение сроков выполнения проектов организационного развития);
- повышение скорости реализации проектов по организации новых производств и предприятий за счет эффективного использования организационных знаний;
- повышение управляемости организационных изменений и проектов по организации новых производств и предприятий (уменьшение среднего отклонения организационных проектов от требуемых/плановых значений по времени, затратам, качеству);
- снижение рисков и затрат за счет непротиворечивости нормативно-регламентирующей документации организации;
- снижение трудозатрат на разработку нормативно-регламентирующей документации, аналитических и информационных материалов об организации.

В статье рассмотрена методология и система автоматизированной поддержки ОП на основе онтологий, позволяющая справиться с проблемами существующих систем и повысить эффективность работ в области ОП. Дан обзор формализованной методологии ОП: онтологии организации; спецификации документов и диаграмм; методики создания и использования моделей; взаимосвязи указанных элементов. Также рассмотрена программная реализация предложенной методологии.

Авторы благодарят В.В. Кислову, Т.В. Якубовскую, Т.Л. Окорочкову, С.Л. Горелика, внесших существенный вклад в развитие представленных моделей и методов, и А.А. Заблочно, ответственного за программную реализацию.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Акофф, Р.** Акофф о менеджменте [Текст] / Р. Акофф. – СПб.: ПИТЕР, 2002. – 448 с.
2. **Мильнер, Б.З.** Системный подход к организации управления [Текст] / Б.З. Мильнер, Л.И. Евенко, В.С. Рапопорт. – М.: Экономика, 1983. – 223 с.
3. **Мильнер, Б.З.** Теория организации: Учебник [Текст] / Б.З. Мильнер. – 7-е изд., перераб. и доп. – М.: Инфра-М, 2008. – 864 с.
4. **Щедровицкий, Г.П.** ОРУ: Оргуправленческое мышление: идеология, методология, технология: Курс





лекций [Текст] / Г.П. Щедровицкий // Из архива Г.П. Щедровицкого: Т. 4. – М., 2000. – 382 с.

5. **Никаноров, С.П.** Метод концептуального проектирования систем организационного управления [Текст] / С.П. Никаноров // Социология: 4М. – 1996. – № 7. – С. 29–52.

6. **Кондратьев, В.В.** Организационный дизайн. Решения для корпораций, компаний, предприятий [Текст] / В. В. Кондратьев. – М.: ИНФРА-М, 2010. – 111 с.

7. **Dietz, J.** Enterprise Ontology – Theory and Methodology [Текст] / J. Dietz. – Springer, 2006. – 243 p.

**Минцберг, Г.** Структура в кулаке: создание эффективной организации [Текст] / Г. Минцберг. – СПб.: ПИТЕР, 2003. – 512 с.

9. Теория организации: Хрестоматия [Текст] / Пер. с англ.; Под ред. Т.Н. Клёминой. – СПб.: Изд-во «Высш. шк. менеджмента», 2009. – 573 с.

10. **Шеер, А.В.** Моделирование бизнес-процессов [Текст] / А. В. Шеер; Пер с англ. под науч. ред. М.С. Каменновой. – 2-е изд. – М.: Серебряные нити, 2000.

11. **Zachman, J.** A Framework for Information System Architecture [Текст] / J. Zachman // IBM System J. – 1987. – Vol. 26. – № 3. – P. 276–292.

12. **Vernadat, F.** UEML: towards a unified enterprise modeling language [Текст] / F. Vernadat // International J. of Production Research. – 2002. – Vol. 40. – № 17. – P. 4309–4321.

13. **Fox, M.** The TOVE Project: A Common-sense Model of the Enterprise [Текст] / M. Fox // Industrial and Engineering Applications of Artificial Intelligence and Expert Systems; Lecture Notes in Artificial Intelligence. – Berlin: Springer-Verlag, 1992. – № 604. – P. 25–34.

14. **Калянов, Г.Н.** Архитектура предприятия и инструменты ее моделирования [Текст] / Г.Н. Калянов // Автоматизация в промышленности. – 2004. – № 7. – С. 79–91.

15. **Левенчук, А.** [Электронный ресурс] Режим доступа: <http://ailev.livejournal.com/>

16. **Тельнов, Ю.Ф.** Использование стандартов (методологий) моделирования (IDEF, UML, ARIS) на различных стадиях реинжиниринга бизнес-процессов и проектирования информационной системы [Текст] / Ю.Ф. Тельнов // Сб. тр. II Всерос. практич. конф. Стандарты в проектах современных информационных систем. – М.: Открытые системы, 2002.

17. **Uschold, M.** The Enterprise Ontology [Текст] M. Uschold, M. King, S. Moralee [et al.]// The Knowledge Engineer Review. – 1998. – Vol. 13 (1). – P. 31–89.

18. **Gruninger, M.** Ontologies to support process integration in enterprise engineering [Текст] / M. Gruninger, K. Atefi, M. Fox // Computational and Mathematical Organization Theory. – 2000. – № 6. – P. 381–394.

19. **Hepp, M.** An Ontology Framework for Semantic Business Process Management [Текст] / M. Hepp, D. Roman // Proc. of Wirtschaftsinformatik. – Karlsruhe, 2007.

20. **Гаврилова, Т.А.** Об одном подходе к онтологическому инжинирингу [Текст] / Т.А. Гаврилова // Новости искусственного интеллекта. – 2005. – № 3. – С. 25–31.

21. **Григорьев, Л.Ю.** Автоматизированная система поддержки организационного проектирования на основе онтологий [Текст] / Л.Ю. Григорьев, Д.В. Кудрявцев // Тр. междунар. конф. AIS/CAD '08, 3–10 сент. 2008. – М.: Физматлит, 2008. – С. 129–136.

22. **Кудрявцев, Д.В.** Разработка моделей и методов обработки знаний в области организационного проектирования на основе онтологий: Дисс. ... канд. техн. наук [Текст] / Д.В. Кудрявцев. – СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2009. – 172 с.

23. **Studer, R.** Knowledge Engineering: Principles and Methods [Текст] / R. Studer, R. Benjamins, D. Fensel // Data and Knowledge Engineering. – 1998. – Vol. 25 (1-2). – P. 161–197.

24. **Григорьев, Л.Ю.** Менеджмент по нотам. Технология построения эффективных компаний [Текст] / Л.Ю. Григорьев (редактор), С.Л. Горелик, Д.В. Кудрявцев [и др.]. – М.: Альпина Паблишерз, 2010. – 692 с.

25. ВШЭ Эталонные модели организации деятельности в государственном секторе: Отчет по НИР [Текст] / ИПГМУ ВШЭ. – Бизнес-Инжиниринг Групп, 2006. – 326 с.

26. **Kudryavtsev, D.** Systemic approach towards enterprise functional decomposition [Электронный ресурс] / D. Kudryavtsev, L. Grigoriev // In proc. of the workshop Convergence of Business Architecture, Business Process Architecture, Enterprise Architecture and Service Oriented Architecture within the 13th IEEE Conf. on Commerce and Enterprise Computing (CEC). – Luxembourg, Sept. 5–7 2011. – P. 310–317. – Режим доступа: [http://ieeexplore.ieee.org/xpl/freeabs\\_all.jsp?arnumber=6046993](http://ieeexplore.ieee.org/xpl/freeabs_all.jsp?arnumber=6046993)

27. **Григорьев, Л.Ю.** Визуальный язык классификаторов и проекций для разработки баз знаний [Текст] / Л.Ю. Григорьев, Д.В. Кудрявцев // Тр. XII Национальной конф. по искусственному интеллекту (КИИ-2010). – Тверь, 2010. – Т. 2.

28. **Кудрявцев, Д.В.** Настройка форм для визуального наполнения онтологий [Текст] / Д.В. Кудрявцев // Сб. тр. конф. Управление знаниями и технологии семантического веба. – 2010. – СПб.: Изд-во СПбГУИТМО, 2010. – С. 135–142.

29. Бизнес-Инжиниринг Групп. Моделирование деятельности органов власти, государственных и муниципальных организаций [Текст] / Отчеты о НИОКР по заказу Министерства эконом. развития и торговли. – Бизнес-Инжиниринг Групп, 2006.

30. **Кудрявцев, Д.В.** Организационное моделирование на основе онтологий: от бизнеса к государству [Текст] / Д.В. Кудрявцев, Л.Ю. Григорьев // Тр. X Российской науч.-практич. конф. Реинжиниринг бизнес-процессов на основе современных информационных технологий. Системы управления знаниями, 17–18 апр. 2007. – М., 2007. – С. 151–156.

31. **Кудрявцев, Д.В.** Административное моделирование на основе онтологий [Текст] / ДВ. Кудрявцев, Л.Ю. Григорьев, В.В. Кислова [и др.] // Вопросы государственного и муниципального управления. –2009. –№ 1. –С. 157–169.

32. **Grigoriev, L.** Using ORG-Master for knowledge based organizational change [Текст] / L. Grigoriev, D. Kudryavtsev, V. Kislova [et al.] // International J. Information Theories & Applications. –2006. –Vol.13. –№ 2. –P. 131–138.



## ОЦЕНКА ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ ИНВАРИАНТНОЙ СИСТЕМЫ СВЯЗИ С ДВУХЗНАЧНОЙ АМПЛИТУДНОЙ МОДУЛЯЦИЕЙ

Общая теория инвариантных систем связи [1] находится в стадии развития. Суть этой теории состоит в использовании для передачи информации значений инвариантов группы преобразований, описывающей изменения сигналов в канале связи.

Так, например, все множество линейных каналов связи характеризуется аффинной группой преобразований с основным инвариантом в форме отношения длин векторов сигналов одинакового направления. На базе этого инварианта в [1] синтезирована инвариантная амплитудная модуляция, позволяющая (теоретически) без искажений передавать информацию по линейным каналам с неизвестными параметрами. Разумеется, при наличии белого шума в силу его особых свойств абсолютной инвариантности обеспечить невозможно [2]. В опубликованных до настоящего времени работах приведены результаты исследования инвариантных систем связи для каналов с постоянными параметрами. Однако на практике широко распространены каналы со случайными параметрами, изменяющимися во времени.

В связи с этим представляет научный и практический интерес оценка верности передачи информации инвариантной системой связи по линейному каналу со случайными параметрами. Для начала исследуем систему, использующую канал с общими (гладкими) замираниями [3].

### Анализ функционирования инвариантной системы связи с гладкими замираниями сигналов в канале

Влияние гладких замираниях на передаваемые сигналы может быть записано следующим образом [3]:

$$s'_{\text{вых}}(t) = \mu(t)s_{\text{вых}}(t), \quad (1)$$

где  $s_{\text{вых}}(t)$  – выходной сигнал канала без замира-

ний;  $\mu(t)$  – величина случайного коэффициента передачи канала, обусловленного гладкими замираниями в момент  $t$ .

Пусть в инвариантной системе связи информация передается блоками, состоящими из  $n$  сигналов. В начале блоков передается опорный сигнал  $s_{\text{оп}}(t)$ , вслед за ним – информационные сигналы  $s_i(t) = J_i \cdot s_{\text{оп}}(t)$  ( $J_i$  – величина информационного элемента, передаваемого в  $i$ -й интервал времени).

На выходе канала будут наблюдаться сигналы, искаженные гладкими замираниями:

$$s'_{\text{опвых}}(t) = \mu_{\text{оп}}(t)s_{\text{опвых}}(t); \quad (2)$$

$$s'_{i\text{вых}}(t) = \mu_i(t)s_{i\text{вых}}(t), \quad (3)$$

где  $\mu_{\text{оп}}(t)$  – реализация гладких замираний на интервале передачи опорного сигнала;  $\mu_i(t)$  – реализация гладких замираний на интервале передачи  $i$ -го информационного сигнала.

Для выполнения на приемной стороне процедуры оценки величин информационных элементов в соответствии с алгоритмом инвариантной амплитудной демодуляции [1] необходимо вычислить оценки длин векторов сигналов  $s'_{\text{опвых}}(t)$  и  $s'_{i\text{вых}}(t)$ :

$$|\hat{s}'_{\text{опвых}}| = \sqrt{\sum_{j=1}^m (s'_{j\text{опвых}})^2 \mu_{j\text{оп}}^2}, \quad (4)$$

$$|\hat{s}'_{i\text{вых}}| = \sqrt{\sum_{j=1}^m (s'_{ji\text{вых}})^2 \mu_{ji}^2}. \quad (5)$$

Здесь  $m$  – число временных отсчетов сигнала;  $j$  – порядковый номер временного отчета.

Далее рассмотрим ситуацию, когда за время передачи одного сигнала изменениями  $\mu(t)$  можно пренебречь, (но нельзя пренебречь изменениями  $\mu(t)$  в пределах блока сигналов). Тогда (4) и (5) можно записать в виде

$$\left| \overline{s}_{\text{оп,вых}}' \right| = \mu_{\text{оп}} \left| \overline{s}_{\text{оп,вых}} \right|;$$

$$\left| \overline{s}_{\text{вых}}' \right| = \mu_i \left| \overline{s}_{\text{вых}} \right| = \mu_i J_i \left| \overline{s}_{\text{оп,вых}} \right|.$$

Здесь  $\mu_{\text{оп}}$  и  $\mu_i$  – величины гладких замираний во время передачи опорного и  $i$ -го информационно-го сигналов.

При этом, как следует из алгоритма инвариантной амплитудной демодуляции [1], оценка информационных элементов  $\hat{J}_i$  будет равна

$$\begin{aligned} \hat{J}_i &= \frac{\left| \overline{s}_{\text{вых}}' \right|}{\left| \overline{s}_{\text{оп,вых}}' \right|} = \frac{\mu_i}{\mu_{\text{оп}}} J_i = \left( 1 + \frac{\Delta\mu}{\mu_{\text{оп}}} \right) J_i = \\ &= J_i + \frac{\Delta\mu}{\mu_{\text{оп}}} J_i = J_i + \Delta J_i, \end{aligned}$$

где  $\Delta\mu$  – величина изменения  $\mu(t)$  за время между передачей опорного и  $i$ -го информационного сигналов, приводящая к появлению погрешности расчета  $\Delta J_i$  значения информационного элемента.

Из последнего выражения следует необходимость уменьшения величины  $\Delta\mu$  для минимизации  $\Delta J_i$ .

Как правило,  $\mu(t)$  является монотонно изменяющейся функцией времени [3]. Тогда минимизацию  $\Delta\mu$  можно обеспечить, уменьшая интервал времени между передачей опорного и информационного сигналов. В пределе это означает использование в качестве опорного сигнала предыдущего информационного сигнала. При этом алгоритмы модуляции и демодуляции получат вид:

$$s_i(t) = J_i s_{i-1}(t); \quad (6)$$

$$\hat{J}_i = \left| \hat{s}_i \right| / \left| \hat{s}_{i-1} \right|. \quad (7)$$

Однако при практической реализации алгоритма модуляции (6) возникает проблема неограниченного возрастания амплитуд информационных сигналов  $s_i(t)$  при величинах  $J_i > 1$ .

#### Двухзначная инвариантная амплитудная модуляция и анализ помехоустойчивости приема информационных элементов

Для устранения проблемы неограниченного возрастания амплитуд информационных сигналов предлагается «двухзначная» инвариантная амплитудная модуляция (ДИАМ). Суть ее состоит в следующем.

Пусть динамический диапазон канала ограничен величиной  $D_{\text{max}}$ , информационные элементы

Пример соответствий  $J_i$ ,  $J_i'$  и  $J_i''$

| $J_i$ | $J_i'$ | $J_i''$ |
|-------|--------|---------|
| 1     | 1,4    | 0,7     |
| 2     | 1,6    | 0,6     |
| 3     | 2      | 0,5     |

$J_i$  могут принимать целочисленные значения в пределах от 1 до  $k$  ( $1 \leq J_i \leq k$ ). Поставим в соответствие каждому из  $k$  значений  $J_i$  два множителя  $J_i' > 1$  и  $J_i'' < 1$ . Пусть, например,  $k = 3$ . Тогда для передачи значений  $J_i'$  можно использовать, например, следующие соответствия, приведенные в таблице.

Выбор  $J_i'$  и  $J_i''$  определяется из условия  $J_i' \cdot J_i'' \approx 1$ , что обеспечивает «баланс» увеличения и уменьшения амплитуд сигналов.

Алгоритм модуляции (6) реализуется одним из двух вариантов вычислений:

$$s_i(t) = J_i' s_{i-1}(t) \quad (8)$$

или

$$s_i(t) = J_i'' s_{i-1}(t). \quad (9)$$

Выбор варианта осуществляется, во-первых, исходя из условия обеспечения  $s_i(t)_{\text{max}} \leq D_{\text{max}}$ , а, во-вторых, из условия максимизации  $s_i(t)$  для того, чтобы обеспечить наибольшую помехоустойчивость к белому шуму. Это реализуется следующим образом. Вначале выбирается алгоритм (8) и проверяется, не превышает ли  $s_i(t)_{\text{max}}$  величины  $D_{\text{max}}$ . В случае, если  $s_i(t)_{\text{max}} > D_{\text{max}}$ , расчет  $s_i(t)$  осуществляется по формуле (9). Таким образом, сигналы  $s_i(t)$  будут иметь максимально возможную амплитуду, не выходящую за пределы  $D_{\text{max}}$ .

Разумеется, такой усложненный алгоритм модуляции усложняет и алгоритм демодуляции. Теперь после вычисления оценок  $\hat{J}_i'$  или  $\hat{J}_i''$  необходимо принять решение о величине  $J_i$ , используя таблицу.

Для обеспечения максимальной помехоустойчивости требуется оптимизировать процедуру вычисления оценок  $J_i'$  и  $J_i''$ , для минимизации среднеквадратического отклонения принятых информационных элементов  $\hat{J}_i$  от переданных  $J_i$  при наличии в канале белого шума  $\xi(t)$  с мощностью  $\sigma^2(\xi)$ .

Как принято в ДАИМ, каждое  $j$ -е значение  $J_{i,j}$  ( $1 \leq j \leq k$ ) может передаваться одним из двух значений  $J_{i,j}'$  или  $J_{i,j}''$ . При этом вероятность правильного приема  $J_{i,j} - D(J_{i,j})$  определяется вероятностями правильного приема  $J_{i,j}'$  и  $J_{i,j}''$ ,



то есть  $D(J'_{i,j})$  и  $D(J''_{i,j})$ :

$$D(J_{i,j}) = P(J'_{i,j})D(J'_{i,j}) + P(J''_{i,j})D(J''_{i,j}).$$

Здесь  $P(J'_{i,j})$  и  $P(J''_{i,j})$ , соответственно, обозначают вероятности использования множителей  $J'_{i,j}$  и  $J''_{i,j}$  при передаче значений  $J_{i,j}$ .

При большом числе переданных информационных элементов  $J_i$  ( $n \rightarrow \infty$ ) можно принять, что  $P(J'_{i,j}) \approx P(J''_{i,j}) \approx 0,5$ . Тогда

$$D(J_{i,j}) \approx 0,5[2 - (P_{\text{ош}}(J'_{i,j}) + P_{\text{ош}}(J''_{i,j}))],$$

где  $P_{\text{ош}}(J'_{i,j})$  и  $P_{\text{ош}}(J''_{i,j})$  – вероятности ошибочного приема значений  $J'_{i,j}$  и  $J''_{i,j}$ .

Из последней формулы следует необходимость минимизации суммы вероятностей ошибочного приема  $P_{\text{ош}}(J'_{i,j})$  и  $P_{\text{ош}}(J''_{i,j})$ . Для определения условий минимизации суммы  $P_{\text{ош}}(J'_{i,j})$  и  $P_{\text{ош}}(J''_{i,j})$  вначале найдем выражение для двумерной условной плотности вероятности  $W\left(\frac{J^{(*)}}{|\hat{s}_i|, |\hat{s}_{i-1}|}\right)$ .

Для упрощения решения этой задачи предположим, что в инвариантной системе связи используются сигналы, допускающие их прием методом однократного отсчета, т. е.  $|\hat{s}_i|$  и  $|\hat{s}_{i-1}|$  равны величинам оценок однократных отсчетов  $s_i(t)$  и  $s_{i-1}(t)$ :  $\hat{s}_i$  и  $\hat{s}_{i-1}$ .

Тогда на выходе делителя демодулятора ДИАМ-сигналов будут поступать случайные величины  $c_i = s_i + \xi_i$  (числитель в (7)) и  $d_i = s_{i-1} + \xi_{i-1}$  (знаменатель в (7)). Здесь  $\xi_i$  и  $\xi_{i-1}$  обозначают отсчеты белого шума, воздействующие на информационные сигналы при передаче  $i$ -го и  $i-1$ -го информационных элементов.

Случайные числа  $c_i$  и  $d_i$  можно считать независимыми как отсчеты белого шума с независимыми слагаемыми  $s_i$  и  $s_{i-1}$ . Независимость этих слагаемых определяется предполагаемой независимостью значений  $J_i$ .

Далее процедура решения данной задачи, по существу, совпадает с процедурой решения похожей задачи, приведенной в [2]. Отличие состоит в том, что в качестве опорного сигнала используется предыдущий информационный сигнал. Окончательное выражения для  $w\left(\frac{\hat{J}^{(*)}}{\hat{s}_i, \hat{s}_{i-1}}\right)$  имеет вид

$$w\left(\frac{\hat{J}^{(*)}}{\hat{s}_i, \hat{s}_{i-1}}\right) = R \int_{-\infty}^{\infty} |\hat{s}_{i-1}| \cdot \exp[-ax^2 - bx] dx, \quad (10)$$

где  $R = \frac{1}{2\pi\sigma^2(\xi)} \exp[-0,5(\hat{s}_{i-1}^2 + \hat{s}_i^2)\sigma^2(\xi)]$ ;

$$a = \frac{[1 + \hat{J}_i^{(*)}]}{2\sigma^2(\xi)}; \quad b = \frac{\hat{s}_{i-1}^2 + \hat{s}_i \hat{J}_i^{(*)}}{\sigma^2(\xi)}.$$

В [4] доказано, что вычисление интеграла (10) с достаточной для практики погрешностью (погрешность не превышает 0,001) может быть заменено расчетами по формуле

$$w\left(\frac{\hat{J}_i^{(*)}}{\hat{s}_i, \hat{s}_{i-1}}\right) = R \frac{a}{b} \sqrt{\frac{\pi}{a}} \cdot \exp\left(\frac{b^2}{a}\right). \quad (11)$$

Выражения (10) и (11) оптимизируют процедуру вычисления оценок  $\hat{J}_i^{(*)}$ , поскольку позволяют определить наиболее правдоподобное значение  $J_i^{(*)}$ . Для этого достаточно вычислить

$w\left(\frac{\hat{J}_i^{(*)}}{\hat{s}_i, \hat{s}_{i-1}}\right)$  для всех используемых величин  $J_i^{(*)}$  и выбрать то значение  $J_i^{(*)}$ , при котором  $w\left(\frac{\hat{J}_i^{(*)}}{\hat{s}_i, \hat{s}_{i-1}}\right)$  имеет большую величину.

После определения наиболее правдоподобного значения  $J_i^{(*)}$  в таблице отыскивается соответствующая величина принятого информационного элемента  $J_i$ .

Методом имитационного моделирования исследована помехоустойчивость системы связи с двухзначной инвариантной амплитудной модуляцией в условиях воздействия белого шума. В качестве меры качества приема информационных элементов использовалось среднеквадратическое отклонение переданных информационных элементов  $J_i$  от принятых  $\hat{J}_i$ :

$$\text{СКО} = \frac{\sum_{i=1}^n (J_i - \hat{J}_i)^2}{\sum_{i=1}^n J_i^2}.$$

Здесь  $n$  – число переданных информационных элементов.

Величина  $n$  выбиралась таким образом, чтобы обеспечить погрешность оценки СКО не ниже 10 % при доверительной вероятности, равной 0,8. В начале исследования проводились для канала с постоянными параметрами. Результаты приведены на рис. 1 (кривая 1)

Для сравнения моделировалась еще и система связи с инвариантной амплитудной модуляцией с блочной передачей и усреднением оценок опорных сигналов [2]. В этой системе информация передавалась блоками по 100 сигналов. В начале каждого блока используется опорный сигнал с амплитудой, равной единице (кривая 2).

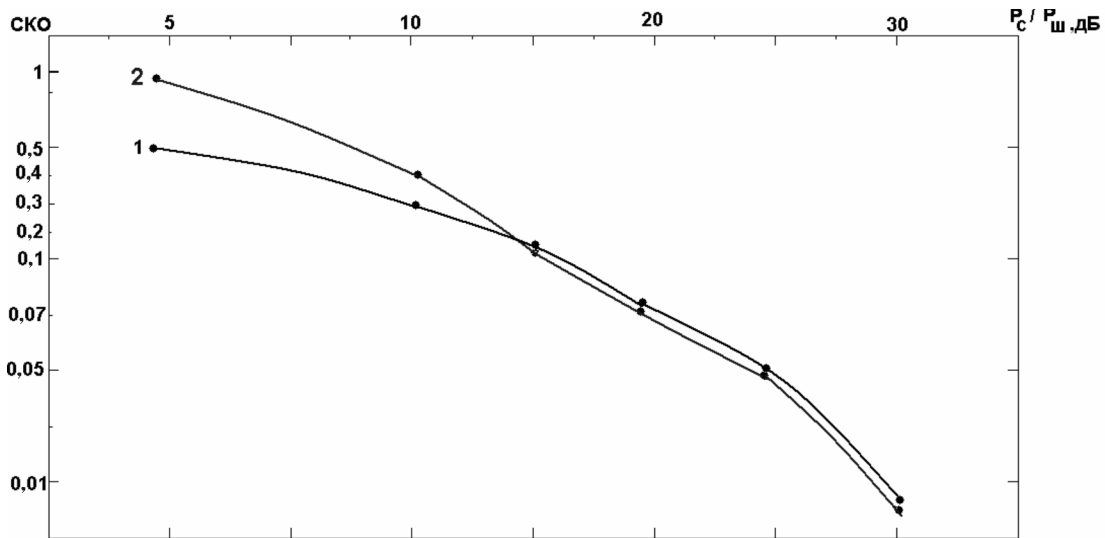


Рис. 1. Кривые помехоустойчивости приема информационных элементов в инвариантных системах связи при передаче сообщений по каналу с постоянными параметрами

Кривая 1 – инвариантная система связи с ДИАМ; кривая 2 – инвариантная система связи с блочной передачей

Как следует из полученных результатов, в рабочем диапазоне отношения сигнал/шум, начинающимся приблизительно от 15 дБ, помехоустойчивость инвариантной системы связи с ДИАМ незначительно уступает помехоустойчивости инвариантной системы связи с блочной передачей.

Выигрыш в помехоустойчивости относительно инвариантной системы с блочной передачей в области малых отношений сигнал–помеха объясняется искажением опорных сигналов помехами, что приводит к погрешности вычисления оценок информационных элементов в пределах всего блока сигналов.

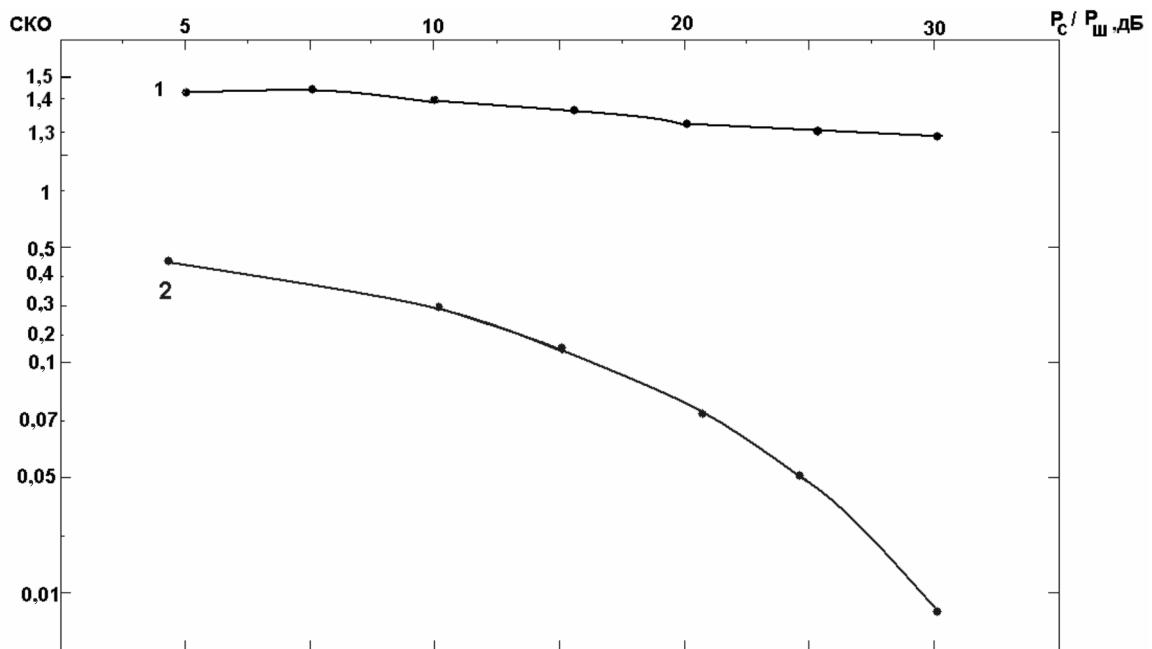


Рис. 2. Кривые помехоустойчивости приема информационных элементов в инвариантных системах связи при передаче сообщений по каналу с переменными параметрами

График 1 – инвариантная система связи с блочной передачей с накоплением и усреднением оценок опорных сигналов; график 2 – инвариантная система связи с ДИАМ



Далее исследования проводились для канала с переменными параметрами. При проведении эксперимента в условиях канала с переменными параметрами (с гладкими замираниями) инвариантная система связи с ДИАМ имеет существенный выигрыш в помехоустойчивости по сравнению с системой, в которой применялась инвариантная амплитудная модуляция с блочной передачей и усреднением оценок опорных сигналов (рис. 2). В эксперименте моделировался канал связи с белым шумом и изменяющимся линейно во времени коэффициентом передачи  $K$  ( $0,5 \leq K \leq 1,5$ ). Изменения коэффициента передачи в указанных пределах происходили за время передачи 100 блоков длиной 100 единичных интервалов.

Как и следовало ожидать, в проведенном эксперименте инвариантная система связи с ДИАМ обеспечила существенное снижение СКО относительно инвариантной системы с блочной переда-

чей. В диапазоне изменения отношения сигнал-шум от 5 дБ до 30 дБ СКО уменьшилось от трех до десяти раз.

Применение для передачи информации по линейному каналу с переменными параметрами и белым шумом предлагаемой двухзначной инвариантной амплитудной модуляции позволяет уменьшить среднеквадратическую погрешность приема информационных элементов по сравнению с инвариантной системой связи, в которой используется блочная передача с усреднением оценок опорного сигнала.

Полученные выражения для расчета условной плотности вероятности величин оценок множителей  $\hat{J}'_i$  и  $\hat{J}''_i$  позволяют находить наиболее правдоподобные значения передаваемых информационных элементов и минимизировать погрешность их приема.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лебедев, В.В. Разработка и исследование методов анализа и синтеза инвариантных систем связи. Дис. ... д-ра техн. наук [Текст] / В.В. Лебедев. – Новосибирск: Изд-во СибГУТИ, 1995. – 360 с.
2. Лебедев, В.В. Анализ помехоустойчивости инвариантной системы связи при разных методах вычисления оценок информационных элементов [Текст] / В.В. Лебедев, Е.В. Морозов // Научно-технические ведомости СПбГПУ. – 2011. – № 3 (126). – С. 7–11.
3. Финк, Л.М. Теория передачи дискретных сообщений [Текст] / Л.М. Финк. – М.: Сов. радио, 1970. – 728 с.
4. Качан, Д.С. О приближенном вычислении помехоустойчивости инвариантной системы связи [Текст] / Д.С. Качан // Информатика и проблемы телекоммуникации: Российская науч.-тех. конф. Матер. конф. – Новосибирск, 2010. – 133 с.

УДК 621.396.13

В.А. Варгаузин, И.А. Цикин

### СРАВНИТЕЛЬНАЯ ЭФФЕКТИВНОСТЬ СОВРЕМЕННЫХ СИГНАЛЬНО-КОДОВЫХ КОНСТРУКЦИЙ В СИСТЕМАХ РАДИОСВЯЗИ

Важнейшими характеристиками любой системы радиосвязи являются энергетическая и спектральная эффективность. В качестве универсального показателя энергетической эффективности систем цифровой радиосвязи принято рассматривать величину  $h_b^2 = E_b/N_0$ , характеризующую энергетические затраты  $E_b$  на передачу одного бита информации для обеспечения величины  $p_b$  средней вероятности ошибочного приема одно-

го символа передаваемого сообщения не выше заданного значения в условиях воздействия аддитивного белого гауссовского шума со спектральной плотностью средней мощности  $N_0/2$ . В качестве показателя спектральной эффективности  $\gamma$  обычно рассматривается удельная скорость передачи информации, определяемая как отношение  $\gamma = I'/F$  (бит/с/Гц) скорости передачи информации  $I'$  к ширине полосы занимаемых частот  $F$ .



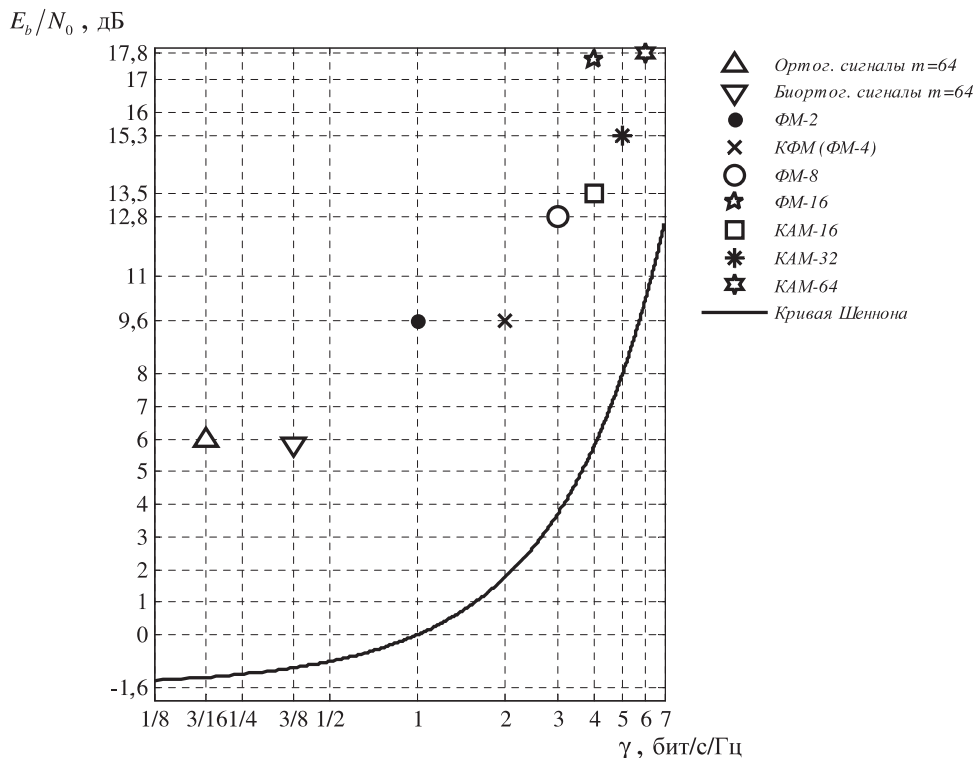


Рис. 1. Показатели энергетической и спектральной эффективности при передаче без кодирования

Связь показателей энергетической и спектральной эффективности для предельного случая передачи со скоростью, равной пропускной способности непрерывного канала, как известно, определяется соотношением [1]:

$$h_b^2 = \frac{2^\gamma - 1}{\gamma}.$$

Соответствующая зависимость (*граница Шеннона*) иллюстрируется кривой на рис. 1.

Здесь же приведены значения рассматриваемых показателей эффективности при различных методах передачи без кодирования, соответствующие величине  $p_b = 10^{-5}$ . Видно, что даже при значительной величине  $m$  объема алфавита ортогональных или биортогональных сигналов (практически то же и для симплексного ансамбля сигналов) результаты весьма далеки от предельных, хотя показатели эффективности при таком выборе сигналов, как известно, с ростом значения  $m$  асимптотически приближаются к границе Шеннона.

Выбор двоичного метода фазовой модуляции ФМ-2, минимизирующий значение  $p_b$  при оптимальном поэлементном приеме, тем не менее приводит к дополнительным (по отношению к ортогональному ансамблю  $m = 64$ ) ощутимым

энергетическим потерям (около 3,6 дБ), существенно повышая спектральную эффективность, хотя и достигая всего лишь значения  $\gamma = 1$ . Стремление значительно увеличить значение  $\gamma$  путем использования многопозиционной фазовой модуляции (МФМ) вида ФМ-4, ФМ-8, ФМ-16 и т. п., за исключением случая ФМ-4 (метод квадратурной фазовой модуляции КФМ), приводит к катастрофическим энергетическим потерям, уровень которых удастся несколько снизить путем перехода к методу квадратурной амплитудной модуляции КАМ (КАМ-8, КАМ-16 и т. д.).

Использование помехоустойчивого кодирования может привести к повышению энергетической эффективности, однако в условиях сохранения заданной скорости передачи информации требует преобразования частоты следования двоичных символов исходных сообщений в более высокую частоту следования кодовых символов, зависящую от скорости кода  $R$ , что, при заданном виде модуляции, сопровождается снижением спектральной эффективности.

В то же время во многих случаях возникает задача существенного повышения именно спектральной эффективности, что, очевидно, за редким исключением (как, например, в случае ФМ-4)

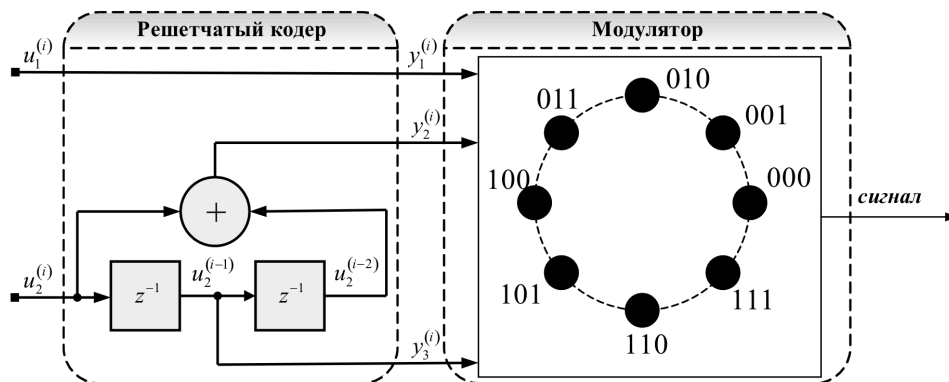


Рис. 2. Устройство формирования СКК на основе РКМ

привело бы к резкому снижению энергетической эффективности. Достичь разумного компромисса между указанными требованиями оказывается возможным путем использования составных сигналов, элементарные сигналы которых построены на основе спектрально-эффективных видов модуляции типа МФМ и КАМ, в сочетании с введением избыточности в передаваемое сообщение методами канального кодирования [1]. При этом энергетическая эффективность системы передачи определяется непосредственно видом спектра взаимных евклидовых расстояний между сформированными составными сигналами, а кодирование и модуляцию уже нельзя рассматривать в отрыве друг от друга, и поэтому обычно говорят о некоторой единой процедуре *сигнального кодирования*, или *кодовой модуляции*, итогом которой является формирование *сигнально-кодových конструкций* – СКК [1].

Одним из наиболее распространенных видов СКК являются *решетчатые* СКК, формируемые в результате *решетчато-кодовой модуляции* – РКМ (trellis coded modulation – TCM) [2]. Рассмотрим устройство, включающее сверточный («решетчатый») кодер и модулятор с ансамблем из  $m'$  элементарных сигналов. Пусть кодер отображает группу из  $k$  входных символов в группу из  $n$  кодовых символов. Учитывая, что при сверточном кодировании возможно формирование любой из  $2^n$  таких  $n$ -разрядных групп, выберем  $n = \log_2 m'$ . Спектральная эффективность такой конструкции, очевидно, определяется выражением  $\gamma = R \log_2 m'$ .

В общем случае кодер включает  $v$  ячеек памяти и имеет  $Q = 2^v$  состояний. Находясь в текущем состоянии в момент времени  $t_i$ , кодер генерирует одну из  $2^n$  возможных  $n$ -разрядных комбинаций  $y_1^{(i)} y_2^{(i)} \dots y_n^{(i)}$ , вид которой определяет выбор мо-

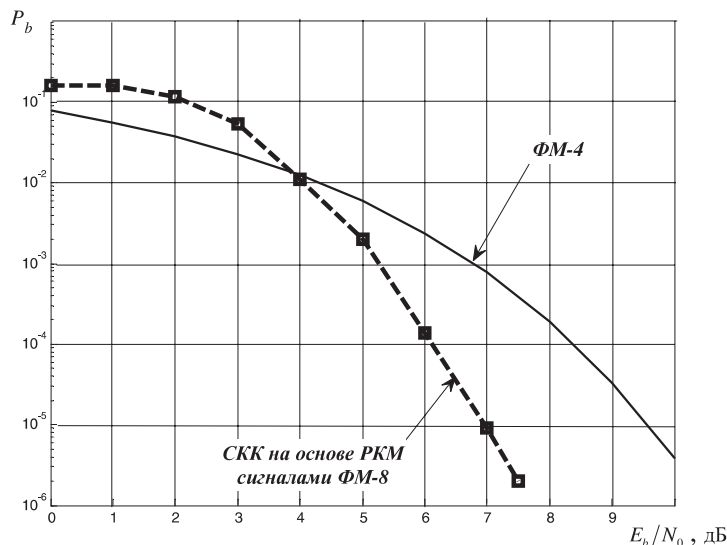


Рис. 3. Сравнение РКМ на основе ФМ-8 с передачей без кодирования

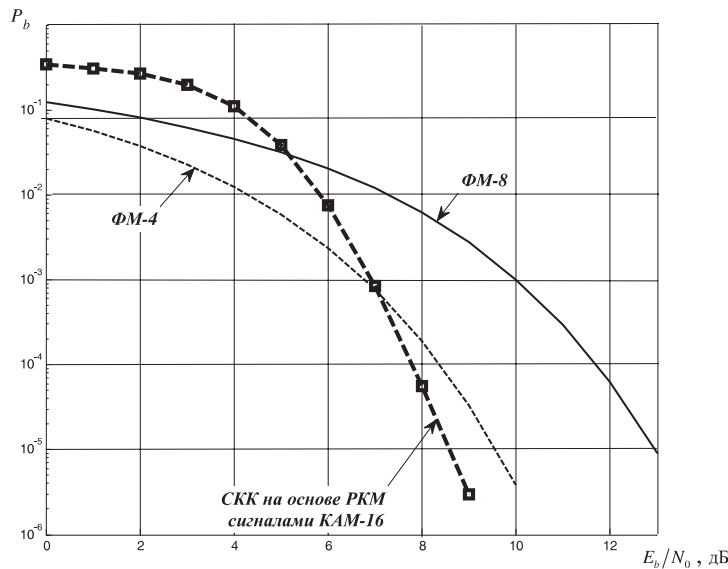


Рис. 4. Сравнение РКМ на основе КАМ-16 с передачей без кодирования

дулятором одного конкретного из  $m'$  элементарных сигналов. После этого кодер переходит в новое состояние, которое становится текущим для момента времени  $t_{i+1}$  и т. д. Вид такого устройства формирования СКК на основе РКМ при использовании ансамбля элементарных сигналов ФМ-8 приведен на рис. 2 для случая  $Q = 4$ ,  $n = 3$ ,  $k = 2$ . Здесь  $u_1^{(i)}u_2^{(i)}$  – двоичные символы, поступающие в момент времени  $t_i$  на вход кодера. Значения фазы формируемого сигнала условно изображены черными кружками и соответствуют кодовым комбинациям  $y_1^{(i)}y_2^{(i)} \dots y_n^{(i)}$ .

На рис. 3 приведены результаты моделирования зависимостей  $p_b$  от  $E_b/N_0$  для рассматриваемой СКК, а также соответствующая зависимость для передачи методом без кодирования при том же значении удельной скорости передачи  $\gamma = 2$  (ФМ-4). Аналогичные зависимости для случая использования СКК на основе решетчатого кодера с параметрами  $Q = 8$ ,  $n = 4$ ,  $k = 3$  и ансамбля сигналов КАМ-16 приведены на рис. 4, где также сравнение производится с передачей без кодирования при той же удельной скорости передачи  $\gamma = 3$  (ФМ-8).

Как видно из приведенных зависимостей, применение РКМ позволяет получить ощутимое снижение энергетических потерь, вызванных применением спектрально-эффективных методов модуляции без кодирования. Тем не менее представляет интерес сравнение эффективности таких СКК на диаграммах, аналогичных изображенным на рис. 1. Как понятно из результатов моделирова-

ния, приведенных на рис. 5, усложнение кодирующего устройства (увеличение числа ячеек памяти  $\nu$ ) при РКМ незначительно сказывается на энергетической эффективности. Во всяком случае, выбор значений  $\nu$  более 2...3 не дает ощутимого эффекта. Кроме того, следует признать, что показатели эффективности РКМ весьма далеки от потенциально возможных, определяемых границей Шеннона.

Обратим внимание, что решетчатый кодер, по сути, является  $m'$ -ичным кодером. В этой связи, в принципе, вполне естественно для построения СКК использование хорошо известного недвоичного блочного кода Рида–Соломона (РС) [1]. Например, применение кода РС в сочетании с методом модуляции КАМ-64 и кодировании двоичных сообщений относительно простым 64-ичным кодом РС вида (63, 53) обеспечивает значение  $p_b = 10^{-5}$  при  $E_b/N_0 \approx 14,3$  дБ. Такая СКК, имеющая спектральную эффективность  $\gamma = (53/63) \log_2 64 \approx 5,05$ , как видно из рис. 5, сравнима как по спектральной, так и по энергетической эффективности с РКМ на основе КАМ-64. В то же время, кодирование кодом РС в отличие от РКМ не учитывает взаимные евклидовы расстояния между сигналами КАМ-64.

Подобный метод блочного недвоичного кодирования можно обобщить и кодировать блок из  $K$  двоичных символов с помощью  $J = \log_2 m'$  двоичных компонентных кодеров [3] одной длины  $N$ , совместно формирующие  $m'$ -ичные символы. На рис. 6 приведено устройство формирования СКК,

где  $K = \sum_{j=1}^J K_j$ .

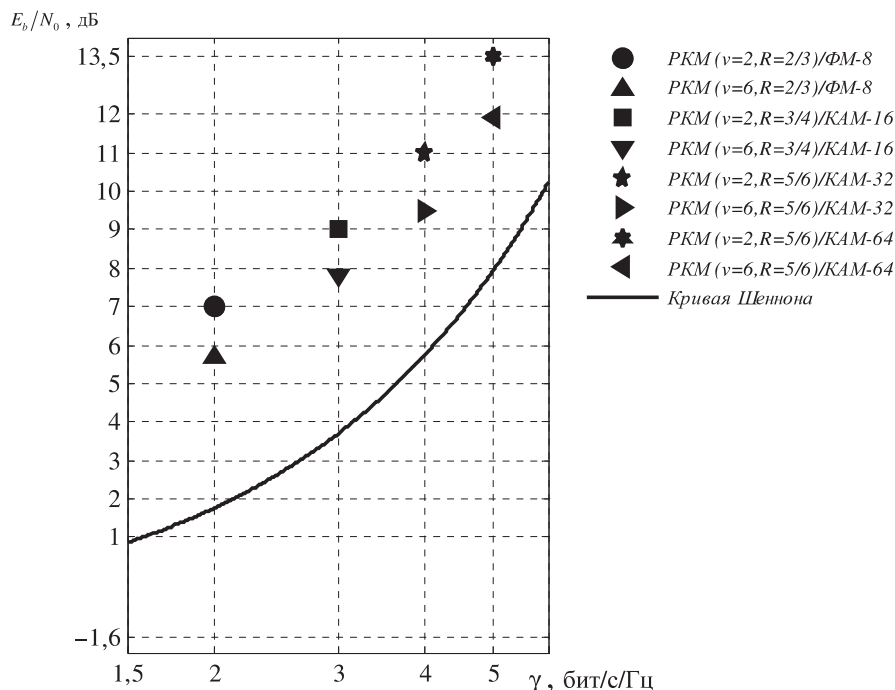


Рис. 5. Показатели энергетической и спектральной эффективности СКК на основе РКМ

Такая схема СКК позволяет формировать ансамбль из  $m = 2^K$  составных сигналов, каждый из которых содержит  $N$  элементарных сигналов. При этом выбор компонентных кодов и параметра  $K_j$  может быть основан на учете взаимных евклидовых расстояний между сигналами КАМ. На этом основано построение СКК, получивших название *многоуровневой кодовой модуляции* – МКМ (MultiLevel Coded Modulation – MLCM) [4]. В качестве компонентных могут использоваться любые блочные коды. Для иллюстрации на рис. 7 приведены показатели энергетической и спектральной эффективности СКК на основе МКМ, где в качестве компонентных кодов использованы турбокоды (ТК), построенные на основе рекурсивного сверточного кодера с  $v = 4$  ячейками памяти [5].

Как видно из рис. 7, подобные СКК обладают заметным энергетическим выигрышем по сравнению с СКК на основе РКМ, хотя их существенным недостатком является сложность реализации алгоритма декодирования, как правило, предполагающего использование большого числа компонентных декодеров. Например, МКМ с ТК для сигналов КАМ-64 требует использования пяти декодеров ТК.

Методы РКМ и МКМ основаны на учете кодером взаимных евклидовых расстояний ансамбля

сигналов модулятора. Альтернативным подходом, не учитывающим такие расстояния, как и в рассмотренном выше кодировании кодом РС в сочетании с КАМ, является применение кодирования, ориентированного на модуляцию сигналами ФМ-2 или ФМ-4, в сочетании с недвоичной модуляцией спектрально-эффективными сигналами МФМ и КАМ. Стимулом к этому, прежде всего, является обеспечение приемлемой сложности реализации декодирования на основе применения разработанных и широко используемых декодеров.

При этом двоичные кодовые символы перед модуляцией подвергаются операции перемежения, глубина которого определяется величиной  $\log_2 m'$ . Тогда на вход модулятора поступает поток двоичных канальных символов, которые можно приближенно считать статистически независимыми. При этом выбор каждого из  $m'$  сигналов модулятора производится с вероятностью, близкой к величине  $1/m'$ .

Кроме того, при указанных выше условиях выходные двоичные значения демодулятора могут образовываться путем принятия «мягких» независимых решений о каждом из  $\log_2 m'$  таких символов. В качестве «мягких» решений могут использоваться апостериорные вероятности символов. В результате, после деперемежения «мяг-

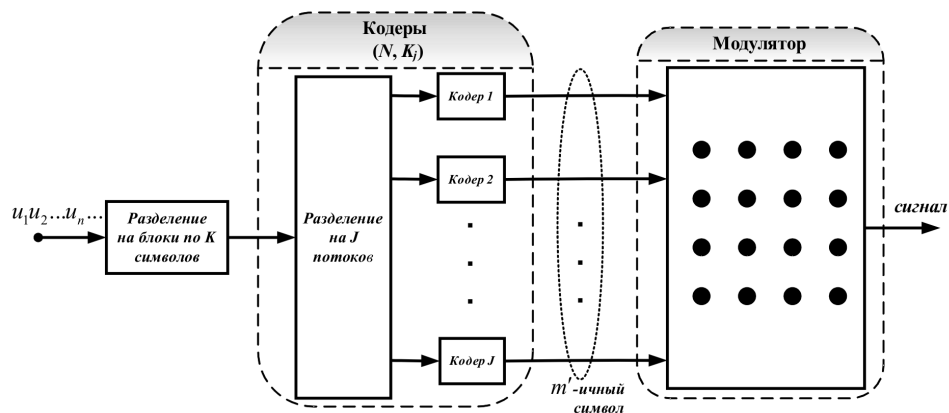


Рис. 6. Устройство формирования СКК на основе МКМ

ких» решений демодулятора на вход двоичного декодера поступает поток «мягких» решений о переданных двоичных кодовых символах. При этом, очевидно, что при прочих равных условиях является целесообразным использование кода Грея при модуляции. На этом основан метод [5], получивший название *кодовой модуляции с битовым перемежением* – КМБП (bit-interleaved coded modulation – BICM) (рис. 8).

Такой метод нашел широкое применение в современных системах связи благодаря наличию эффективных кодов и разработанных для них «стандартных» декодеров с «мягким» входом. К таким кодам, прежде всего, относят-

ся ТК и коды с малой плотностью проверок на четность (Low-Density Parity-Check – LDPC), или *низкоплотностные* – НП) коды [6]. Например, в цифровом телевизионном вещании стандартов DVB-T2, DVB-S2, DVB-C2 именно таким образом сочетаются модуляция МФМ и КАМ сигналами и двоичное кодирование НП кодом. Другим примером служит беспроводная система мобильного доступа стандарта IEEE 802.16e/m (Mobile WiMax/ WiMax2), где используется ТК.

В качестве примера на рис. 9 приведены результаты моделирования зависимостей  $p_b$  от  $E_b/N_0$  для КМБП с ТК стандарта IEEE 802.16e/m, а на

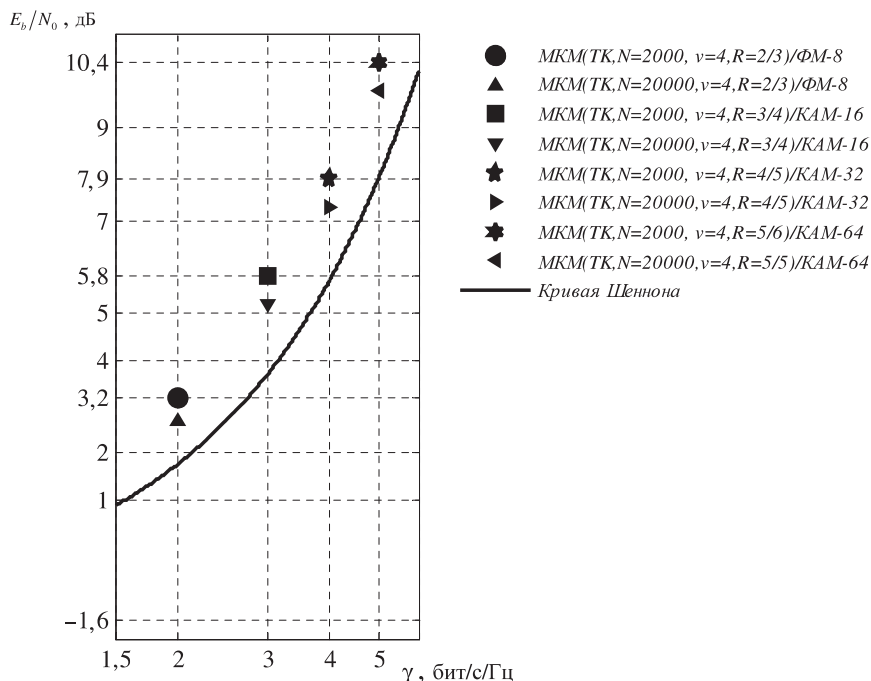


Рис. 7. Показатели энергетической и спектральной эффективности СКК на основе МКМ



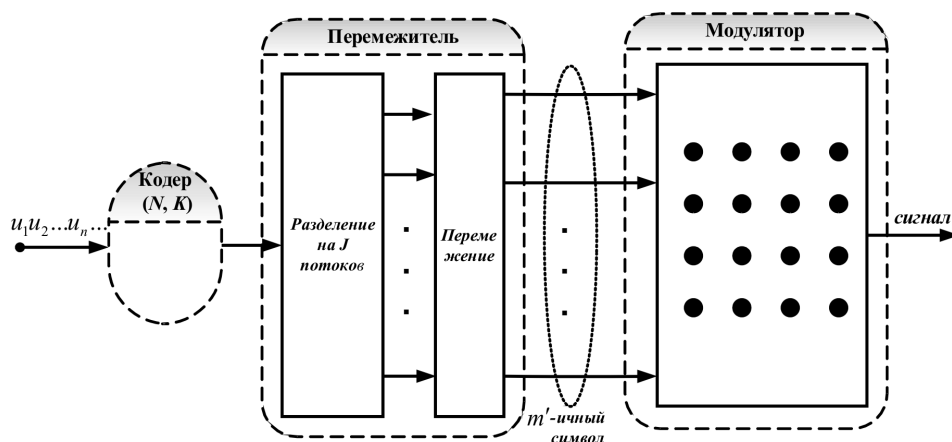


Рис. 8. Устройство формирования СКК на основе КМБП

рис. 10 – соответствующие показатели энергетической и спектральной эффективности.

Следует отметить, что результаты на рис. 10 приведены для  $N = 576$ , что значительно меньше, чем для МКМ на рис. 7, где  $N = 2000$  и  $N = 20\,000$ . Увеличение длины ТК, очевидно, повышает энергетическую эффективность и для КМБП. Например, в случае КМБП с ТК стандарта IEEE 802.16e/m при  $N = 51200$ ,  $\gamma = 2$  (КАМ-16,  $R = 1/2$ ) для достижения  $p_b = 10^{-5}$  требуется  $E_b/N_0 = 3,5$  дБ, что сравнимо с представленными

результатами для МКМ. Поэтому можно сделать вывод, что СКК на основе КМБП и ТК весьма незначительно уступают по энергетической эффективности конструкциям на основе МКМ, обеспечивая при этом ту же спектральную эффективность и являясь проще реализуемыми.

Итак, как показывает проведенный анализ, исторически сложившееся мнение о преимуществе СКК, основанных на использовании спектрально-эффективных методов модуляции

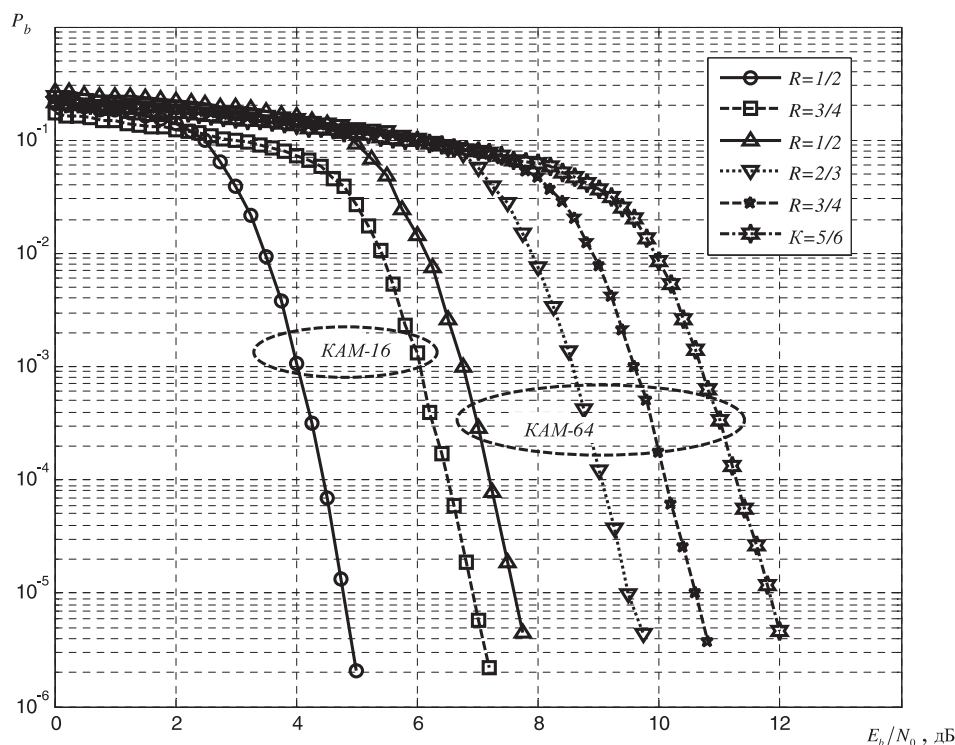


Рис. 9. Помехоустойчивость КМБП с ТК стандарта IEEE 802.16e/m

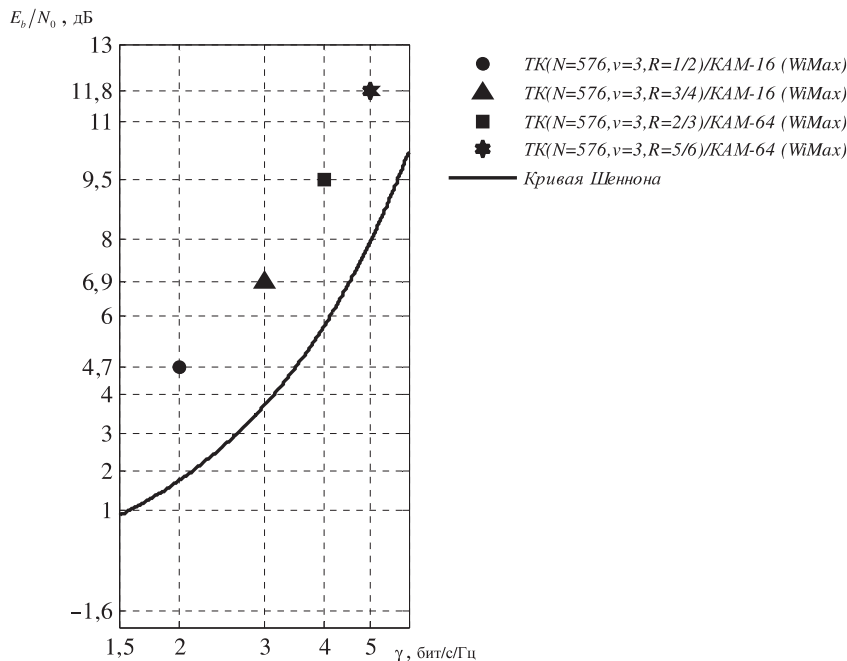


Рис. 10. Показатели энергетической и спектральной эффективности СКК на основе КМБП и ТК

МФМ и КАМ в сочетании с правилами кодирования, непосредственно обеспечивающими возможно большие значения минимального евклидова расстояния формируемых ансамблей сигналов, является безусловно верным. При этом широко распространенное мнение о преимуществах СКК именно на основе РКМ может быть скорректировано результатом проведенного выше анализа эффективности СКК на основе МКМ, поскольку в последнем случае удастся обеспечить эффективность, уже достаточно близкую к границе Шеннона.

С другой стороны, учет сложности реализации декодирующих устройств приводит к выводу о целесообразности рассмотрения альтернативных методов построения СКК, основанных на применении хорошо разработанных методов кодирования, ориентированных на модуляцию сигналами ФМ-2 или ФМ-4, в сочетании с МФМ и КАМ. К таким СКК относятся, например, конструкции на основе кодовой модуляции с битовым перемежением (КМБП) в сочетании с турбо-кодами или кодами с малой плотностью проверок на четность.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Волков, Л.Н. Основы цифровой радиосвязи: базовые методы и характеристики: Учеб. пособие [Текст] / Л.Н. Волков, М.С. Немировский, Ю.С. Шинаков. –М.: Эхо Трендз, 2005.
2. Склад, Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение [Текст] / Б. Склад; Пер. с англ. –М.: Изд. дом «Вильямс», 2003.
3. Зяблов, В.В. Высокоскоростная передача информации в реальных каналах [Текст] / В.В. Зяблов, Д.Л. Коробков, С.Л. Портной. –Радио и Связь, 1991. –288 с.
4. Wachsmann, U. Multilevel codes: Theoretical

concepts and practical design rules [Text] / U. Wachsmann, R.F.H. Fischer, J.B. Huber // IEEE Transactions On Information Theory. –July 1999. –Vol. 45. –№ 5. –Р. 1361–1391.

5. Золотарёв, В.В. Помехоустойчивое кодирование. Методы и алгоритмы: Справочник [Текст] / В.В. Золотарёв, Г.В. Овечкин. –М.: Горячая линия-Телеком, 2004.

6. Морелос-Сарагоса, Р. Искусство помехоустойчивого кодирования. Методы, алгоритмы, применение [Текст] / Р. Морелос-Сарагоса; Пер. с англ. –М.: Техносфера, 2005.

УДК 681.51:664.1(04)

*А.С. Солдатенков, А.Н. Потапенко, С.Н. Глаголев*

## **РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ АВТОМАТИЗИРОВАННЫМ ИНДИВИДУАЛЬНЫМ ТЕПЛОВЫМ ПУНКТОМ**

Известно, что использование автоматического регулирования в системах как централизованного, так и децентрализованного теплоснабжения позволяет повысить качество их функционирования и снизить потребление тепловой энергии. Например, в системах централизованного теплоснабжения это обеспечивается локальными системами автоматического регулирования (САР) в автоматизированных индивидуальных тепловых пунктах (ИТП), позволяющих выполнять качественно-количественное регулирование теплоносителя. Создание автоматизированных систем управления теплоснабжением зданием позволяет частично приблизить его к «интеллектуальным» [1, 2]. В работах [3–5] отмечается, что на основе автоматизированного ИТП здания можно получить экономию тепловой энергии до 30 % в переходные периоды отопительного сезона.

В [6] установлено, что для зданий с ограждающими конструкциями с сопротивлениями теплопередаче, не соответствующими нормативным, применение автоматизированной системы диспетчерского управления (АСДУ) процессом централизованного теплоснабжения комплекса зданий позволяет существенно снизить потребление тепловой энергии, но при условиях, если среднемесячные температуры воздуха выше среднестатистических температур в отопительный период (например, теплая зима), в противном случае эффект от внедрения автоматизированных систем заключается в отсутствии перерасхода теплотребления без применения капитальных затрат на утепление зданий, но в определенном температурном диапазоне. В то же время отмечено, что в переходные периоды отопительного сезона на протяжении нескольких лет была получена относительно невысокая экономия тепло-

вой энергии как в [7]. В [6] показано, что важно проводить энергосберегающие мероприятия, связанные с экономией тепловой энергии на базе автоматизированных ИТП зданий в составе АСДУ, т. к. оперативная информация о фактическом потреблении энергоресурсов позволит эффективно управлять распределенными энергосистемами на основе имитационного моделирования процессов теплоснабжения зданий, а архивные данные обеспечат решение задач оптимизации при планировании потребления энергоресурсов.

### **Постановка задачи**

При математическом моделировании управления процессом отопления на основе автоматизированного ИТП здания принят подход, учитывающий в обобщенной форме объект управления (ОУ) [9, 10] (ОУ может представляться в виде звеньев апериодического первого или второго порядка с запаздыванием или без него для этих процессов) и особенности схем систем отопления здания [6, 8].

**Особенности схем моделирования.** Структура типового автоматизированного ИТП для зависимой системы отопления, показанная на рис. 1, содержит технологический контроллер ТК1, блок циркуляционных насосов Н1 и Н2 с электроприводами М1 и М2, регулирующий клапан К1 с исполнительным механизмом ИМ1, обратный клапан КО1, регулятор перепада давления прямого действия РД1 с клапаном К2, датчики температуры воздуха ДТ1, температуры теплоносителя ДТ2 и ДТ3, датчики давления ДД1 и ДД2, а также узел учета тепловой энергии, например, теплосчетчик с комплектом датчиков температуры, расхода и давления.

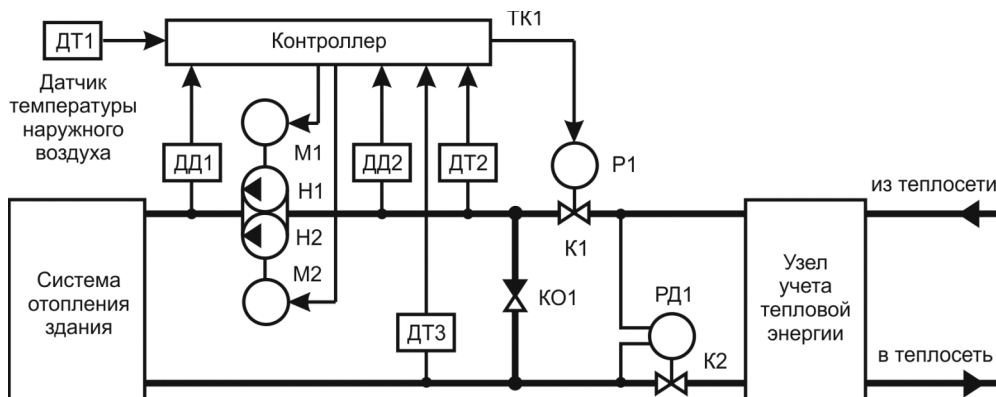


Рис. 1. Блок-схема автоматизированного ИТП здания

Обобщенная функциональная схема системы отопления автоматизированного ИТП здания показана на рис. 2. Состав элементов схемы следующий: блок регулятора по возмущению Р1 (погодная компенсация); двухконтурный блок регулятора Р2 по отклонению технологической величины; П1 – П3 элементы-преобразователи выходных величин датчиков температуры Д1 – Д3 (термопреобразователи сопротивления на выходе с  $R_i$ ) в измеряемые ими физические величины (например, как в контроллерах типа ECL Comfort (Danfoss, Дания)); исполнительный механизм ИМ; регулирующий орган РО в виде седельного клапана; узел смешивания теплоносителей УС от присоединяемых тепловых сетей и от обратного трубопровода системы отопления здания через перемычку с обратным клапаном; объект управления ОУ, представляющий собой систему отопления (СО) здания.

Обозначения основных величин функциональной схемы следующие:  $T_a$  – исходная температура наружного воздуха;  $T_a^*$  – температура наружного воздуха на входе в блок Р1;  $T_{co}$  – тре-

буемая в соответствии с принципом погодной компенсации расчетная температура теплоносителя в подающем трубопроводе СО здания после перемычки с обратным клапаном (см. рис. 1);  $T_3$  – расчетное отклонение температуры теплоносителя в подающем трубопроводе СО здания, заданное диспетчером с целью коррекции  $T_{co}$ ;  $\Delta T$  – отклонение по температуре регулируемой величины  $T_{01}$ ;  $\varepsilon$  – приведенный управляющий сигнал регулятора Р2;  $\xi$  – приведенная величина перемещения РО;  $G_{01}$  – расход теплоносителя после РО, т. е. перед перемычкой с обратным клапаном;  $T_{01}$  – температура теплоносителя в подающем трубопроводе внутреннего контура СО здания;  $T_{01}^*$  – измеренная температура теплоносителя в СО здания;  $T_{02}$  – температура теплоносителя в обратном трубопроводе СО здания;  $T_{02}^*$  – измеренная температура теплоносителя на входе в Р2.

**Система уравнений математического моделирования.** Математическая модель СО здания на основе автоматизированного ИТП в соответствии с функциональной схемой и с учетом структур регуляторов Р1 и Р2 (в целях упрощения

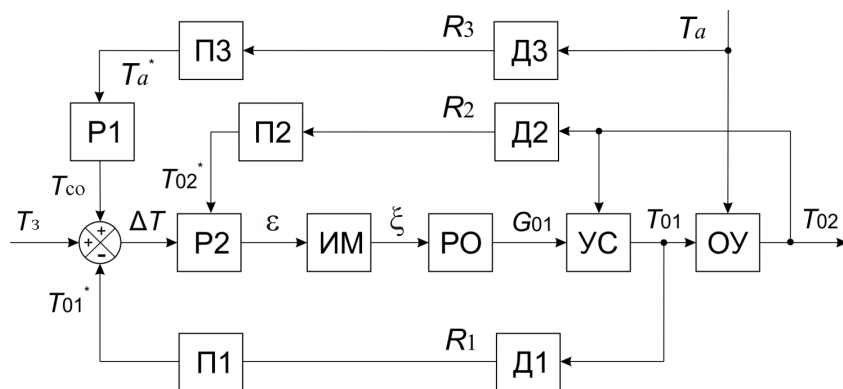


Рис. 2. Функциональная схема автоматизированного ИТП здания

схемы на рис. 2 их структуры не раскрыты) представлена в виде системы уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau_{da} \frac{dT_a^*(t)}{dt} + T_a^*(t) = k_{da} T_a(t), \\ \tau_{d1} \frac{dT_{01}^*(t)}{dt} + T_{01}^*(t) = k_{d1} T_{01}(t), \\ T_{co}(t) = f_1(T_a^*), \\ \Delta T(t) = T_{co}(t) + T_3(t) - T_{01}^*(t), \\ x_1(\Delta T) = \begin{cases} 0, & -X_d \leq \Delta T(t) \leq X_d, \\ k_1 \Delta T(t), & |\Delta T(t)| > X_d, \end{cases} \\ \varepsilon(t) = \frac{k_m}{X_p} \left[ x_1(\Delta T) T_u + \frac{dx_1(\Delta T)}{dt} \right], \\ x_2(t) = \begin{cases} k_2 \varepsilon(t), & -k_m \leq \varepsilon(t) \leq k_m, \\ k_m, & |\varepsilon(t)| > k_m, \end{cases} \\ \frac{d\xi(t)}{dt} = \frac{k_u}{\tau_u} x_2(t), \\ G_{01}(t) = G_1 k_k e^{k_2 \xi(t)}, \\ T_1 G_{01}(t) + T_{02}(t)(G_{co} - G_{01}(t)) = G_{co} T_{01}(t), \\ \tau_1 \tau_2 \frac{d^2 T_{02}(t)}{dt^2} + (\tau_1 + \tau_2) \frac{dT_{02}(t)}{dt} + T_{02}(t) = k T_{01}(t), \\ \tau_{d2} \frac{dT_{02}^*(t)}{dt} + T_{02}^*(t) = k_{d2} T_{02}(t). \end{array} \right. \quad (1)$$

Система (1) включает следующие уравнения: уравнения движения датчиков температуры ДЗ и Д1; уравнения для регуляторов Р1 и Р2 (уравнение отопительного графика для вычисления расчетной температуры теплоносителя в подающем трубопроводе СО здания  $T_{co}$ ; уравнение связи для определения  $\Delta T$ ; нелинейное уравнение зоны нечувствительности регулятора; уравнение регулятора Р2 для управления в системах тепло-

снабжения, например, по аналогии со специализированными контроллерами типа ECL Comfort (Danfoss, Дания); нелинейное уравнение зоны ограничения); уравнение исполнительного механизма (считается интегрирующим звеном); уравнение РО относительно выходной величины  $G_{01}$ ; уравнение связи для УС; уравнение движения ОУ по каналу регулирования «температура теплоносителя  $T_{02}$  – температура теплоносителя  $T_{01}$ »; уравнение движения датчика температуры Д2.

Дополнительные обозначения в системе уравнений (1) следующие:  $\tau_{di}$  и  $k_{di}$  – соответственно постоянная времени и коэффициент передачи  $i$ -го датчика температуры;  $G_{co}$  – расход теплоносителя во внутреннем контуре СО здания, определяемый циркуляционным насосом (см. рис. 1);  $G_1$  – номинальный расход теплоносителя на входе РО;  $T_1$  – температура теплоносителя в подающем трубопроводе на вводе в ИТП;  $x_1(\Delta T)$  – выходная величина нелинейной зоны нечувствительности регулятора Р2;  $x_2(t)$  – выходная величина нелинейной зоны ограничения (насыщения) в регуляторе Р2;  $k_1$  и  $k_2$  – коэффициенты пропорциональности соответственно нелинейных зон нечувствительности и ограничения регулятора Р2;  $X_d$  – зона нечувствительности регулятора Р2;  $X_p$  – зона пропорциональности регулятора Р2;  $T_u$  – постоянная регулятора Р2.

### Основные результаты расчетов

На основе математической модели СО здания (см. (1)) с помощью имитационного моделирования в среде Simulink исследуем влияние параметров различных ИМ с возможностью их работы с одним и тем же РО (см. рис. 2) и при неизменных других элементах системы. Выбираем РО типа VB 2 фирмы Danfoss с характеристиками, представленными в табл. 1.

Таблица 1

Характеристики регулирующего клапана типа VB 2

| Наименование параметра, его обозначение | Значение и размерность параметра |
|-----------------------------------------|----------------------------------|
| Диаметр, $D_y$                          | 40 мм                            |
| Коэффициент, $k_{kvs}$                  | 25 м³/ч                          |
| Условное давление, $P_y$                | 2,5 МПа                          |
| Температура, $T_{min}$                  | 5 °С                             |
| Температура, $T_{max}$                  | 150 °С                           |
| Ход штока, $h$                          | 10 мм                            |



Таблица 2

**Характеристики исполнительных механизмов типа АМЕ**

| Наименование параметра                     | Тип исполнительного механизма |                          |
|--------------------------------------------|-------------------------------|--------------------------|
|                                            | АМЕ 20                        | АМЕ 30                   |
| Напряжение                                 | 24 В                          | 24 В                     |
| Частота                                    | 50/60 Гц                      | 50/60 Гц                 |
| Потребляемая мощность                      | 4 Вт                          | 9 Вт                     |
| Управление сигналом                        | аналоговым                    | аналоговым               |
| Развиваемое усилие                         | 450 Н                         | 450 Н                    |
| Ход штока                                  | 10 мм                         | 10 мм                    |
| Время перемещения штока 1мм                | 15 с/мм                       | 3 с/мм                   |
| Входной сигнал 1                           | 0–10 В; $R_i = 24$ кОм        | 0–10 В; $R_i = 24$ кОм   |
| Входной сигнал 2                           | 0–20 мА; $R_i = 500$ кОм      | 0–20 мА; $R_i = 500$ кОм |
| Выходной сигнал                            | 0(2)–10 В                     | 0(2)–10 В                |
| С возвратной пружиной                      | Нет                           | Нет                      |
| Температура, $T_{\min \text{ окр. среды}}$ | 0 °С                          | 0 °С                     |
| Температура, $T_{\max \text{ окр. среды}}$ | 55 °С                         | 55 °С                    |

Основные характеристики исполнительных механизмов типа АМЕ фирмы Danfoss для работы с регулирующим клапаном VB 2 представлены в табл. 2.

Анализ характеристик ИМ типа АМЕ показывает, что у них отличаются потребляемая мощность и время перемещения штока клапана.

Исходные параметры для имитационного моделирования в среде Simulink представлены в табл. 3.

Считаем, что в начальный момент времени  $t = 0$  выполняется переход автоматизированного ИТП в режим пониженного теплоснабжения, причем  $T_{\text{co}}$  уменьшается на 5 °С (расчетное от-

Таблица 3

**Исходные параметры для моделирования**

| Наименование параметра, его обозначение                            | Величина, размерность |
|--------------------------------------------------------------------|-----------------------|
| Коэффициент преобразования объекта управления, $k$                 | 0,807                 |
| Постоянная времени объекта управления, $\tau_1$                    | 1337 с                |
| Постоянная времени объекта управления, $\tau_2$                    | 759 с                 |
| Начальная температура теплоносителя в системе, $T_2$               | 48,2 °С               |
| Максимальный расход на вводе в ИТП, $G_1$                          | 14,7 м³/ч             |
| Максимальный расход в СО здания, $G_{\text{co}}$                   | 16 м³/ч               |
| Температура наружного воздуха, $T_a$                               | –1,0 °С               |
| Постоянные времени датчиков температуры, $\tau_{d1}$ и $\tau_{da}$ | 32 с                  |
| Начальное положение штока клапана ИМ                               | 74,6 %                |
| Параметр регулятора P2, $X_d$                                      | 0 °С                  |
| Параметр регулятора P2, $X_p$                                      | 80 °С                 |
| Параметр регулятора P2, $T_n$                                      | 10 с                  |

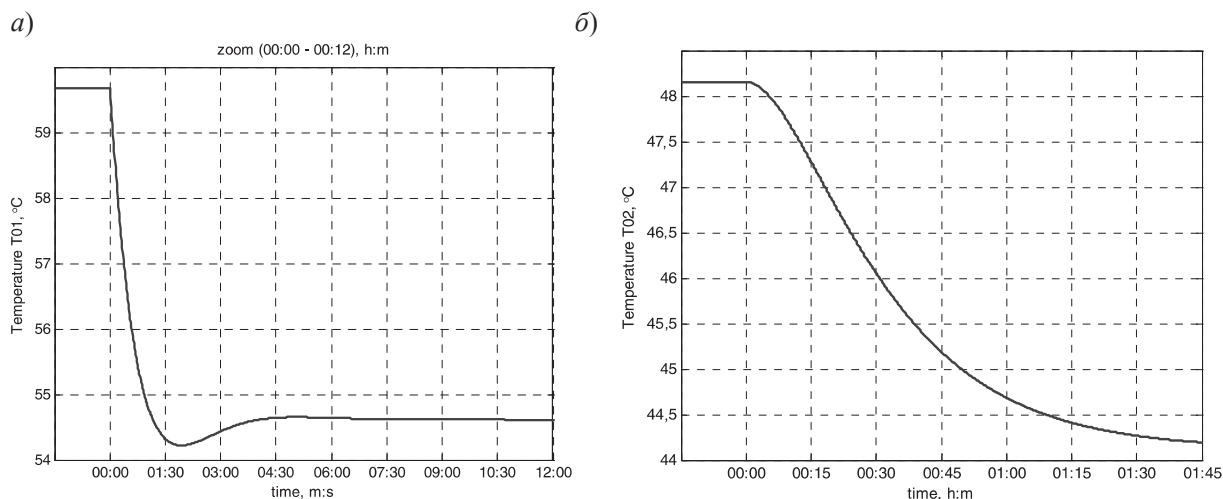


Рис. 3. Зависимости изменения температур теплоносителя в трубопроводах СО здания:  
 а – в подающем  $T_{01}$ ; б – в обратном трубопроводе  $T_2$

клонение  $T_3$ ). Длительность моделирования для исследуемых случаев составляет 1 ч 45 мин. Для представления особенностей переходных процессов в исследуемой структуре часть из них представлена в увеличенном временном масштабе (рис. 3 а – 6 а).

Результаты имитационного моделирования на базе применения исполнительного механизма АМЕ 20 (см. табл. 2) показаны на рис. 3 и 4. Для этого типа исполнительного механизма исследуемые характеристики температуры теплоносителя  $T_{01}$  в подающем трубопроводе СО здания показаны на рис. 3 а, соответственно для температуры  $T_2$  в обратном трубопроводе на рис. 3 б.

Анализ изменения температуры  $T_{01}$  в подающем трубопроводе СО здания показывает, что

длительность переходного процесса составляет порядка 5 мин. Переход в другое установившееся состояние температуры  $T_2$  в обратном трубопроводе превышает 1 ч 45 мин, т. к. определяется переходным процессом в СО здания. Следовательно, переходным процессом на участке смешивания теплоносителей можно пренебречь (см. рис. 2).

Изменение величины отклонения температуры теплоносителя  $T_{01}$  в СО здания показано на рис. 4 а. Процесс изменения  $G_{01}$  в автоматизированном ИТП при переходе на режим пониженного теплоснабжения показан на рис. 4 б.

Анализ характеристики  $G_{01}$  показывает (рис. 4 б), что в режиме пониженного теплоснабжения при отработывании команд блока регулятора Р2 с помощью исполнительного механизма

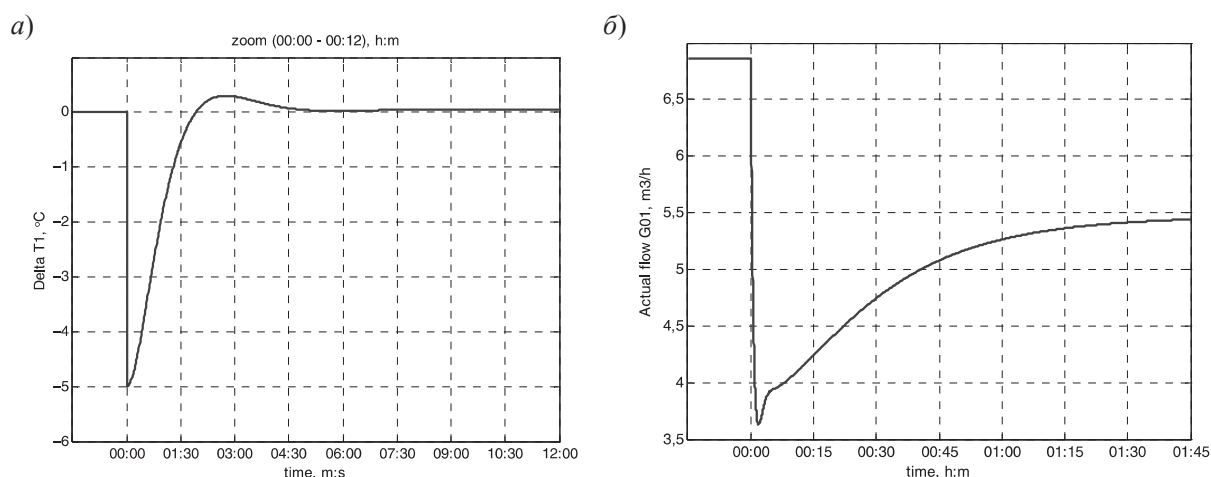
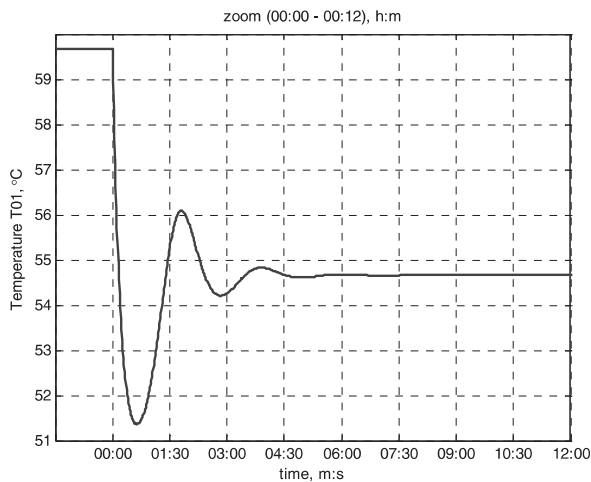


Рис. 4. Зависимости изменения величины отклонения температуры  $T_{01}$  в СО здания (а) и расхода  $G_{01}$  в автоматизированном ИТП (б)

а)



б)

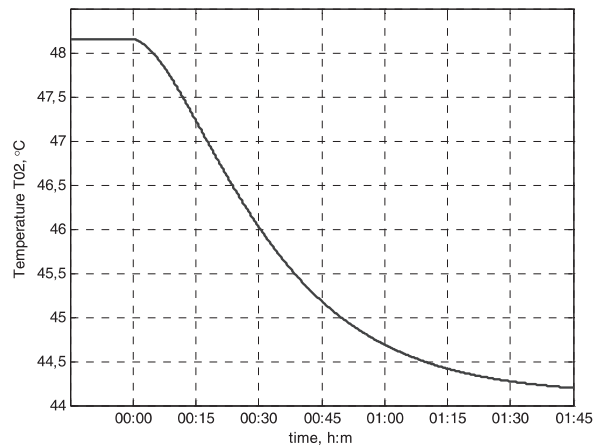


Рис. 5. Зависимости изменения температур теплоносителя  $T_{01}$  в подающем трубопроводе СО здания (а) и  $T_2$  в обратном трубопроводе (б)

АМЕ 20 через регулирующий клапан VB 2 расход  $G_{01}$  вначале практически мгновенно уменьшается до величины порядка  $3,6 \text{ м}^3/\text{ч}$ , а затем, по экспоненциальному закону частично возрастает до величины порядка  $5,4 \text{ м}^3/\text{ч}$ . Это связано со снижением температуры теплоносителя  $T_2$  в обратном трубопроводе (см. рис. 3 б).

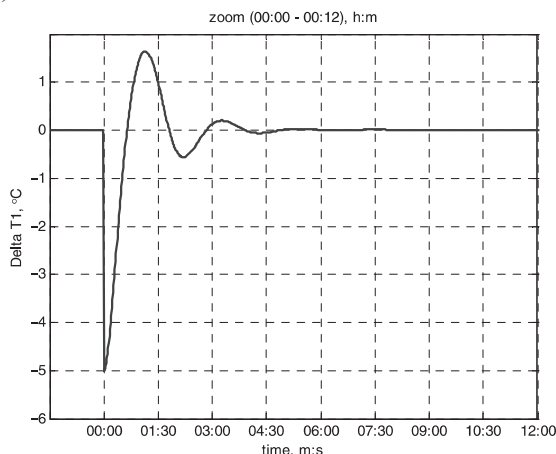
Результаты имитационного моделирования для исполнительного механизма АМЕ 30 (см. табл. 2) показаны на рис. 5 и 6. Для этого типа исполнительного механизма исследуемые характеристики температуры теплоносителя  $T_{01}$  в подающем трубопроводе СО здания показаны на рис. 5 а, соответственно для температуры  $T_2$  в обратном трубопроводе – на рис. 5 б.

Анализ процесса изменения температуры  $T_{01}$  в подающем трубопроводе СО здания показывает, что процесс стал колебательным, а характер переходного процесса для температуры  $T_2$  в обратном трубопроводе здания не изменился.

Изменение величины отклонения температуры теплоносителя  $T_{01}$  в СО здания показано на рис. 6 а. Процесс изменения  $G_{01}$  в автоматизированном ИТП при переходе на режим пониженного теплоснабжения – на рис. 6 б.

В целом сравнительный анализ характеристик  $G_{01}$ , представленных на рис. 4 б и 6 б, показывает, что в режиме пониженного теплоснабжения при отработывании команд блока регулятора Р2 с помощью исполнительного механизма АМЕ 30

а)



б)

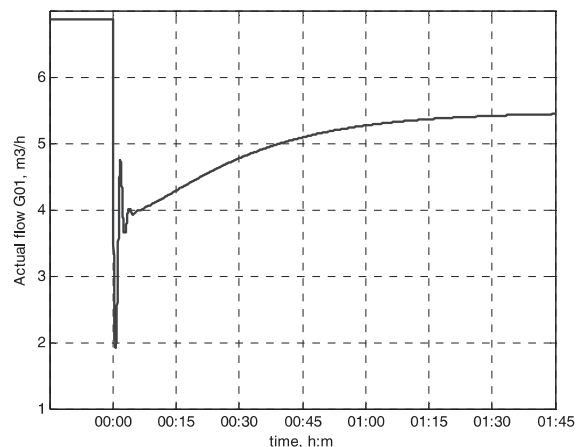


Рис. 6. Зависимости изменения величины отклонения температуры  $T_{01}$  в СО здания (а) и расхода  $G_{01}$  в автоматизированном ИТП (б)



через регулирующий клапан VB 2 расход  $G_{01}$  изменяется аналогичным образом, но имеет колебательный характер.

Сравнительный анализ переходных процессов для исследуемого автоматизированного ИТП с различными исполнительными механизмами АМЕ 20 и АМЕ 30 показывает, что увеличение быстродействия ИМ на базе АМЕ 30 приводит к функционированию электродвигателя ИМ в режиме частого переключения. Переходные процессы колебательного типа для ИМ должны быть исключены, т. к. они приводят к преждевременному выходу из строя электродвигателя ИМ. Кроме того, анализ переходного процесса с учетом температуры теплоносителя  $T_2$  в обратном трубопроводе здания (рис. 5 б) показывает, что ОУ является низкочастотным фильтром по отношению к высокочастотным колебаниям на его входе (в подающем трубопроводе).

Для устранения колебательных процессов, появившихся в автоматической системе регулирования автоматизированного ИТП, в связи с применением другого типа ИМ, необходимо изменить настроечные параметры регулятора. Например, в исследуемом случае (с АМЕ 30) если необходимо обеспечить переходный процесс как для ИМ с применением АМЕ 20, то следует уменьшить  $T_n$  в 5 раз. Если требуется получить другой вид переходного процесса, то следует выполнить исследования с помощью имитационного моделирования в среде Simulink на основе системы уравнений (1).

Представлена математическая модель управления процессом отопления здания, включающая уравнения динамики объекта управления с учетом нелинейности процесса смешивания теплоносителя на входе в СО здания при зависимом присоединении к тепловым сетям и позволяющая

исследовать особенности динамических процессов этой системы.

С помощью имитационного моделирования в среде Simulink на основе математической модели исследованы особенности автоматизированного ИТП с применением различных исполнительных механизмов типа АМЕ 20 и АМЕ 30. На базе полученных результатов установлено следующее.

- Увеличение быстродействия ИМ с применением АМЕ 30 в сравнении с АМЕ 20 приводит к функционированию электродвигателя ИМ в режиме частого переключения. Однако эти эффекты должны быть исключены, т. к. они приводят к преждевременному выходу из строя электродвигателя ИМ.

- Появляющиеся при переходных процессах высокочастотные колебания параметров теплоносителя на входе в СО здания (в подающем трубопроводе) полностью сглаживаются исследуемым объектом в обратном трубопроводе здания.

В отличие от известных методик определения параметров блока регулирования контроллера на основе расчетной переходной характеристики последовательного соединения ОУ и датчика температуры, например, как в [9, 10], с помощью разработанной математической модели имеется возможность определять не только оптимальные параметры настройки блока регулирования контроллера, но и прежде всего параметры теплоносителя при возможных изменениях как в структуре элементов автоматизированного ИТП, так и в системе отопления здания. Представленная разработка даст возможность эффективно управлять распределенными энергосистемами на основе имитационного моделирования процессов теплоснабжения комплекса зданий, а от этого будет зависеть экономический эффект от внедрения автоматизированных ИТП зданий.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Hartman, T.** Индустрия комфорта: возможности XXI века [Текст] / Т. Hartman; Пер. с англ. Б. Рубинштейна // Вентиляция, отопление, кондиционирование воздуха, теплоснабжение и строительная теплофизика. –2001. –№3. –С. 16–20.
2. **Табунщиков, Ю.А.** Энергоэффективные здания [Текст] / Ю.А. Табунщиков, М.М. Бродач, Н.В. Шилкин. –М.: АВОК-ПРЕСС, 2003. –200 с.
3. **Грудзинский, М.М.** Энергоэффективные системы отопления [Текст] / М.М. Грудзинский, С.И. Прижицкий, В.Л. Грановский // Вентиляция, отопление,

кондиционирование воздуха, теплоснабжение и строительная теплофизика. –1999. –№6. –С. 38–39.

4. **Чаплин, Г.П.** Регулирование тепловой нагрузки по технологии XXI века [Текст] / Г.П. Чаплин // Вентиляция, отопление, кондиционирование воздуха, теплоснабжение и строительная теплофизика. –1999. –№ 3. –С. 18–20.

5. **Котов, С.И.** Опыт реализации проекта «Реконструкция системы теплоснабжения района Новоленино г. Иркутска на основе энергосберегающих технологий» [Текст] / С.И. Котов, В.М. Никитин,

В.А. Стенников // Энергосбережение. –2001. –№ 2. –С. 58–62.

6. **Потапенко, А.Н.** Автоматизированное управление процессом централизованного теплоснабжения распределенного комплекса зданий с учетом моделирования этих процессов [Текст] / А.Н. Потапенко, Е.А. Потапенко, А.С. Солдатенков, А.О. Яковлев // Изв. вузов. Проблемы энергетики. –2007. –№ 7–8. –С. 120–134.

7. Актуальность автоматизации управления потреблением тепловой энергии [Текст]. –СПб.: ООО «Инженерно-технический центр «Промавтоматика», 2010. –25 с.

8. **Потапенко, Е.А.** Исследование энергосбере-

гающих алгоритмов управления процессом отопления здания с зависимым теплоснабжением [Текст] / Е.А. Потапенко, А.С. Солдатенков, А.О. Яковлев // Научно-технические ведомости СПбГПУ. –2011. –№2. –С. 74–78.

9. Наладка средств автоматизации и автоматических систем регулирования: Справ. пособие / А.С. Ключев [и др.]; под ред. А.С. Ключева. – 2-е изд., перераб. и доп. –М.: Энергоатомиздат, 1989. –368 с.

10. **Троп, А.Е.** Автоматическое управление технологическими процессами обогатительных фабрик: Учебник для вузов [Текст] / А.Е. Троп, В.З. Козин, Е.В. Прокофьев. –2-е изд. перераб. и доп. –М.: Недра, 1986. –303 с.

УДК [681.518:004.89]:728.5

*В.Б. Демурин*

## **МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ УПРАВЛЕНЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ В ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЕ ГОСТИНИЧНОГО КОМПЛЕКСА**

Главная цель информационной системы гостиничного комплекса – информационная поддержка лица, принимающего решение (ЛПР), при поиске, выборе и принятии им обоснованных решений в соответствии с целями, стратегией и тактикой управляемого гостиничного комплекса [4].

При управлении сложными системами важное практическое значение имеют задачи выбора альтернатив и поиска эффективных решений [4]. Эффективность решения – это субъективная оценка его качества, оценка, с точки зрения ЛПР, полезности рассматриваемого решения для достижения поставленной цели. Такую оценку ЛПР выносит для себя перед ответственным моментом – принятием решения о том, какую из альтернатив предпочесть. Именно эта оценка и является рациональной основой для выбора [2].

Однако значительное влияние на эффективность управленческого решения оказывает непредсказуемо меняющаяся внешняя среда и вносимая ею неопределенность (неполнота и неточность информации об условиях реализации принятого решения). Причинами неопределенности являются неполнота знаний о свойствах объектов ЛПР; его недостаточная уверенность, в правильности сво-

их оценок; противоречивость знаний; нечеткость представления информации [1].

### **Оптимизация принятия управленческих решений в информационной системе гостиничного комплекса**

Задача принятия решения в условиях неопределенности заключается в выборе оптимальной стратегии, успех реализации которой также зависит от некоторых неопределенных факторов, не подвластных воздействию ЛПР и неизвестных в момент принятия решения. Многокритериальная оптимизация призвана выявить наиболее эффективное решение из множества возможных с условием максимизации значений не менее двух критериев эффективности.

Информационная система гостиничного комплекса представляет собой сложную систему, призванную оказывать информационную поддержку процесса принятия решений управленческим персоналом. Принятие большинства решений происходит в условиях неопределенности исходных данных. Источниками неопределенности может выступать несогласованность или противоречивость требований, запланированных действий





и выделенных ресурсов (желание предоставить гостям максимально широкий ассортимент блюд в ресторанах гостиничного комплекса входит в противоречие с ограниченным количеством поставщиков продуктов питания); отклонение исходных предпосылок от фактических условий (выигранный бренд на размещение участников международной конференции не гарантирует их остановку в соответствующем гостиничном комплексе и вообще приезд в страну, в случае неожиданно изменившихся международных отношений между странами-участницами встречи) и т. п.

Принятие наиболее эффективных управленческих решений в организации функционирования гостиничного комплекса требует проведения многокритериальной оптимизации из-за множества целей: достижение максимальной прибыли от функционирования комплекса; предоставление максимального качества обслуживания гостей; минимизация расходов.

При формализации задачи принятия многокритериальных управленческих решений в информационной системе гостиничного комплекса в условиях неопределенности производится снижение меры неопределенности за счет введения дополнительной информации. Происходит переход от полной неопределенности к стохастической, что приводит к множеству допустимых квазиоптимальных решений. Выбор оптимального решения лучшего из числа допустимых производится методами многокритериальной оптимизации с использованием регуляризованных процедур принятия эффективных управленческих решений в условиях неопределенности.

Многокритериальная задача принятия управленческого решения в информационной системе гостиничного комплекса может быть сформулирована следующим образом. Пусть на некотором линейном пространстве  $X^n$  определены  $m$  функций  $y_i = \varphi_i(x)$ , которые можно рассматривать как частные критерии эффективности. Требуется определить такое значение  $x^*$ , которое доставляет экстремум (для определенности максимум) нескольким частным критериям  $y_i$ ,  $i = \overline{1, k}$ , удерживая остальные  $y_i$ ,  $i = \overline{k+1, m}$  на некотором уровне  $b_i$ ,  $i = \overline{k+1, m}$ , то есть

$$Q(x) = \sum_{i=1}^k \alpha_i \varphi_i(x) \rightarrow \max_{x \in X^n}, \quad (1)$$

$$R_i(x) = \varphi_i(x) \geq b_i, i = \overline{k+1, m}, \quad (2)$$

$$x_i^- \leq x_i \leq x_i^+, x_i \geq 0, i = \overline{1, k}. \quad (3)$$

Система функциональных ограничений (2) содержит аналитические зависимости типа балансовых уравнений и статистические – в виде производственных функций. Параметры последних оцениваются по результатам наблюдений, поэтому содержат вероятностную неопределенность. Применение интегральных оценок наталкивается на неопределенность исходных данных (среднее  $\pm$  разброс) и приводит к нескольким квазиоптимальным решениям. Выбор лучшего из них производится ЛПР [3].

Неопределенность принимаемых решений при многокритериальной оптимизации резко усиливается, поскольку она включает в себя неопределенность исходных данных локальных задач оптимизации, неопределенность вычислительных процедур и неопределенность свертки локальных критериев.

Наименьшей неопределенностью обладает вероятностный метод свертки, когда выбирается главный критерий, рассчитывается статистическая связь между ним и частными критериями, определяются коэффициенты при частных критериях, которые служат весовыми коэффициентами при свертке.

Стоимостной метод устанавливает веса, пропорциональные стоимости улучшения показателя, например, на определенный процент. При экспертном методе веса устанавливаются по важности критериев. ЛПР может устанавливать важность частных критериев по своему усмотрению, поэтому этот метод свертки обладает наибольшей неопределенностью [2].

В функциональных ограничениях  $\varphi(x)$  задачи принятия управленческих решений выделим фактор неопределенности в виде отдельного параметра  $\gamma$  [3]:

$$y = \varphi(x, a, \gamma). \quad (4)$$

Основными причинами появления неопределенности  $\gamma$  являются случайные отклонения параметров происходящих процессов, непредсказуемые волевые решения организационных вопросов, изменяющиеся неслучайным образом условия работы и проявления внешней среды и т. д. В задачах оптимизации неопределенность проявляется в недостоверности и неполноте исходных данных, неадекватности используемых соотношений и противоречивости системы ограничений. Неопределенность многокритериальных задач включает в себя неопределенность, вносимую исходными

данными, регуляризацией при оценивании параметров функциональных ограничений, аппроксимацией некорректно поставленной задачи и сверткой частных критериев [2].

Учет неопределенности осуществляется с целью определения степени влияния  $\gamma$  на качество получаемых решений и по возможности принятия мер, ослабляющих это влияние. Существует несколько путей «избавления» от неопределенности. Наиболее простой из них – замена в выражении (4) случайно изменяющихся компонентов  $\gamma$  их усредненными характеристиками и переход к модели

$$y = \varphi(x, a; \bar{\gamma}), \quad (5)$$

где  $\bar{\gamma} = E(\gamma)$  – математическое ожидание случайного вектора  $\gamma$ .

Формально избавиться от неопределенности можно путем усреднения не только самого фактора, но и реакции системы. В последнем случае выражение (5) заменяется на следующее:

$$y = \overline{\varphi(x, a; \gamma)} = E\{\varphi(x, a; \gamma)\}. \quad (6)$$

Несмотря на то что дальнейшие исследования моделей (5) и (6) можно производить детерминированными методами, а полученные результаты должны интерпретироваться с учетом вероятностной природы вектора  $\gamma$ , общая задача принятия управленческих решений с фактором неопределенности может быть представлена моделью [1]:

$$Q(x, \gamma_1) = \{\varphi_1(x), \dots, \varphi_k(x); \gamma_1\} \rightarrow \max_{x \in D}, \quad (7)$$

$$D(x; \gamma_2, \gamma_3) = \{x \in R^n \mid R_i = \varphi_i(x, a; \gamma_2) \geq B_i, \\ a_j(x^\ell, \gamma_3) \leq x_j \leq b_j(x^\ell, \gamma_3), \quad x_j \geq 0, \quad j = \overline{1, n}\}, \quad (8)$$

где  $\gamma_1$  – компонента, отражающая неопределенность процедуры свертки критериев;  $\gamma_2$  – случайная компонента, отражающая дрейф характеристик;  $\gamma_3$  – детерминированная компонента изменения начальных условий (исходных данных).

Таким образом, желание избавиться от вероятностной неопределенности приводит к постановкам задач в классе стохастического программирования, решение которых сопряжено со значительными вычислительными трудностями и внесением новых неопределенностей [3]. Поэтому целесообразно вначале решить задачу детерминированной оптимизации при фиксированных значениях  $\gamma^\ell$ , а затем исследовать устойчивость

и чувствительность полученного решения к проявлениям внешней среды.

Принятие управленческих решений в условиях неопределенности целей, критериев и ограничений часто осуществляется по совокупности локальных критериев качества  $Q_1(x), \dots, Q_\ell(x)$ .

Задача многокритериальной оптимизации состоит в том, чтобы на множестве допустимых решений [1]

$$x = \{x: x \in E_+^n, \quad g(x) \geq 0, \quad h(x) = 0\} \quad (9)$$

определить точку  $x^*$ , в которой векторный критерий эффективности достигает максимально-предпочтительного значения:

$$Q^*(x) = \langle Q_1^*(x), \dots, Q_\ell^*(x) \rangle \rightarrow \max_{x \in X} Q(x). \quad (10)$$

Так как получить решение  $x^*$ , доставляющее максимальные значения одновременно всем локальным критериям эффективности, не представляется возможным, важным этапом решения многокритериальной задачи является установление компромисса в вопросе о том, какое решение считать наиболее предпочтительным по совокупности локальных критериев. Наиболее разработанными в настоящее время считаются процедуры выделения эффективных решений.

Подмножество  $\Omega_3$  множества допустимых решений  $x$  является областью эффективных решений (областью компромиссов или областью решений, оптимальных по Парето)

$$\Omega_3 = \{x: x \in X, \langle x': Q(x') \geq Q(x) \rangle \cap X \neq \emptyset\}, \quad (11)$$

если все принадлежащие ему решения не могут быть улучшены по всем локальным критериям без снижения уровня хотя бы одной из компонент векторного критерия  $Q = \langle Q_1(x), \dots, Q_\ell(x) \rangle$ . Совокупность эффективных значений векторного критерия образует паретову границу подмножества  $E(\Omega_3)$ .

Допустимое решение, которое не лежит на паретовой границе, не является эффективным, поскольку его можно улучшить с точки зрения некоторого критерия, а, следовательно, и глобальной цели, с которой этот локальный критерий согласован.

Решение задачи нахождения наиболее эффективного управленческого решения с учетом нечеткости характеристик объекта (гостиничного комплекса), проявления внешней среды и нарушения исходных предпосылок требует разработки интел-



лектуальных регуляризованных процедур принятия многокритериальных управленческих решений с

ориентацией на существующий вид неопределенности и нечеткость исходной информации.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Интрилигатор, М. Математические методы оптимизации и экономическая теория [Текст] / М. Интрилигатор. – М.: Прогресс, 1985. – 606 с.

2. Кини, Р.Л. Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения [Текст] / Р.Л. Кини, Х. Райфа. Под ред. И.Ф. Шахнова; Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1981. – 560 с.

3. Ромакин, М.И. Математический аппарат оптимизационных задач [Текст] / М.И. Ромакин. – М.: Статистика, 1991. – 111 с.

4. Фролов, Ю.В. Интеллектуальные системы и управленческие решения [Текст] / Ю.В. Фролов. – М.: МГПУ, 2000. – 294 с.

УДК 519.6(07)

*Н.М. Шерыхалина*

## МЕТОД ФИЛЬТРАЦИИ ЧИСЛЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ С ВОССТАНОВЛЕНИЕМ ЗНАЧЕНИЙ КОЭФФИЦИЕНТОВ

Рассматриваются методы обработки результатов численного эксперимента. Цели этой обработки заключаются в получении оценки погрешности, а также в уточнении и наглядном представлении результатов анализа функционирования численных алгоритмов и программ. В данной статье развиваются и усовершенствуются методы, предложенные в [1, 2].

### Недостатки известных методов численной фильтрации

Задача фильтрации [1] ставится на основе математической модели зависимости приближенных результатов вычисления численными методами:

$$z_n = z + c_1 n^{-k_1} + c_2 n^{-k_2} + \dots + c_L n^{-k_L} + \Delta(n), \quad (1)$$

где  $z$  – искомое значение;  $z_n$  – приближенный результат, полученный при числе узловых точек, равно  $n$ ;  $k_j$  – произвольные действительные числа ( $k_1 < k_2 < \dots < k_L$ ). Такая зависимость имеет место при применении многих численных методов.

Пусть имеется конечная последовательность  $z_{n_i}^{(0)} = z_{n_i}$ ,  $i = 1, \dots, I$  вычисленных результатов. Численной фильтрацией [1] называется последовательное устранение (подавление) компонент погрешности, т. е. определение отфильтрованных последовательностей  $z_{n_i}^{(j)}$ ,  $j = 1, 2, \dots$ . Фильтрация сводится к линейной комбинации

$z_{n_i}^{(j)} = \alpha_j z_{n_i}^{(j-1)} + \beta_j z_{n_{i-1}}^{(j-1)}$ , причем  $\alpha_j$  и  $\beta_j$  определяются таким образом, чтобы константа  $z$  не изменялась, а очередная степенная компонента погрешности  $n^{-k_j}$  была исключена.

Повторная фильтрация приводит к последовательности следующего вида [1]:

$$z_{n_i}^{(j)} = z + c_{j+1}^{(j)} n_i^{-k_{j+1}} + \dots + c_L^{(j)} n_i^{-k_L} + \Delta^{(j)}(n_i), \quad (2)$$

$$i = j + 1, \dots, I, \quad j = 0, 1, \dots$$

(где  $c_m^{(0)} = c_m$ ,  $m = 1, \dots, L$ ), осуществляемой для модели (1) при  $Q = n_j / n_{j-1} = \text{const} > 1$  с помощью формулы Ричардсона:

$$z_{n_i}^{(j)} = z_{n_i}^{(j-1)} + \frac{z_{n_i}^{(j-1)} - z_{n_{i-1}}^{(j-1)}}{Q^{k_j} - 1}. \quad (3)$$

Фильтрация имеет как положительные, так и отрицательные качества. К положительным следует отнести полное устранение компонент погрешности, к отрицательным – изменение (как правило, увеличение) остальных компонент при применении формулы (3):

$$c_m^{(j)} = (\alpha_j R_m + \beta_j) c_m^{(j-1)} = c_m^{(j-1)} \frac{Q^{k_j} - Q^{k_m}}{Q^{k_j} - 1}, \quad (4)$$

$$m = j + 1, \dots, L.$$

В то же время вычитание компонент погрешности, коэффициенты которых найдены с помощью идентификации [2], не изменяет другие компоненты. Однако метод определения коэффи-

циентов  $c_m^{(j)}$  более чувствителен к влиянию нерегулярной составляющей  $\Delta(n)$ .

### Видоизменение метода численной фильтрации

Предлагается видоизменить формулу фильтрации так, чтобы коэффициент при первом из оставшихся слагаемых принял свое исходное значение. Для этого рассмотрим линейную комбинацию трех членов последовательности  $z_{n_i}^{(j-1)}$  вида

$$\begin{aligned} z_{n_i}^{(j)} &= \alpha_j z_{n_{i-2}}^{(j-1)} + \beta_j z_{n_{i-1}}^{(j-1)} + \gamma_j z_{n_i}^{(j-1)} = \\ &= z(\alpha_j + \beta_j + \gamma_j) + c_{j+1}^{(j-1)} \times \\ &\times \left[ \alpha_j \left( \frac{n_i}{n_{i-2}} \right)^{k_j} + \beta_j \left( \frac{n_i}{n_{i-1}} \right)^{k_j} + \gamma_j \right] n_i^{-k_j} + \dots \\ &\dots + c_{j+l}^{(j-1)} \left[ \alpha_j \left( \frac{n_i}{n_{i-2}} \right)^{k_{j+l}} + \beta_j \left( \frac{n_i}{n_{i-1}} \right)^{k_{j+l}} + \gamma_j \right] n_i^{-k_{j+l}} + \dots \end{aligned}$$

и потребуем выполнения условий

$$\begin{aligned} \alpha_j + \beta_j + \gamma_j &= 1, \\ \alpha_j \left( \frac{n_i}{n_{i-2}} \right)^{k_j} + \beta_j \left( \frac{n_i}{n_{i-1}} \right)^{k_j} + \gamma_j &= 0, \\ c_{j+1}^{(j-1)} \left[ \alpha_j \left( \frac{n_i}{n_{i-2}} \right)^{k_{j+1}} + \beta_j \left( \frac{n_i}{n_{i-1}} \right)^{k_{j+1}} + \gamma_j \right] &= c_{j+1}^{(0)}. \end{aligned}$$

Решение этой системы уравнений имеет вид

$$\begin{aligned} \alpha_j &= \frac{Q^{k_{j+1}} - \eta_j + Q^{k_j} (\eta_j - 1)}{(Q^{k_j} - 1)(Q^{k_{j+1}} - 1)(Q^{k_{j+1}} - Q^{k_j})}, \\ \beta_j &= -\frac{Q^{2k_{j+1}} - \eta_j + Q^{2k_j} (\eta_j - 1)}{(Q^{k_j} - 1)(Q^{k_{j+1}} - 1)(Q^{k_{j+1}} - Q^{k_j})}, \\ \gamma_j &= 1 - \alpha_j - \beta_j = \\ &= 1 + \frac{Q^{k_{j+1}} (Q^{k_{j+1}} - 1) + (\eta_j - 1) Q^{k_j} (Q^{k_j} - 1)}{(Q^{k_j} - 1)(Q^{k_{j+1}} - 1)(Q^{k_{j+1}} - Q^{k_j})}, \end{aligned}$$

где

$$\eta_j = c_{j+1}^{(0)} / c_{j+1}^{(j-1)}. \quad (5)$$

Таким образом, получим формулу фильтрации

$$\begin{aligned} z_{n_i}^{(j)} &= z_{n_i}^{(j-1)} + \\ &+ \frac{Q^{k_{j+1}} - \eta_j + Q^{k_j} (\eta_j - 1)}{(Q^{k_j} - 1)(Q^{k_{j+1}} - 1)(Q^{k_{j+1}} - Q^{k_j})} (z_{n_{i-2}}^{(j-1)} - z_{n_i}^{(j-1)}) - \end{aligned} \quad (6)$$

$$- \frac{Q^{2k_{j+1}} - \eta_j + Q^{2k_j} (\eta_j - 1)}{(Q^{k_j} - 1)(Q^{k_{j+1}} - 1)(Q^{k_{j+1}} - Q^{k_j})} (z_{n_{i-1}}^{(j-1)} - z_{n_i}^{(j-1)}).$$

В результате фильтрации коэффициенты  $c_{j+l}^{(j)}$  изменяются следующим образом:

$$\begin{aligned} c_{j+l}^{(j)} &= \left[ \frac{Q^{k_{j+1}} - \eta_j + Q^{k_j} (\eta_j - 1)}{(Q^{k_j} - 1)(Q^{k_{j+1}} - 1)(Q^{k_{j+1}} - Q^{k_j})} \times \right. \\ &\times (Q^{2k_{j+l}} - 1) - \frac{Q^{2k_{j+1}} - \eta_j + Q^{2k_j} (\eta_j - 1)}{(Q^{k_j} - 1)(Q^{k_{j+1}} - 1)(Q^{k_{j+1}} - Q^{k_j})} \times \\ &\left. \times (Q^{k_{j+l}} - 1) + 1 \right] c_{j+l}^{(j-1)}, \\ l &= 1, \dots, L - j. \end{aligned} \quad (7)$$

Пусть  $j = 1$ . При этом в соответствии с (5)  $\eta_1 = c_2^{(0)} / c_2^{(0)} = 1$ . Согласно (6), формула фильтрации

$$z_{n_i}^{(1)} = z_{n_i}^{(0)} + \frac{Q^{k_2} (z_{n_i}^{(0)} - z_{n_{i-1}}^{(0)}) - z_{n_{i-1}}^{(0)} + z_{n_{i-2}}^{(0)}}{(Q^{k_1} - 1)(Q^{k_2} - Q^{k_1})}.$$

Согласно (7), коэффициенты равны

$$\begin{aligned} c_{1+l}^{(1)} &= \left[ \frac{1}{(Q^{k_1} - 1)(Q^{k_2} - Q^{k_1})} (Q^{2k_{1+l}} - 1) - \right. \\ &\left. - \frac{Q^{k_2} + 1}{(Q^{k_1} - 1)(Q^{k_2} - Q^{k_1})} (Q^{k_{1+l}} - 1) + 1 \right] c_{1+l}^{(0)}. \end{aligned} \quad (8)$$

В частности, при  $l = 2$  отсюда следует

$$\begin{aligned} c_3^{(1)} &= \left[ \frac{Q^{2k_3} - 1}{(Q^{k_1} - 1)(Q^{k_2} - Q^{k_1})} - \right. \\ &\left. - \frac{(Q^{k_2} + 1)(Q^{k_3} - 1)}{(Q^{k_1} - 1)(Q^{k_2} - Q^{k_1})} + 1 \right] c_3^{(0)}. \end{aligned}$$

Отсюда с помощью (5) найдем выражение для  $\eta_2$  на следующем шаге фильтрации  $j = 2$ :

$$\begin{aligned} \eta_2 &= \frac{c_3^{(0)}}{c_3^{(1)}} = \left[ \frac{Q^{2k_3} - 1}{(Q^{k_1} - 1)(Q^{k_2} - Q^{k_1})} - \right. \\ &\left. - \frac{(Q^{k_2} + 1)(Q^{k_3} - 1)}{(Q^{k_1} - 1)(Q^{k_2} - Q^{k_1})} + 1 \right]^{-1}. \end{aligned}$$

Применив формулу (8) при  $l = 3$ , и (7) при  $j = 2, l = 2$ , в соответствии с (5) получим:

$$\eta_3 = \frac{c_4^{(0)}}{c_4^{(2)}} = \frac{c_4^{(0)}}{c_4^{(1)}} \frac{c_4^{(1)}}{c_4^{(2)}} =$$

$$\begin{aligned} &= \left[ \frac{1}{(Q^{k_1} - 1)(Q^{k_2} - Q^{k_1})} (Q^{2k_4} - 1) - \right. \\ &\left. - \frac{Q^{k_2} + 1}{(Q^{k_1} - 1)(Q^{k_2} - Q^{k_1})} (Q^{k_4} - 1) + 1 \right]^{-1} \times \end{aligned}$$



$$\times \left[ \frac{Q^{k_3} - \eta_2 + Q^{k_2}(\eta_2 - 1)}{(Q^{k_2} - 1)(Q^{k_3} - 1)(Q^{k_3} - Q^{k_2})} (Q^{2k_4} - 1) - \frac{Q^{2k_3} - \eta_2 + Q^{2k_2}(\eta_2 - 1)}{(Q^{k_2} - 1)(Q^{k_3} - 1)(Q^{k_3} - Q^{k_2})} (Q^{k_4} - 1) + 1 \right]^{-1}.$$

Этот процесс можно продолжить до любого  $j$ , применяя рекуррентную формулу (7)

$$\eta_j = \frac{c_{j+1}^{(0)}}{c_{j+1}^{(j-1)}} = \frac{c_{j+1}^{(0)}}{c_{j+1}^{(1)}} \frac{c_{j+1}^{(1)}}{c_{j+1}^{(2)}} \dots \frac{c_{j+1}^{(j-2)}}{c_{j+1}^{(j-1)}}. \quad (9)$$

Таким образом, полностью определены параметры формулы фильтрации (6).

### Модели погрешности, основанные на показательных функциях

Зависимость погрешности от числа узлов для некоторых численных методов, например, метода простых итераций решения нелинейных уравнений, суммирования рядов и решения многих нелинейных задач методом коллокаций может быть представлена в виде

$$z_n = z + c_1 \gamma_1^n + c_2 \gamma_2^n + \dots + c_L \gamma_L^n + \Delta(n), \quad (10)$$

где  $|\gamma_j| < 1$ , причем числа  $\gamma_j$  могут быть как действительными, так и комплексными.

В этом случае следует провести численный эксперимент по схеме с нарастанием числа узлов на константу:  $n_j = n_{j-1} + k$ . При этом формула фильтрации типа (3) примет вид

$$z_n^{(j)} = z_n + \frac{z_n - z_{n-1}}{\gamma_j^{-k} - 1}. \quad (11)$$

Значения  $\gamma_j^{-k}$  можно приближенно найти из эксперимента по формуле

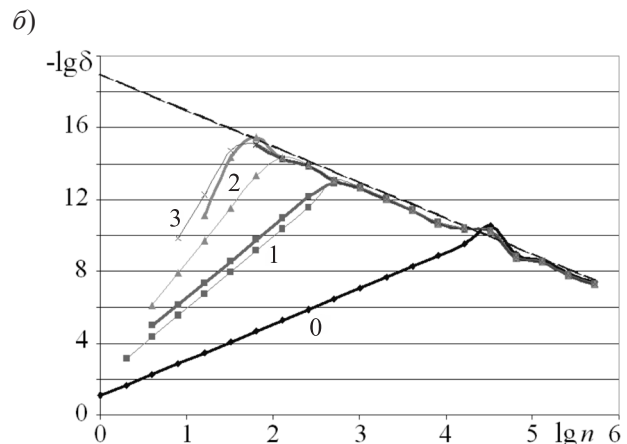
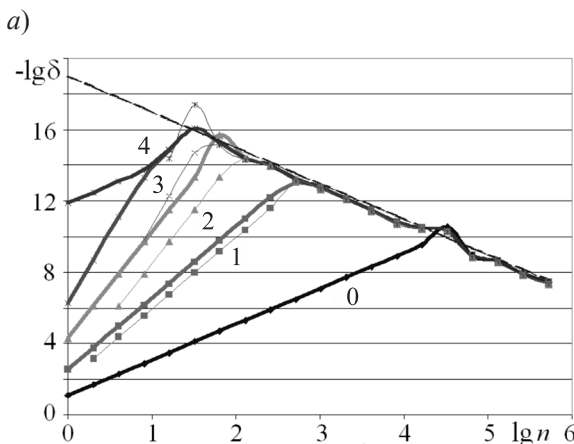


Рис. 1. Результаты оценки погрешности и уточнения в сравнении с фильтрацией по формуле Ричардсона: а – методом покомпонентного вычитания; б – методом с восстановлением значений коэффициентов  
Прямая  $y = 19 - 2 \cdot \lg n$

$$\frac{z_{n_{i-2}}^{(j-1)} - z_{n_{i-1}}^{(j-1)}}{z_{n_{i-1}}^{(j-1)} - z_{n_i}^{(j-1)}} \approx \frac{\gamma_1^{n_{i-2}} - \gamma_1^{n_{i-1}}}{\gamma_1^{n_{i-1}} - \gamma_1^{n_i}} = \gamma_j^{-k}.$$

Для метода простых итераций справедливо соотношение  $\gamma_j = \gamma_j \cdot \gamma$ . В этом случае формула фильтрации (11) выглядит следующим образом:

$$z_n^{(j)} = z_n + \frac{z_n - z_{n-1}}{\gamma_j^{-jk} - 1}.$$

Повторив последовательно рассуждения предыдущего раздела, можно получить выражения, аналогичные (5)–(9), в которых числа  $Q^{k_j}$  заменяются на  $\gamma_j^{-k}$ , например, формула фильтрации

$$z_{n_i}^{(j)} = z_{n_i}^{(j-1)} + \frac{\gamma_{j+1}^{-k} - \eta_j + \gamma_j^{-k}(\eta_j - 1)}{(\gamma_j^{-k} - 1)(\gamma_{j+1}^{-k} - 1)(\gamma_{j+1}^{-k} - \gamma_j^{-k})} (z_{n_{i-2}}^{(j-1)} - z_{n_i}^{(j-1)}) - \frac{\gamma_{j+1}^{-2k} - \eta_j + \gamma_j^{-2k}(\eta_j - 1)}{(\gamma_j^{-k} - 1)(\gamma_{j+1}^{-k} - 1)(\gamma_{j+1}^{-k} - \gamma_j^{-k})} (z_{n_{i-1}}^{(j-1)} - z_{n_i}^{(j-1)}).$$

### Применение видоизмененного метода численной фильтрации

Применим предложенный метод фильтрации к примеру, рассмотренному в [2]. На рис. 1 приведены оценки относительных погрешностей второй разностной производной

$$\frac{d^2 y}{dx^2}(x) = \frac{y(x+h) - 2y(x) + y(x-h)}{h^2} + O(h^2)$$

функции  $y = \cos x$  при  $y = 0,5$ .

При этом шаг сетки  $h = 1/n$ . Графики представлены в логарифмическом масштабе. По оси ординат отложены десятичные логарифмы относительных погрешностей  $-\lg \delta$ ,  $\delta = |\Delta_{n_i}^{(j)} / z_{n_i}^{(j)}|$



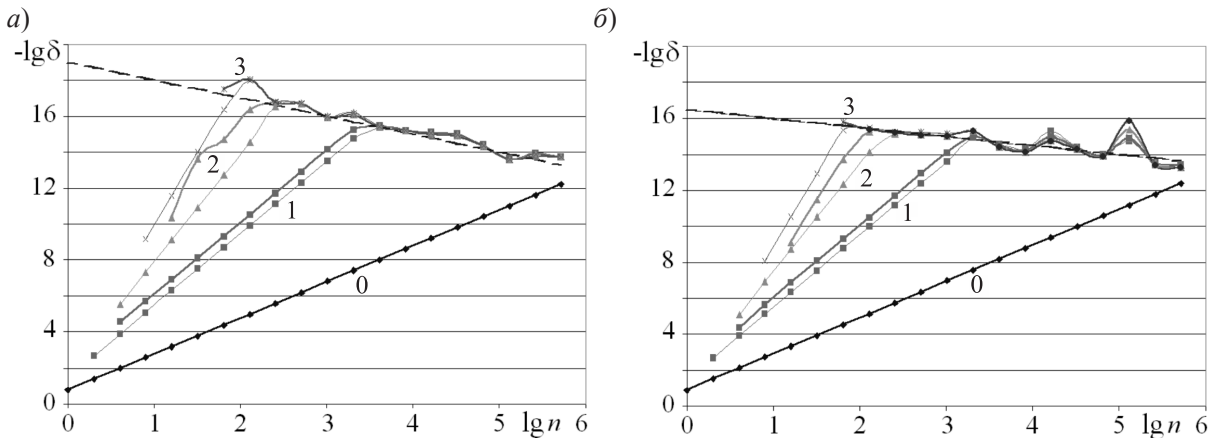


Рис. 2. Результаты оценки погрешности и уточнения методом с восстановлением значений коэффициентов в сравнении с фильтрацией по формуле Ричардсона:  
а – численного дифференцирования; б – численного интегрирования  
Прямые  $y = 19 - \lg n$  и  $y = 16,5 - \frac{1}{2} \lg n$

(точность, выраженная в количестве точных десятичных значащих цифр), по оси абсцисс – десятичные логарифмы  $n$ . На рис. 1 а толстыми линиями обозначены результаты вычитания компонент погрешности (1) с коэффициентами, полученными с помощью идентификации [2], тонкими линиями – результаты фильтрации по формуле Ричардсона [1]. Видно, что фильтрация уменьшает точность по сравнению с вычитанием, что объясняется увеличением коэффициентов  $c_m^{(j)}$  (4) при фильтрации. Это снижает эффект фильтрации. Прямая  $y = 19 - 2 \cdot \lg n$ , ограничивающая точность, является результатом погрешности округления.

Применение предложенного выше метода фильтрации с восстановлением значения коэффициента в первом оставшемся слагаемом (рис. 1 б, толстые кривые) позволяет практически полностью устранить этот недостаток (тонкими кривыми обозначены результаты применения формулы Ричардсона), однако использует три члена последовательности для осуществления шага фильтрации. В связи с этим результат третьей фильтрации практически находится на уровне погрешности округления.

Рассмотрим применение предложенного метода фильтрации к другим численным методам. На рис. 2 а показаны результаты исследования

первой разностной производной той же функции, что и в предыдущем примере:

$$\frac{dy}{dx}(x) = \frac{y(x+h) - y(x-h)}{2h} + O(h^2).$$

Сравнение результатов предложенного метода (рис. 2 а, толстые кривые) с результатами применения формулы Ричардсона (тонкие кривые), как и на рис. 1 б, показывает увеличение точности при фильтрации. Применение этого метода к задаче численного интегрирования той же функции на отрезке  $[0, \pi/2]$  методом средних прямоугольников (рис. 2 б) показывает примерно те же результаты. Качественно все рассмотренные примеры отличаются только характером погрешности округления, который определяется численным методом.

Поставив различные условия можно получить разные формулы фильтрации. Выбор конкретного метода фильтрации зависит от решаемой задачи. При этом необходимо учитывать такие факторы, как взаимное соотношение регулярных компонент погрешности, их соотношение с нерегулярной составляющей  $\Delta(n)$  и вид  $\Delta(n)$ .

Предложенные методы фильтрации и идентификации могут использоваться в различных комбинациях для повышения надежности оценок.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Житников, В.П. Об одном подходе к практической оценке погрешностей численных результатов [Текст] / В.П. Житников, Н.М. Шерыхалина, С.С. Поречный // Научно-технические ведомости СПбГПУ. – 2009. – № 3 (80). – С. 105–110.

2. Житников, В.П. Решение задачи идентификации при оценке погрешностей численных результатов [Текст] / В.П. Житников, Н.М. Шерыхалина, С.С. Поречный // Научно-технические ведомости СПбГПУ. – 2010. – № 1 (93). – С. 60–63.



## **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ СЕЛЕКЦИИ РАСПОЗНАВАЕМЫХ ЗНАКОВ ДАКТИЛЬНОЙ РЕЧИ**

Современное развитие информационных технологий ставит вопрос оказания помощи слабослышащим людям в их общении с окружающим миром. Известны системы перевода произносимой или текстовой информации в жестовую и дактильную речь, которые безусловно помогают в аудиторных занятиях с такими людьми. Однако обратный перевод жестовой и дактильной речи в текстовую и, тем более, озвученную, представляет собой сложную проблему.

Безусловно, это ограничивает индивидуальное общение глухого или слабослышащего, особенно в учреждениях социальной сферы, больницах, магазинах и т. д. Поэтому разработка систем перевода, хотя бы на первом этапе только дактильной речи [2], может оказать существенную помощь таким людям.

**Формулировка проблемы.** Для распознавания содержательной информации у изменяющегося во времени объекта, которым в данном случае является рука человека, воспроизводящая дактильную речь, предлагается осуществить две последовательных и относительно независимых операции.

На первом этапе реализуется селекция информативного образа (знака) из заранее известного полного счетного множества образов. На втором этапе осуществляется сам процесс распознавания образа.

Сложность этапа селекции заключается в том, что нельзя заранее указать момент демонстрации распознаваемого образа и, более того, неизвестен и сам образ, который только в последующем должен быть распознан. Поэтому система селекции должна оперировать не с конкретными информационными образами, а с априорно доступными данными о способах и особенностях перехода от одного демонстрируемого знака к другому.

При этом демонстрируемые образы обладают определенными особенностями:

они демонстрируются одним объектом (рукой), структурные сочетания элементов которого формируют информационные образы;

количество информационных образов ограничено и их вид может быть представлен счетным множеством известных контуров, хранящихся в виде эталонных в системе распознавания;

информационные образы демонстрируются непрерывно во времени с промежуточными переходами, число которых непостоянно и может существенно различаться;

переходные образы последовательности могут случайно формировать ложные информационные; все информационные образы независимы и некоррелированы между собой;

переходные промежуточные образы коррелированы между собой только в пределах соседних отсчетов видеопоследовательности.

С учетом этих особенностей необходимо отслеживание непрерывного движения структурных составляющих объекта при переходе от одного информационного образа к другому через серию промежуточных переходных образов.

**Цель работы.** Нахождение способа распознавания знаков и выделение значащих пауз непрерывно дактилируемой речи. При этом наиболее сложная проблема в селекции знаков – выделение момента демонстрации информационного образа из непрерывной последовательности переходных образов. Причем это должно выполняться еще до начала процедуры распознавания образа. Знание формы или структуры распознаваемых эталонных знаков не может быть использовано в процессе селекции.

В качестве априорно известной информации для селекции распознаваемых знаков, из общего числа промежуточных, могут служить только особенности дактилируемой речи. В частности, подчинение ее правилам грамматики, плавности в демонстрации и непрерывности, с паузами между словами и фразами.

Таким образом, система селекции должна выделять моменты демонстрации информационных знаков и грамматические паузы в дактилируемой речи для передачи этих данных непосредственно в систему распознавания.

Предлагается, чтобы система распознавания осуществляла представление внешнего контура [1] каждого переходного и информационного образа веером векторов, которые дальше сравниваются с эталонными векторами путем согласованной пространственной фильтрации.

**Теоретические исследования.** Для построения всей системы селекции и распознавания важен выбор селектирующих признаков информационных образов. От этого зависит структура и алгоритм функционирования системы. В качестве селектирующих признаков, используемых для выделения информационных образов, можно рассматривать:

- изменение скорости движения структурных элементов объекта при подходе к информационному образу;

- изменение направления движения элементов объекта после демонстрации текущего распознанного образа;

- отслеживание переходных траекторий после демонстрации образа;

- изменение траектории перемещения структурных элементов знака относительно фона.

В качестве наиболее простого и информативного способа селекции информативного образа рассматривается использование изменения направления движения элементов знака. Следовательно, оператор селекции должен выделить из непрерывной последовательности переходящих промежуточных образов момент демонстрации информационного путем анализа изменения направления движения элементов знака при начале движения к следующему.

Это будет означать, что предыдущий кадр образа видеопоследовательности можно считать за информационный и передавать его системе распознавания.

Входной информацией оператора селекции служат кадры видеопоследовательности, поступающие с периодом  $t_b$ , определяемым параметрами видеокамеры. Для поккадровой обработки в системе селекции целесообразно иметь меньшее число отсчетов, поступающих с интервалом  $\tau = t_b q$ , где  $q$  – коэффициент деления кадров по частоте, задающий увеличенный период поступления анализируемых образов.

В алгоритме системы селекции принимается плавающая система нумерации интервалов  $\tau_\mu$ ,  $\mu = 1, 2, \dots, s$ . Отсчет начинается каждый раз с момента выдачи распознанного знака и закан-

чивается в момент  $st$  демонстрации следующего информационного образа. Величина  $s$  непостоянна и может изменяться от образа к образу в зависимости от темпа диктирования речи и пауз между словами.

Выбор интервала  $\tau$  осуществляется в зависимости от максимальной скорости движения элементов знака из условия, чтобы за время между кадрами элементы образа перемещались на величину большую, чем заранее выбранный порог отсечения  $z$ . Величина  $z$  выбирается из требования исключения эффекта дрожания объекта (руки), смещения центров отдельных знаков или шумов квантования контуров. Таким образом, сравнение координатных перемещений элементов образа внутри кадра фиксируется только в случае, если разность между одноименными векторами превышает порог отсечения.

Алгоритм работы всей системы распознавания предусматривает предварительный этап автоматической настройки селектирующей и распознающей части системы перед каждым сеансом [3, 4]. На этапе настройки диктирующий демонстрирует в качестве переменного образа открытую ладонь перед видеокамерой с расстояния, на котором дальше будут демонстрироваться все знаки. По результатам этой настройки определяется граница выделения информативной части объекта, включающая ладонь с пальцами как переменную часть образа.

Одновременно в процессе настройки с целью масштабирования определяются выбранные размеры руки, выраженные в единицах цифровой решетки, что определяет выбор формата, с которым будет работать система в текущем сеансе распознавания.

На первом этапе селекции образов в качестве информативной составляющей выбирается веер векторов, длина которых определяется контуром знака, как представлено на рис. 1.

Выделение контура [1] реализуется попиксельным отслеживанием границы образа на цифровой решетке с задаваемым видеокамерой разрешением. Количество векторов  $k$  в веере определяется спектральным составом контура знака, который зависит от кривизны, изрезанности и скорости изменения огибающей.

Для представления в комплексной форме векторов  $l_n = l(n)$ ,  $n = 1, 2, \dots, (k-1)$ , модули которых задаются в каждый момент контуром образа, естественно соотнести со спектром самого конту-

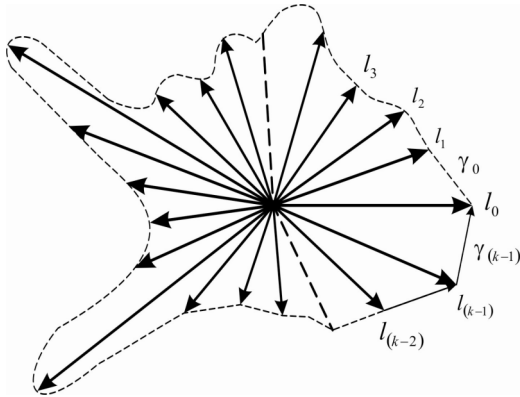


Рис. 1. Кодирование контура веером векторов

ра, представляемого векторами  $\gamma_n = \gamma(n)$  соотношением  $\gamma(n) = l(n+1) - l(n)$ , или для определения вектора  $l(n) = l(n-1) - \gamma(n+1)$ .

При совмещении полюса веера векторов с центром тяжести образа каждый вектор определится в виде

$$l(n) = l(0) + \sum_{m=0}^{n-1} \gamma(m), \quad (1)$$

где  $\gamma(m)$  – элементарный вектор одного шага контура.

Оператор селекции признаков должен использовать не менее трех последовательных по времени отсчетов значений каждого из  $k$  векторов веера. Таким образом, для текущего вектора  $n$  оператор селекции  $G_n$  будет зависеть от величины трех значений длин вектора  $l_n$  в разные моменты времени:

$$G_n = G_n \{l_n[(\mu-1)\tau], l_n[\mu\tau], l_n[(\mu+1)\tau]\}. \quad (2)$$

Операция сравнения длин векторов осуществляется с некоторым порогом отсека  $\eta$ , ниже которого разность не фиксируется. Величина порога выбирается с учетом дискретности представления переходных образов и в зависимости от выбранного коэффициента  $q$  деления кадров видеокамеры.

Входной информацией для селекции являются две разности вектора  $l_n$  между последовательностями отсчетов

$$\begin{aligned} R_{n1} &= l_n[(\mu-1)\tau] - l_n[\mu\tau]; \\ R_{n2} &= l_n[\mu\tau] - l_n[(\mu+1)\tau], \end{aligned} \quad (3)$$

если они превышают порог отсека  $\eta$ . При этом абсолютные значения величин знаков разностей  $R_{n1}$  и  $R_{n2}$  переводятся в фиксированные значения логических переменных  $L_{1r}, L_{1d}, L_{2r}, L_{2d}$  в соответствии с соотношениями

$$L_{1r} = L_{2r} = \{1 \text{ при } R_{n1} > 0, R_{n2} > 0\}, 0 - \text{иначе}, \quad (4)$$

$$L_{1d} = L_{2d} = \{1 \text{ при } R_{n1} < 0, R_{n2} < 0\}, 0 - \text{иначе}.$$

Эти логические переменные в конечном счете и будут определять момент представления переменного образа, предназначенного для распознавания. Логическая структура оператора селекции информационного знака формирует команды распознавания  $f_n$  и служебной команды окончания слова с запретом распознавания  $h_n$ , только для одного вектора  $l_n$ . При этом сами команды формируются при следующих соотношениях логических переменных:

$$f_n = 1, \text{ при } (L_{1r} \langle \langle u \rangle \rangle L_{2d}) \text{ или } (L_{1d} \langle \langle u \rangle \rangle L_{2r}); \quad (5)$$

$$h_n = 1, \text{ при } (L_{1r} \langle \langle u \rangle \rangle L_{2r}) \text{ или } (L_{1d} \langle \langle u \rangle \rangle L_{2d}).$$

Значения  $f_n$  и  $h_n$  используются для накопления сравнительных данных о каждом промежуточном образе, на основании которых формируется команда селекции  $F$ . Команда запрета  $H$  одновременно определяет момент движения элементов знака и поэтому может служить информацией о прерывании движения, т. е. об окончании слова или фразы.

Окончательное решение о селекции момента  $\tau$  демонстрации информационного образа из числа промежуточных  $\tau_i$  принимается по максимуму  $F$  на основании анализа всего веера  $k$  векторов

$$F = \sum_{n=0}^{k-1} f_n, \quad (6)$$

и с учетом значения комбинации логических данных команды  $H$

$$H = \sum_{n=0}^{k-1} h_n. \quad (7)$$

Выполнив разложение по спектру наиболее сложного с точки зрения изрезанности и скорости перепадов контура, можно определить требуемый минимальный шаг по контуру. При этом спектр контура связан со спектром веера векторов.

Дискретное преобразование Фурье (ДПФ) всего контура  $\Gamma = \{\gamma(n)\}_{0,(k-1)}$  образа (знака)  $P_\gamma = \{\rho_\gamma(m)\}$ ,  $m = 0, 1, \dots, (k-1)$  также состоит из элементарных векторов спектра, каждый из которых определяется в виде

$$\rho_\gamma(m) = \sum_{n=0}^{k-1} \gamma(n) \exp \left\{ -j \frac{2\pi}{k} mn \right\}. \quad (8)$$

Весь веер векторов  $L$ , проведенных из полюса к концам шаговых векторов контура, представляется в виде комплексных составляющих

$$L = \{l(n)\}_{0,(k-1)} = l(n) \exp\{j\varphi(n)\}_{0,(k-1)},$$

а его полный спектр  $P_L = \{\rho_L(m)\}_{0,(k-1)}$  будет представлен комплексными составляющими

$$\rho_L(m) = \sum_{n=0}^{k-1} l(n) \exp\left\{-j \frac{2\pi}{k} mn\right\}, \quad (9)$$

$$m = 0, 1, \dots, (k-1).$$

Зависимость между спектром веера векторов и спектром контурного представления одного и того же образа определится соотношением [3] в виде

$$\rho_L(m) = \frac{\rho_i(m)}{\exp\left\{j \frac{2\pi}{k} m\right\} - 1}, \quad (10)$$

при этом нулевая составляющая для исключения неоднозначности в знаменателе вычисляется по формуле  $\rho_L(0) = \sum_{n=0}^{k-1} l(n)$ .

Следовательно, при определении необходимого числа векторов  $k$  в веере для представления неискаженного знака можно воспользоваться как контурным, так и векторным спектральным разложением.

При общем анализе всей системы распознавания, включающей селектирующую и распознающую части, целесообразно оперировать с образами, относящимися к одному и тому же классу – веером векторов. Поэтому в классе веера векторов  $L$  следует определить способ их разложения по составляющим элементарным веерам  $L_i$ , где  $i = 0, 1, \dots, (k-1)$  – порядок этого элементарного веера. Для сохранения их ортогональности и исключения зависимости веера  $L_i$  от его порядка при вычислении скалярного произведения и квадрата нормы необходимо перейти к другим элементарным векторам с коэффициентом  $\frac{1}{k}(\exp\{j \frac{2\pi}{k} i\} - 1)$ . Таким образом, разложение произвольного веера векторов знака  $L$  можно выполнить по набору элементарных векторов вида

$$W_i = \{w_i(n)\}_{0,(k-1)} = \frac{1}{k}(\exp\{j \frac{2\pi}{k} i\} - 1) \{l_i(n)\}_{0,(k-1)}, \quad (11)$$

где значение величины элементарных составляющих веера  $w_i(n)$  определяется как обратное ДПФ от  $W_i$  и представляется соотношением

$$w_i(n) = \frac{1}{k} \exp\left\{j \frac{2\pi}{k} in\right\}, \quad i = 0, 1, \dots, (k-1). \quad (12)$$

Для представления конкретного образа или знака  $L = \{l(n)\}_{0,(k-1)}$ , состоящего из  $k$  отдельных векторов, необходимо определить величину каждого вектора  $l(n)$ , что можно сделать через спектр составляющих веера  $\rho_L(m)$  с помощью обратного ДПФ:

$$l_n = \frac{1}{k} \sum_{m=0}^{k-1} \rho_L(m) \exp\left\{j \frac{2\pi}{k} mn\right\}, \quad (13)$$

$$n = 0, 1, \dots, (k-1).$$

Обобщая соотношение (13) ко всему вееру векторов с учетом (12), получается, что разложение по базису элементарных вееров порядка  $i = k$  происходит с коэффициентами его ДПФ  $\rho_L(m)$ , то есть

$$L = \sum_{m=0}^{k-1} \rho_L(m) W_m, \quad (14)$$

и, следовательно, размеры описанных вокруг вееров окружностей будут определяться коэффициентами частотного разложения и уменьшаться с увеличением порядка  $i$  из соотношения (12).

Распознавание переменного образа после селекции знака осуществляется путем его сравнения с набором записанных заранее эталонных значений. Эталонные образы представляются также в виде веера векторов, каждый из которых соответствует определенному знаку. При этом подразумевается, что полюс веера совмещен с центром тяжести знака. Структура каждого эталонного веера векторов представлена в виде согласованного в комплекснозначном пространстве фильтра, настроенного на выделение конкретного знака.

Импульсная характеристика фильтра, настроенного на определенный распознаваемый веер для каждого вектора, представляется в виде  $\lambda(n) = l^*(k-n-1)$  и дает при подаче на вход неизвестного произвольного веера  $L' \{l'(n)\}_{0,(k-1)}$  отклик в виде

$$\eta(m) = \sum_{n=0}^{k-1} l'(n) l^*(n-m+k-1). \quad (15)$$

Учитывая, что при многократном обходе веера векторов элементы его кода представляют собой периодическую последовательность с периодом  $k$  и каждый вектор может быть определен в моменты  $l(n) = l(n \pm \sigma k)$ , где  $\sigma = 0, 1, \dots, k$ , для отсчета можно выбрать любой момент. При окончании цикла обработки веера, когда текущий момент принимает значение  $m = k-1$ , на выходе фильтра образуется величина, равная скаляр-





ному произведению эталонного веера векторов в комплексно-сопряженном виде  $L^* \{l^*(n)\}_{0,(k-1)}$  и распознаваемого веера  $L^r \{l^r(n)\}$ , что дает

$$\eta(k-1) = \sum_{n=0}^{k-1} l^r(n) l^*(n). \quad (16)$$

В случае совпадения обрабатываемого веера векторов с эталонным  $L^r = L$  выходная величина соответствующего пространственного согласованного фильтра равна энергии веера:

$$\eta(k-1) = \sum_{n=0}^{k-1} l(n) l^*(n) = \|L\|^2. \quad (17)$$

Это возможно при полной компенсации значений аргументов всех векторов и вычислению суммы квадратов их модулей. В реальных условиях коллинеарность векторов не всегда достижима, тем не менее отсчеты, полученные с помощью согласованной фильтрации, существенно больше, чем при несогласованном сопоставлении веера векторов.

Модуль выходного отсчета позволяет оценить независимо от размеров векторов меру схожести  $\xi(m)$  фильтруемого веера с эталонным веером, если сравнивать нормированные значения

$$\xi(m) = \frac{|\eta(m)|}{\|L^r\| \|L\|}. \quad (18)$$

Если распознаваемый образ был повернут относительно эталонного веера, то согласованная фильтрация позволит [1] определить угол поворота, вычислив аргумент конечного согласованного веера:

$$\arg \eta(k-1) = \arg \operatorname{tg} \left[ \frac{\operatorname{Im} \eta(k-1)}{\operatorname{Re} \eta(k-1)} \right]. \quad (19)$$

Результат согласованной фильтрации суммы всех  $m = k - 1$  векторов (17) веера будет представлять собой также определенный веер  $H = \{\eta(m)\}_{0,(k-1)}$ , у которого один из векторов –  $\eta(k-1)$ , – будет действительным, направленным вдоль горизонтальной оси координат. Все остальные вектора распределяются по всему вееру и являются попарно комплексно сопряженными.

Отсчет максимума действительного вектора веера и определяет меру схожести распознаваемого образа с одним из эталонных дактильных знаков.

Моделирование в покадровом режиме наиболее сложной функции распознавания – процесса селекции изменяющихся дактильных знаков, в соответствии с соотношениями (4)–(6), показало его работоспособность, что иллюстрируется на рис. 2 формированием команды выделения знака.

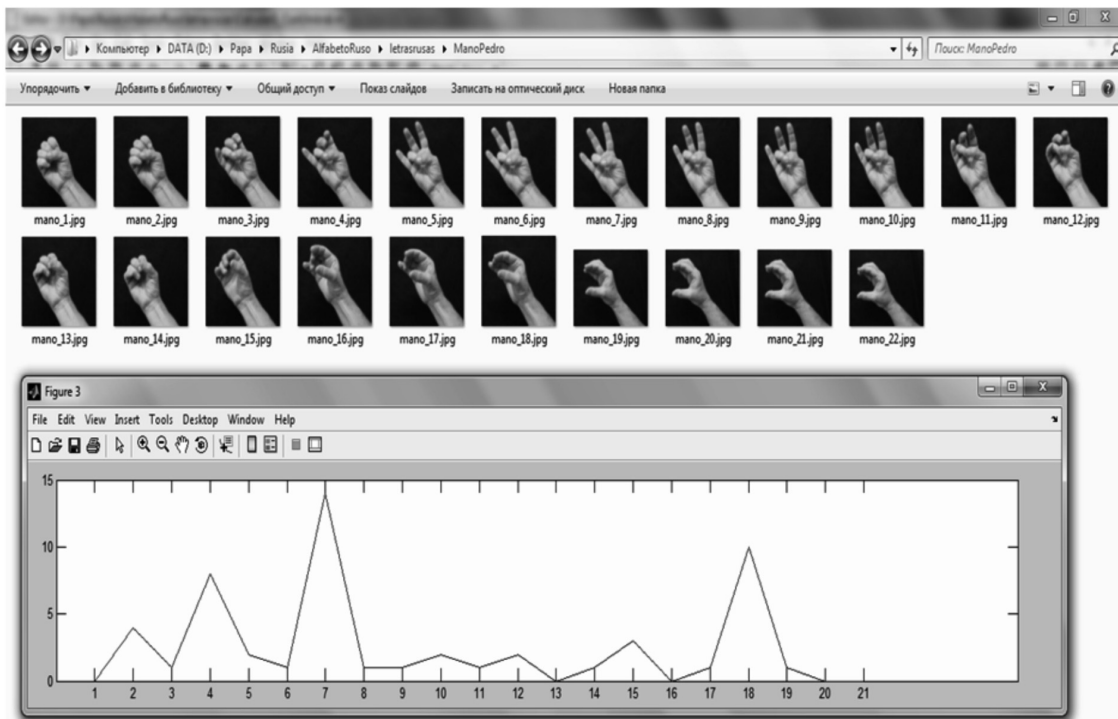


Рис. 2. Результат моделирования процесса формирования селектирующей команды

Разработанная система распознавания знаков дактильной речи с контурным представлением их изображений и кодированием векторов сокращает объем обрабатываемой информации и поэтому может применяться в ре-

альных условиях. Сама система распознавания в дальнейшем может использоваться в качестве дополнительной функции мобильных устройств, имеющих возможности видеозаписи и воспроизведения речи.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Фурман, Я.А.** Введение в контурный анализ; приложение к обработке изображений и сигналов [Текст] / Я.А. Фурман [и др.]; Под ред. Я.А. Фурмана. –2-е изд., испр. –М.: Физматлит, 2003. –592 с.

2. **Vaishali. S. Kulkarni.** Appearance Based Recognition of American Sign Language Using Gesture Segmentation [Text] / Vaishali.S.Kulkarni // (IJSCE) International J. on Computer Science and Engineering. –2010. –Vol. 02. –№ 03. –Р. 560–565.

3. **Parnini, F.** An algorithmic approach for static and dynamic gesture recognition utilising mechanical and biometrical characteristics [Text] / F. Parnini, C. Shahoby // Int. J. Bioinformatics research and applications. –2007. –Vol. 03. –№ 1.

4. **Дондик, Е.М.** Информационная система распознавания образов переменной структуры [Текст] / Е.М. Дондик, А.Н. Пылькин, Н.Е. Скоробогатова // Вестник Рязанского гос. радиотехн. ун-та. –Рязань: Изд-во РГРТУ, 2011. –№ 3. –С. 17–22.

УДК 381.5.2:[681.3.06:519.682]

*Г.С. Петриченко, Н.К. Григорян, М.И. Медовщиков*

### МЕТОДИКА РАЗРАБОТКИ ЭКСПЕРТНОЙ СИСТЕМЫ РУКОВОДИТЕЛЯ ДЛЯ ПРИНЯТИЯ УПРАВЛЕНЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ

Актуальная задача для принятия управленческих решений – создание экспертной системы (ЭС) руководителя.

К ЭС, реализующей логико-вероятностный подход в соответствии с [1], предъявляются следующие требования:

в базе знаний экспертной системы необходимо хранить вероятность наступления каждого элементарного события, а также условную вероятность наступления каждого зависимого узлового события;

ЭС должна автоматически выводить вероятности наступления всех узловых событий по означенным элементарным событиям, включая целевое событие, до которого необходимо производить вывод;

ЭС должна предоставлять простой, интуитивно понятный интерфейс как для эксперта, так и для пользователя.

Структура требуемой экспертной системы руководителя, представленная на рисунке, включает следующие подсистемы:

блок логико-вероятностного вывода ЭС (решатель);

блок интерфейса эксперта для работы с базой знаний;

блок интерфейса пользователя для работы с ЭС;

базу знаний ЭС.

База знаний экспертной системы включает правила логико-вероятностного вывода узловых



Структура ЭС руководителя



событий по элементарным. В соответствии с [2] наиболее распространенным, простым и достаточно гибким для широкой предметной области способом хранения правил продукционной логики, включая коэффициенты вероятности, является следующий подход.

Каждое продукционное правило имеет следующую структуру:

$$R = \langle I, LPL, LPR, S \rangle, \quad (1)$$

где  $I$  – элемент, позволяющий однозначно идентифицировать правило;  $LPL$  – левая часть продукционного правила (часть «ЕСЛИ»), являющаяся конъюнктивным множеством условий продукционного правила, состоящая из логико-вероятностных элементов  $LP$ ;  $LPR$  – правая часть продукционного правила (часть «ТО»), состоящая из результирующего логико-вероятностного элемента  $LP$  продукционного правила;  $S$  – формат записи структуры элементов, указанный в расширенной форме Бэкуса–Наура (РБНФ) [4].

Структуру  $LPL$  левой части продукционного правила можно описать следующим образом:

$$LPL = \{LP1, LP2, \dots, LPn\},$$

где  $LP1, LP2, \dots, LPn$  – логико-вероятностные элементы, входящие во множество  $LPL$ .

При этом под логико-вероятностным элементом подразумевается следующая структура:

$$LP = \langle A, V, P, S \rangle, \quad (2)$$

где  $A$  – наименование хранимого атрибута;  $V$  – символическое значение хранимого атрибута;  $P$  – вероятностный элемент правила.

Продукционное правило  $R$  выполняется тогда, когда все логические части (элементы  $A$  и  $V$  в паре) логико-вероятностных элементов  $LP_i$  ( $i = 1, n$ ) множества условий  $LPL$  истинны. Выполнение правила  $R$  подразумевает истинность логической части результирующего логико-вероятностного элемента  $LPR$ .

Элементы  $P$  логико-вероятностных элементов  $LP_i$ , входящих во множество  $LPL$ , отражают условную вероятность  $LP_i$  по отношению к результирующему элементу  $LPR$ . Элемент  $P$  результирующего логико-вероятностного элемента  $LPR$  отражает условную вероятность всего множества условий  $LPL$  продукционного правила по отношению к этому логико-вероятностному элементу  $LPR$ .

Логико-вероятностный элемент образует элементарный факт, хранимый в базе знаний.

Помимо непосредственно продукционных правил, хранящихся в базе знаний, задается также множество целевых атрибутов фактов, для которых необходимо произвести вывод вероятности истинности их различных состояний.

Структура задания целевого атрибута факта минимальна:

$$G = \langle A, S \rangle, \quad (3)$$

где  $A$  – наименование атрибута;  $S$  – формат записи структуры элементов, указанный в РБНФ.

Формат записи структуры элементов зависит от выбора конкретного средства реализации ЭС и является внутренним представлением базы знаний, удобным для взаимодействия с блоком логико-вероятностного вывода.

Внешнее представление базы знаний осуществляется через интерфейсы эксперта и пользователя.

Так как требуется предоставить возможность добавления новых знаний в БЗ экспертом или инженером знаний, то необходимо описать интерфейс эксперта.

В [2, 3] приведены примеры интерфейса эксперта на основе простых и гибких языков эксперта. Язык эксперта, необходимый для требуемой экспертной системы, может быть описан в контекстно-свободной формальной грамматике при помощи РБНФ [4] следующим образом.

ЯзыкЭксперта = {Предложение «.»}.

Предложение = Цель | Правило | Комментарий.

Цель = ИдентификаторЦели Атрибут.

ИдентификаторЦели = «изучить» | «объект» | «цель».

Правило = «правило» ИдентификаторПравила «если» БлокУсловий «то» БлокРезультата.

ИдентификаторПравила = Значение.

Значение = Символ | Число.

Число = [«+» | «-»] НатурЧисло [«,» [НатурЧисло]].

НатурЧисло = цифра {цифра}.

Символ = буква {буква | цифра} «\_».

БлокУсловий = Выражение {«и» Выражение}.

Выражение = ЛогическийЭлемент Вероятность.

ЛогическийЭлемент = Атрибут [Отношение-

Равенства Значение].

Атрибут = Символ.

ОтношениеРавенства = «есть» | «=» | «равно».

Вероятность = Число.

Комментарий = «%» ТекстоваяСтрока.

ТекстоваяСтрока = ТекстовыйСимвол {ТекстовыйСимвол} конецстроки.

ТекстовыйСимвол = [буква|цифра|спецзнак].

В представленной формальной системе описания синтаксиса использованы следующие терминальные символы.

Терминальный символ «цифра» заменяется на одну из цифр от нуля до девяти. Символ «буква» заменяется на одну из букв любого алфавита, поддерживаемого средствами реализации ЭС. Символ «спецзнак» заменяется на любой видимый символ, не входящий во множества букв и цифр, разрешенный средством реализации экспертной системы.

Если для описанных выше правил составления базы знаний задать формат S, соответствующий приведенному языку эксперта, то можно пояснить следующие соответствия элементов языка эксперта указанным правилам составления базы знаний.

Структуре целевого атрибута факта G (3) соответствует нетерминальный символ «Цель». Структуре логико-вероятностного элемента LP (2) соответствует нетерминальный символ «Выражение». Структуре продукционного правила R (1) соответствует нетерминальный символ «Правило».

Если в формализованном тексте, написанном на языке эксперта, встречается несколько правил, указывающих на одно и то же логико-вероятностное событие, то эти правила совмещаются через дизъюнкцию.

Таким образом, приведенный язык эксперта позволяет полностью описывать базы знаний по приведенным правилам ее составления.

#### Блок логико-вероятностного вывода экспертной системы

Наиболее универсальным и широко используемым методом логического вывода является метод резолюции [3, 5].

Покажем пример применения метода резолюции к некоторым фрагментам знаний, представленных в дереве неисправностей в соответствии

с [1]. В общем же случае метод резолюций применяется ко всем фрагментам базы знаний.

Пусть в базе знаний имеются следующие фрагменты знаний:

1) ЕСЛИ «Срыв организационной составляющей» ТО «Срыв процесса создания».

2) ЕСЛИ «Срыв источника финансирования» ТО «Срыв организационной составляющей».

3) ЕСЛИ «Отсутствие инвесторов» ТО «Срыв источника финансирования».

Введем следующие обозначения: A – событие «Срыв процесса создания»; B – событие «Срыв организационной составляющей»; C – событие «Срыв источника финансирования»; D – событие «Отсутствие инвесторов»; 0 – ЛОЖЬ; 1 – ИСТИНА.

Предположим также, что событие D получило состояние 1, т. е. руководитель указал в ЭС на отсутствие инвесторов.

Таким образом, используемое множество теорем приобрело вид:

$$M = \{B \rightarrow A, C \rightarrow B, D \rightarrow C, D\}.$$

Допустим, требуется доказать, что при этом событие A будет истинным.

Тогда в соответствии с методом резолюции необходимо дополнить имеющееся множество теорем отрицанием доказываемой теоремы. Если полученное множество теорем с отрицанием будет опровергнуто, то (следуя логике доказательства от противного) исходная теорема будет доказана.

Дополним имеющееся множество теорем отрицанием доказываемой теоремы:

$$N = \{B \rightarrow A, C \rightarrow B, D \rightarrow C, D, \bar{A}\}.$$

Согласно методу резолюции необходимо привести все теоремы множества к нормальной конъюнктивной форме. Для этого заменим все логические операции следования на операции дизъюнкции и отрицания по формулам логических преобразований. Также дополним элементарные теоремы без логических операторов пустыми дизъюнктами:

$$N = \{(\bar{B} \vee A), (\bar{C} \vee B), (\bar{D} \vee C), (D \vee 0), (\bar{A} \vee 0)\}.$$

Далее, согласно методу резолюции необходимо применять правило резолюции к множеству теорем до тех пор, пока не будет получен пустой



дизъюнкт, либо пока данное правило не станет неприменимым.

Правило резолюции имеет следующий вид:

$$\frac{(X \vee Z), (Y \vee \bar{Z})}{X \vee Y}.$$

То есть если два исходных предложения в нормальной конъюнктивной форме имеют контрарные литералы (в данном случае  $Z$  и  $\bar{Z}$ ), тогда справедливо предложение, состоящее из дизъюнкции остальных литералов.

Применим правило резолюции последовательно ко всем теоремам.

$$N = \{(\bar{B} \vee A), (\bar{C} \vee B), (\bar{D} \vee C), (D \vee 0), (\bar{A} \vee 0)\},$$

$$N = \{(\bar{B} \vee A), (\bar{C} \vee B), (C \vee 0), (\bar{A} \vee 0)\},$$

$$N = \{(\bar{B} \vee A), (B \vee 0), (\bar{A} \vee 0)\},$$

$$N = \{(A \vee 0), (\bar{A} \vee 0)\},$$

$$N = \{0\}.$$

Таким образом, мы получили опровержение исходного множества теорем с отрицанием доказываемой теоремы. Следовательно, доказываемая теорема истинна. То есть при полученных теоремах из базы знаний если событие  $D$  является истинным, то событие  $A$  также является истинным.

Разумеется, применение одних лишь логических методов вывода недостаточно для реализации блока логико-вероятностного вывода. Необходимо также применение методов расчета вероятностей выводимых событий.

Согласно [6] наиболее эффективным методом расчета вероятностей событий является применение подхода с использованием байесовских сетей доверия.

В данной статье рассматривается только прямая задача распространения вероятностей, без обратного пересчета. Этого достаточно для реализации основных необходимых функций экспертной системы. Обратный пересчет также представляет интерес, но выходит за рамки настоящей статьи.

Вероятностный вывод может быть описан при помощи логики предикатов первого порядка следующим образом в соответствии с базовыми подходами построения экспертных систем с учетом неопределенности [2, 3]. В тексте, представленном далее, все аргументы предикатов обладают квантором всеобщности. При задании правил ис-

пользуются стандартные логические операторы (оператор « $\vee$ » – дизъюнкция, « $\wedge$ » – конъюнкция, « $\rightarrow$ » – логическое следование, « $\equiv$ » – эквивалентность).

$$1. \text{ИФ}(A, 3, B) \vee 3\text{П}(A, 3, B) \vee \text{ВВ}(A, 3, B) \rightarrow \text{ЦД}(A, 3, B).$$

$$2. (\text{ИП}(H, \text{МУ}, \text{Р}(A, 3, \text{ОУВ})) \wedge \text{Д}(\text{МУ}, \text{ПСВ}) \wedge \text{П}(\text{ОУВ}, \text{ПСВ}, \text{ДВ}) \wedge \text{ДБ}(\text{Р}(A, 3, \text{ОУВ}), \text{ДВ}, \text{ПВ})) \vee \text{ИФ}(A, 3, \text{ПВ}) \rightarrow \text{ВВ}(A, 3, \text{ПВ}).$$

$$3. \text{ВМБВ}(\text{МУ}, 1, \text{ПСВ}) \rightarrow \text{Д}(\text{МУ}, \text{ПСВ}).$$

$$4. ((A, 3, \text{УВ}) \equiv \text{ПЭС}) \wedge \text{ЦД}(A, 3, B) \wedge \text{М}(\{ \text{РВ}, B, \text{УВ} \}, \text{ПРВ}) \wedge \text{ВМБВ}(\{ \text{ХС} \}, \text{ПРВ}, \text{ПСВ}) \rightarrow \text{ВМБВ}(\{ \text{ПЭС}, \text{ХС} \}, \text{РВ}, \text{ПСВ}).$$

$$5. (\text{РВ} \equiv \text{ПСВ}) \rightarrow \text{ВМБВ}(\{ \}, \text{РВ}, \text{ПСВ}).$$

$$6. \text{М}(\{ \text{ОУВ}, \text{ПСВ} \}, \text{ДВ}) \rightarrow \text{П}(\text{ОУВ}, \text{ПСВ}, \text{ДВ}).$$

$$7. (\text{ИФ}(A, 3, \text{ХВ}) \wedge \text{ССВ}(\text{ДВ}, \text{ХВ}, \text{ПВ}) \wedge \text{ФУ}(A, 3, \text{ХВ}) \wedge \text{ФД}(A, 3, \text{ПВ})) \vee (\text{Не}(\text{ИФ}(A, 3, \text{ХВ})) \wedge (\text{ДВ} \equiv \text{ПВ}) \wedge \text{ФД}(A, 3, \text{ПВ})) \rightarrow \text{ДБ}(\text{Р}(A, 3, \text{ОУВ}), \text{ДВ}, \text{ПВ}).$$

$$8. \text{М}(\{ \text{ДВ}, \text{ХВ} \}, \text{РА1}) \wedge \text{С}(\{ \text{ДВ}, \text{ХВ} \}, \text{РА2}) \wedge \text{ВЧ}(\{ \text{РА2}, \text{РА1} \}, \text{ПВ}) \rightarrow \text{ССВ}(\text{ДВ}, \text{ХВ}, \text{ПВ}).$$

Описания обозначений предикатов и аргументов в приведенных правилах указаны в таблице.

Приведенные правила логико-вероятностного вывода описывают решатель экспертной системы.

В данной статье рассмотрены принципы построения экспертной системы как части интеллектуальной информационной системы руководителя электронной библиотеки.

При построении экспертной системы использован логико-вероятностный подход, позволяющий учитывать неполноту формализованных знаний экспертов по сравнению с обычным логическим выводом.

Также разработаны правила формирования базы знаний и язык эксперта, позволяющие учитывать условные вероятности для продукционных правил.

В качестве средства реализации экспертной системы рекомендуется среда SWI-Prolog, как наиболее подходящая по возможностям использования логики предикатов первого порядка и управлению процессом логико-вероятностного вывода.

Интерфейс пользователя определяется конкретными средствами реализации экспертных систем и зависит от поставленных задач (реализация распределенной, либо локальной экспертной системы).



Обозначения предикатов и аргументов правил вывода

| Обозначение | Полное наименование          | Описание                                                                                                                                                                                    |
|-------------|------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ИФ          | Имеется факт                 | Предикат, истинный тогда, когда в базе знаний имеется факт, соответствующий заданным аргументам (связке Атрибут, Значение, Вероятность)                                                     |
| А           | Атрибут                      | Аргумент, обозначающий наименование факта базы знаний                                                                                                                                       |
| З           | Значение                     | Аргумент, обозначающий значение факта базы знаний                                                                                                                                           |
| В           | Вероятность                  | Аргумент, обозначающий значение вероятности истинности факта базы знаний                                                                                                                    |
| ЗП          | Задано пользователем         | Предикат, истинный при условии, что в базе знаний имеется заданный пользователем факт с указанными аргументами, либо данный факт был подтвержден пользователем при вызове данного предиката |
| ВВ          | Возможен вывод               | Предикат, истинный тогда, когда факт с указанными параметрами возможно вывести                                                                                                              |
| ЦД          | Цель достижима               | Предикат, истинный если возможно определить вероятность события с заданными атрибутом и значением, иначе – ложный                                                                           |
| ИП          | Имеется правило              | Предикат, истинный тогда, когда в базе знаний имеется правило с соответствующими заданными аргументами                                                                                      |
| Н           | Номер                        | Аргумент, являющийся идентификатором правила                                                                                                                                                |
| МУ          | Множество условий            | Аргумент, являющийся списком условий, где каждое условие представляет собой структуру Аргумент-Значение-Вероятность                                                                         |
| ОУВ         | Общая условная вероятность   | Вероятностный элемент в правой части правила в соответствии с (2)                                                                                                                           |
| Д           | Доказано                     | Предикат, истинный если множество условий доказуемо и параллельно рассчитывающий последовательную вероятность конъюнктов условий                                                            |
| ПСВ         | Последовательная вероятность | Аргумент, отражающий вероятность наступления всех событий из МУ                                                                                                                             |
| П           | Приведено                    | Предикат, приводящий условную вероятность ОУВ и последовательную вероятность ПСВ к общей вероятности                                                                                        |
| ДВ          | Добавляемая вероятность      | Аргумент, отражающий рассчитанную вероятность результирующего события правила (без учета дизъюнктов в виде таких же результирующих событий, но из других правил)                            |
| ДБ          | Добавлено                    | Предикат, добавляющий новый факт с рассчитанной вероятностью в базу знаний, либо обновляющий уже хранимый факт в базе знаний с перерасчетом полной вероятности                              |
| ПВ          | Полная вероятность           | Аргумент, отражающий полную рассчитанную вероятность результирующего события (с учетом всех правил, приводящих к этому же результирующему событию)                                          |



|                 |                                  |                                                                                                                                                                                                                                 |
|-----------------|----------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ВМБВ            | Вероятность может быть выведена  | Предикат, производящий рекурсивное доказательство переданного в качестве аргумента множества условий доказываемого правила, а также всех зависимых правил. Помимо логического вывода предикат осуществляет вероятностный расчет |
| РВ              | Расчет вероятности               | Аргумент, отражающий промежуточное значение рассчитываемой вероятности множества условий в ходе работы предиката ВМБВ                                                                                                           |
| УВ              | Условная вероятность             | Аргумент, отражающий условную вероятность доказываемого элемента МУ по отношению к результирующему событию правила, из которого было извлечено МУ                                                                               |
| ПЭС             | Первый элемент списка            | Первый элемент из списка, переданного в качестве аргумента                                                                                                                                                                      |
| ХС              | Хвост списка                     | Прочие за исключением первого элементы из списка, переданного в качестве аргумента                                                                                                                                              |
| М               | Множитель                        | Предикат, устанавливающий второй переданный аргумент в равенство произведению значений элементов переданного в качестве первого аргумента списка                                                                                |
| С               | Сумматор                         | Предикат, устанавливающий второй переданный аргумент в равенство сумме значений элементов переданного в качестве первого аргумента списка                                                                                       |
| ВЧ              | Вычитатель                       | Предикат, устанавливающий второй переданный аргумент в равенство разностей значений элементов переданного в качестве первого аргумента списка                                                                                   |
| ПРВ             | Произведение вероятностей        | Аргумент, отражающий произведение условной вероятности доказываемого события и его расчетной вероятности                                                                                                                        |
| ХВ              | Хранимая вероятность             | Аргумент, отражающий вероятность хранимого в базе знаний факта                                                                                                                                                                  |
| ССВ             | Сложение совместных вероятностей | Предикат, выполняющий сложение совместных вероятностей. Третий аргумент предиката ставится в соответствие результату сложения                                                                                                   |
| ФУ              | Факт удален                      | Предикат, производящий удаление факта с соответствующими аргументами из базы знаний                                                                                                                                             |
| ФД              | Факт добавлен                    | Предикат, производящий добавление факта с соответствующими аргументами в базу знаний                                                                                                                                            |
| Не              | Отрицание                        | Предикат, имеющий логическое значение, противоположное логическому значению аргумента                                                                                                                                           |
| РА <sub>n</sub> | Расчетный аргумент № <i>n</i>    | Аргумент, участвующий в промежуточных расчетах. Буква <i>n</i> обозначает идентификационный номер аргумента. Аргументы с различными номерами не связаны                                                                         |

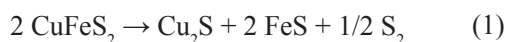
#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Петриченко, Г.С.** Логико-вероятностный подход принятия управленческих решений при создании электронных библиотек [Электронный ресурс] / Г.С. Петриченко, Н.К. Григорян // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. –Краснодар: КубГАУ, 2011. –№ 05 (69). –С. 258–267. –Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2011/05/pdf/24.pdf>
2. Schnupp Peter H. Building Expert Systems in Prolog [Электронный ресурс] // Amzi! inc. –2000. –Режим доступа: <http://www.amzi.com/ExpertSystemsInProlog/index.htm>
3. **Балтрашевич, В.Э.** Реализация инструментальной экспертной системы [Текст] / В.Э. Балтрашевич. –СПб.: Политехника, 1993. –237 с.
4. ISO/IEC 14977:1996. Information technology – Syntactic metalanguage – Extended BNF [Электронный ресурс] / International Organization for Standardization. –1996. –Режим доступа: [http://standards.iso.org/ittf/PubliclyAvailableStandards/s026153\\_ISO\\_IEC\\_14977\\_1996\(E\).zip](http://standards.iso.org/ittf/PubliclyAvailableStandards/s026153_ISO_IEC_14977_1996(E).zip)
5. **Джарратано, Джозеф.** Экспертные системы: принципы разработки и программирования [Текст] / Джозеф Джарратано, Гари Райли; Пер. с англ. –4-е изд. –М.: ООО «ИД Вильямс», 2007. –1152 с.
6. **Тулупьев, А.Л.** Байесовские сети: Логико-вероятностный подход [Текст] / А.Л. Тулупьев, С.И. Ниженко, А.В. Сироткин. –СПб.: Наука, 2006. –607 с.

## НЕЙРОСЕТЕВАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ПЛАВКИ МЕДНОГО НИКЕЛЬСОДЕРЖАЩЕГО СЫРЬЯ В ПЕЧАХ ВАНЮКОВА

Печь Ванюкова представляет собой агрегат непрерывного действия, задача которого сводится к обогащению медных штейнов и обеднению шлаков, полученных в результате процесса плавки, называемого *процессом Ванюкова* [1–5]. Компоненты перерабатываемой шихты (богатая по содержанию меди руда, отфильтрованный медный концентрат, бедные обороты, песчаник и прочие материалы) загружаются на поверхность интенсивно барботируемого расплава, где окисляются кислородо-воздушной смесью (рис. 1). Продуктами плавки являются медный штейн, шлак и отходящие газы.

Обогащение штейна осуществляется за счет реакций диссоциации высших сульфидов [1–5]:



Качество обогащения штейнов и обеднения шлаков характеризуется содержанием меди в конечных продуктах:  $\text{Cu}_{\text{штейн}}$  – в штейне,  $\text{Cu}_{\text{шлак}}$  –

в шлаке. Для управления процессом плавки необходимы данные о химическом составе штейна в режиме реального времени, что невозможно осуществить в настоящее время. Задачу прогнозирования качественных показателей плавки можно решить с помощью математической модели процесса Ванюкова.

В работах [1–5, 11, 12], описаны зависимости между концентрацией магнетита ( $\text{Fe}_3\text{O}_4$ ) и содержанием меди в шлаке. Также экспериментально подтверждена кривая потерь меди со шлаком в зависимости от состава штейна. Предложенные зависимости применимы для глубокого теоретического анализа процесса Ванюкова, но использование их в целях автоматического управления процессом невозможно, т. к. не учитывается влияние случайных факторов, оказывающих как прямое, так и косвенное влияние на результаты плавки.

В работе [10] проанализированы факторы, влияющие на процесс Ванюкова, а также пред-

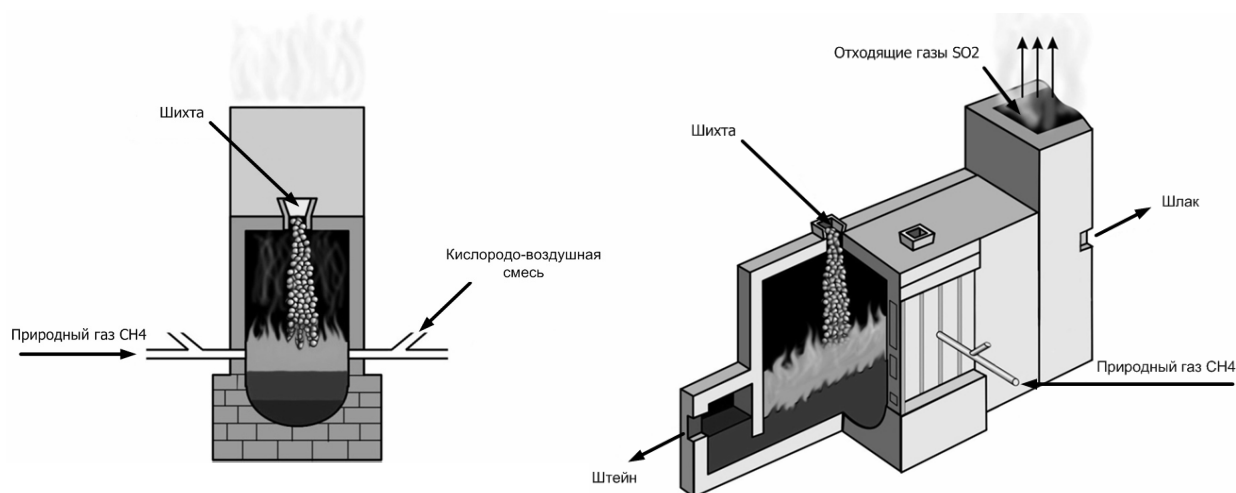


Рис. 1. Печь Ванюкова в разрезе

ложен алгоритм введения обобщенных факторов, позволяющих упростить вычислительный процесс. *Выходным* параметром модели принимается содержание меди в штейне  $Cu_{шт}$ . *Входными* параметрами предложены и обоснованы следующие факторы:

$K$  – коэффициент глубины окисления сульфидов, который определяется по выражению:

$$K = \frac{Q_{O_2}}{F_{шх}}, \text{ м}^3/\text{т}, \quad (2)$$

где  $Q_{O_2}$  – расход технологического кислорода на окисление сульфидов;  $F_{шх}$  – суммарная загрузка шихты в печь;  $Cu_{шх}$  – содержание меди в исходной шихте;  $S_{шх}$  – содержание серы в исходной шихте;  $Cu_{шх}(t - \tau)$  – содержание меди в штейне с запаздыванием  $\tau$ ;  $F_{п}$  – расход песчанника на плавку.

Однако частота измерения таких параметров, как содержание меди и серы в шихте составляет от 1 до 10 суток, что не позволяет синтезировать модель для оперативного управления процессом. В связи с этим предлагается использовать в качестве входного параметра расход загружаемых металлосодержащих материалов  $F_{Me}$ , который рассчитывается по выражению:

$$F_{Me} = F_{шх} - F_{п}. \quad (3)$$

Запаздывание  $\tau$  равно дискретности измерения выходного параметра и составляет 2 ч. Таким образом, в момент поступления анализа химического состава штейна, разрабатываемая модель должна будет рассчитывать состав штейна на текущий момент времени. Тем самым, модель будет прогнозировать химический состав штейна на 2 ч вперед.

Для синтеза такой модели предлагается использовать математический аппарат искусственных нейронных сетей (ИНС). В качестве структуры сети выбрана однослойная топология с радиально-базисной функцией активации (Radial basis function network – RBF) [6, 8]. Ее отличительная особенность заключается в отсутствии итераций при настройке весовых коэффициентов.

Для описания принципа работы RBF сети введем следующие понятия:

- Вектор-столбец входных  $X_j$  и выходных  $Y_j$  параметров в фиксированный момент времени  $j$ :

$$\begin{aligned} X_j &= \{x_{1,j}, \dots, x_{i,j}, \dots, x_{M,j}\}^T = \\ &= \{K_j, F_{Me,j}, F_{п,j}, Cu_{шт,j-\tau}\}^T, \end{aligned} \quad (4)$$

$$Y_j = \{y_{1,j}, \dots, y_{i,j}, \dots, y_{N,j}\}^T = \{Cu_{шт,j}\}^T, \quad (5)$$

где  $x_{i,j}$ ,  $y_{i,j}$  – соответственно значения  $i$ -го входного и выходного параметров в момент времени  $j$ ;  $M = 4$ ,  $N = 1$  – соответственно количество входных и выходных параметров.

- Число временных отсчетов, в результате которых получены векторы входных и выходных параметров, равно  $L$ .

Для всех временных отсчетов объединим векторы входных параметров и получим матрицу входных данных  $X_{M \times L}$ . Аналогично определим матрицу выходных данных  $Y_{N \times L}$ .

- Вектор-столбец центров радиально-базисной функции, описывающей выход нейрона  $p$  «скрытого» слоя:

$$C_p = \{c_{1,p}, \dots, c_{i,p}, \dots, c_{M,p}\}^T, \quad (6)$$

где  $c_{i,p}$  – значение центра базисной функции для  $i$ -го входного параметра  $p$ -го нейрона ( $p=1 \div P$ );  $P$  – количество нейронов в слое RBF сети.

- Весовые коэффициенты – связи между  $p$ -м нейроном «скрытого» слоя и  $i$ -м выходом нейронной сети –  $w_{i,p}$ .

- Матрица весовых коэффициентов:

$$W_{N \times P} = \begin{pmatrix} w_{1,1} & \dots & w_{i,p} & \dots & w_{1,P} \\ \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ w_{N,1} & \dots & w_{N,p} & \dots & w_{N,P} \end{pmatrix}. \quad (7)$$

- Радиально-базисная функция – описывает вид активационной функции нейронов RBF сети:

$$f(X_j, C_p) = e^{-\frac{\sum_{i=1}^m (X_{ij} - c_{ip})^2}{\sigma_p^2}}, \quad (8)$$

где  $\sigma_p$  – ширина радиально базисной функции.

- Интерполяционная матрица – описывает узлы интерполяции пространства выходных параметров:

$$\begin{aligned} \Phi_{P \times P} &= \begin{vmatrix} f(X_1, X_1) & \dots & f(X_1, X_i) & \dots & f(X_1, X_P) \\ \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ f(X_P, X_1) & \dots & f(X_P, X_i) & \dots & f(X_P, X_P) \end{vmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} f(X_1, X_1) & \dots & f(X_1, X_i) & \dots & f(X_1, X_P) \\ \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ f(X_P, X_1) & \dots & f(X_P, X_i) & \dots & f(X_P, X_P) \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (9)$$

Для расчета матрицы весовых коэффициентов воспользуемся методикой, описанной в работах [6–8]. В соответствии со структурой RBF сети, можно записать выражение для расчета содержания меди в штейне в момент времени  $j$ :

$$Cu_{шт,j}(X_j) = \sum_{p=1}^P w_{i,p} \cdot f(X_j, C_p). \quad (10)$$



С учетом введенных обозначений запишем выражение (10) в виде матричного уравнения:

$$Y_{N \times P} = \Phi_{P \times P} \times W_{N \times P}^T. \quad (11)$$

Решение уравнения (11) дает искомые значения весовых коэффициентов. Ошибка аппроксимации зависит от того, насколько адекватно выбраны центры и ширины активационных функций при построении интерполяционной матрицы.

В литературе [6, 7] в качестве центров активационных функций предлагается использовать значения входных параметров ( $C_p = X_j$ ), а количество нейронов принять равным количеству обучающих примеров ( $P = L$ ). Применение такого метода обладает существенным недостатком. Расчет матрицы весовых коэффициентов требует значительных компьютерных мощностей и времени, т. к. число отсчетов  $L$ , как правило, составляет более  $10^3$ .

При построении модели объекта предлагается руководствоваться методикой, описанной в работе [10], и дополнительно классифицировать статистику при помощи карты Кохонена [9]. Этот подход позволяет выделить наиболее информативные группы данных, исключить повторения, а также уменьшить число временных отсчетов.

Опробование алгоритма проведено на статистических данных, полученных в результате работы печи Ванюкова Медного завода (МЗ) «ГМК

«Норильский никель» за 2009 г. Число временных отсчетов исходной статистики составило  $L = 8350$ . После классификации число  $L$  значительно уменьшается, в нашем случае – почти в 58 раз (до 144). Такое количество экспериментальных данных позволяет синтезировать RBF сеть с размером слоя  $P = 144$ .

Однако проблема выбора ширины радиально-базисной функции  $\sigma_p$  остается нерешенной. Поэтому предлагается использовать не все нейроны сети Кохонена, а только два нейрона – «победитель» и предшествующий ему, тогда размер слоя RBF сети будет  $P = 2$ .

Обозначим весовые коэффициенты нейрона «победителя»:

$$w_v^K = \{w_{1,v}, \dots, w_{i,v}, \dots, w_{M,v}\}, \quad (12)$$

а весовые коэффициенты нейрона, «предшествующего победителю»:

$$w_{v-1}^K = \{w_{1,v-1}, \dots, w_{i,v-1}, \dots, w_{m,v-1}\}. \quad (13)$$

Верхний индекс  $K$  указывает на принадлежность весовых коэффициентов слою Кохонена, а нижний индекс  $v$  – на их принадлежность нейрону «победителю». Примем центры радиально-базисных функций равными коэффициентам нейронов «победителей»:

$$C_1 = w_v^K, C_2 = w_{v-1}^K. \quad (14)$$

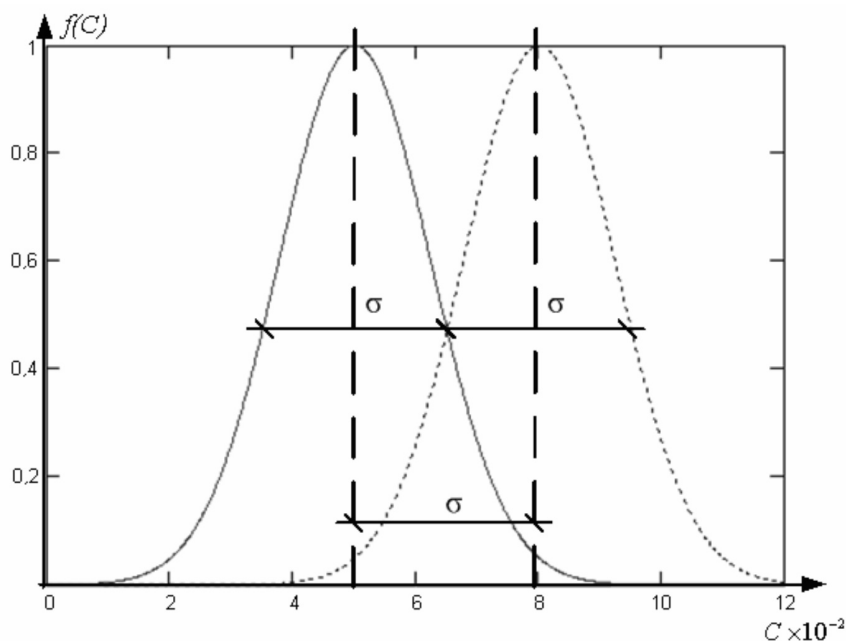


Рис. 2. Определение ширины радиально-базисной функции

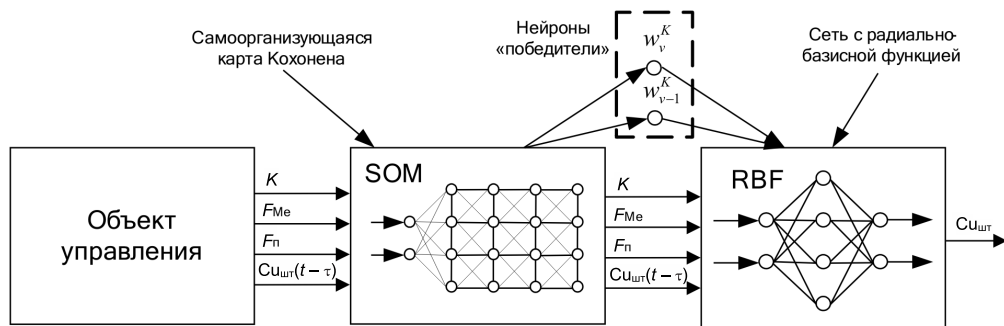


Рис. 3. Функциональная схема нейросетевой модели

Имея всего два центра, можно рассчитать расстояние между ними (рис. 2), которое будет равно ширине радиально-базисной функции:

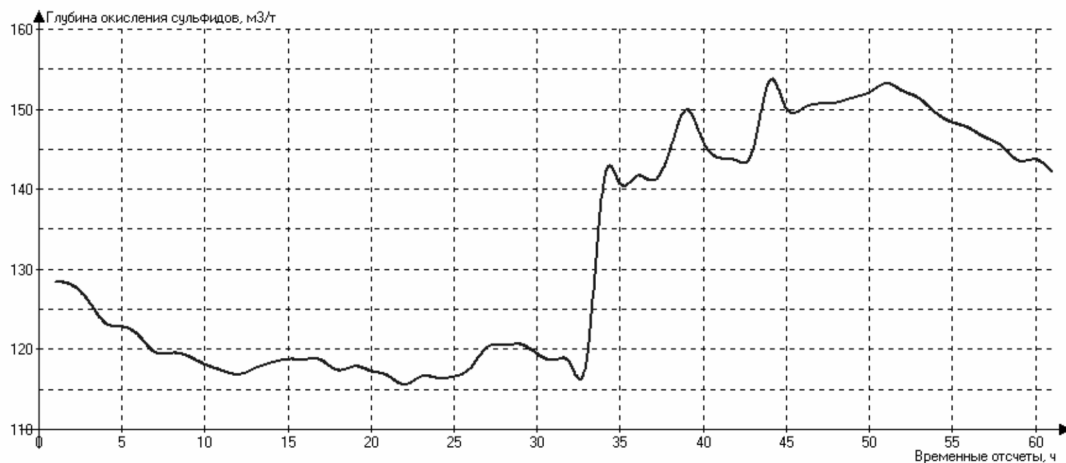
$$\sigma_p = C_1 - C_2 = \sum_{i=1}^M (w_{i,p}^v)^2 - \sum_{i=1}^M (w_{i,p}^{v-1})^2. \quad (15)$$

Таким образом, классифицировав статистику и определив параметры RBF сети, получаем

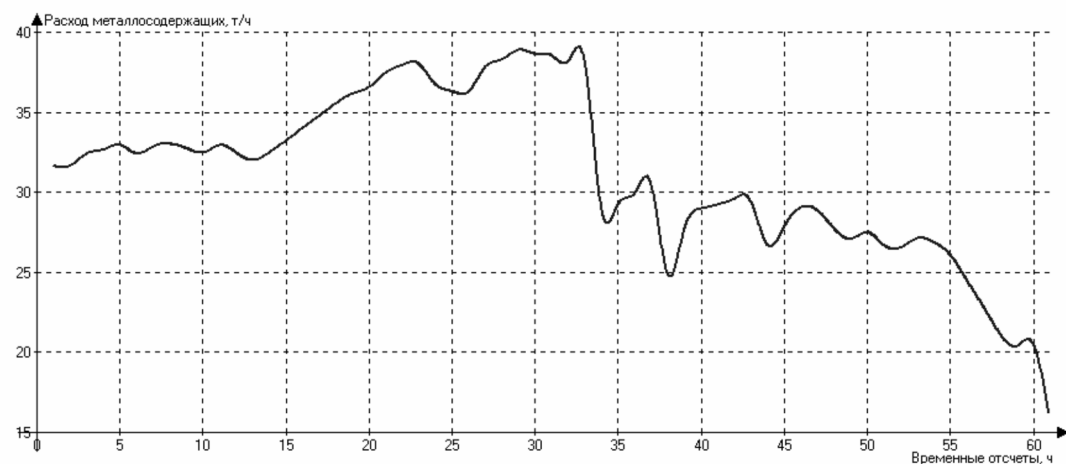
функциональную схему модели, прогнозирующей содержание меди в штейне (рис. 3).

Режим функционирования предложенной модели осуществляется следующим образом.

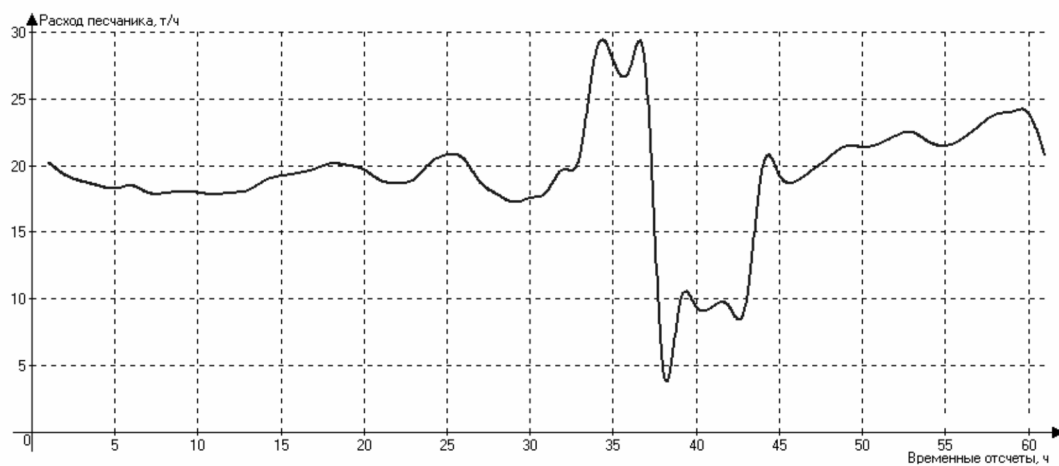
Этап 1. По измеренным значениям параметров процесса рассчитываются входные параметры сети: глубина окисления сульфидов по выражениям (3), (6) и (7) [10], расход металло-



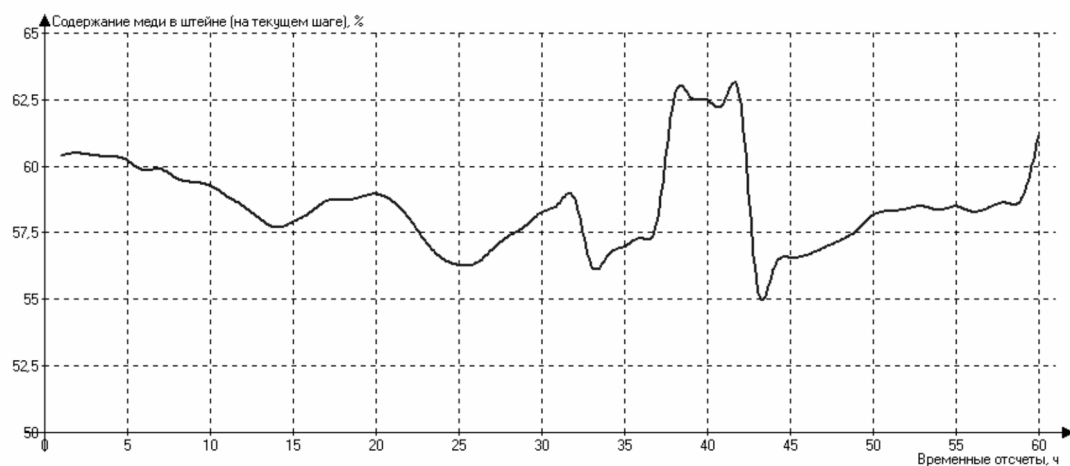
б)



в)



г)



д)

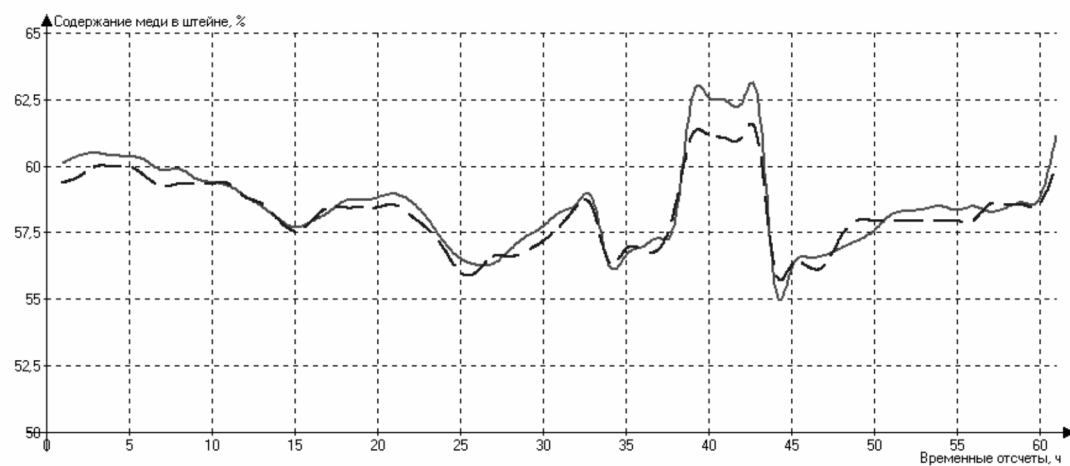


Рис. 4. График изменения содержания меди (а) и серы (б) в шихте, глубины окисления сульфидов (в), содержания меди в штейне на предыдущем (г) и текущем шаге (д)  
(——) – экспериментальная; (----) – расчетная кривая

содержащих компонентов шихты по выражению (3). Рассчитанные входные параметры поступают на вход уже обученного классификатора Кохонена. По мере близости входных параметров отбираются нейрон «победитель» и предшествующий ему нейрон.

Этап 2. В соответствии с выражениями (14) и (15) выбираются центры и рассчитываются ширины радиально-базисных функций RBF сети. Затем строится интерполяционная матрица (9) и рассчитываются значения весовых коэффициентов слоя RBF сети исходя из уравнения (11).

Этап 3. На входы вновь синтезированной RBF сети подается совокупность входных параметров и окончательно рассчитывается значение выходных параметров по выражению (10).

Опробование модели произведено на статистических данных, полученных в процессе работы печи Ванюкова МЗ за 2010 г. На рисунке 4 представлены результаты работы предложенной математической модели. Графики (рис. 4 а–з) отображают изменение входных параметров. По графику изменения выходного параметра (рис. 4 д) видно, что модель качественно повторяет содержание меди в штейне.

Оценка точности модели осуществлялась по

$F$ -критерию Фишера. Эмпирическое значение критерия Фишера составило  $F_{\text{эмп}} = 1,535$ . При уровне значимости  $P = 0,05$  и числе степеней свободы сравниваемых дисперсий  $n = 61$ , критическое значение критерия Фишера составило  $F_{\text{кр}} = 1,528$ . Сравнив эмпирические и критические значения критерия ( $1,535 > 1,528$ ), было принято решение о справедливости гипотезы о равенстве дисперсий.

Таким образом, разработанная нейросетевая модель с достаточной для практики точностью отражает реальное изменение содержания меди в штейне при плавке в печах Ванюкова.

Синтезирована нейронная сеть, моделирующая качественный показатель процесса плавки в печах Ванюкова – содержание меди в штейне.

Особенностью предложенной сети является предварительная классификация статистики самоорганизующейся картой Кохонена и использование двух нейронов «победителей» для синтеза RBF сети.

Проведена экспериментальная проверка предложенной нейросетевой модели.

Для реализации модели не требуется внедрять дополнительное оборудование, достаточно существующего уровня автоматизации на МЗ.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Гречко, А.В.** [Текст] / А.В. Гречко [и др.] // Цветная металлургия. –1988. –№ 11.
2. **Ванюков, А.В.** [Текст] / А.В. Ванюков, В.П. Быстров [и др.] // Цветная металлургия. –1994. –№ 9.
3. **Быстров, В.П.** Исследование состава шлейношлаковой эмульсии при плавке в жидкой ванне [Текст] / В.П. Быстров, А.В. Ванюков, А.Д. Васкевич [и др.] // Цветные металлы. –1980. –№ 10. –С.56–59.
4. **Ванюков, А.В.** Комплексная переработка медного и никелевого сырья [Текст] / А.В. Ванюков. –Алма-Ата: Наука, 1979. – Ч. 1. –210 с.
5. **Ванюков, А.В.** Плавка в жидкой ванне [Текст] / А.В. Ванюков. –М.: Металлургия, 1988.
6. **Вороновский, Г.К.** Генетические алгоритмы, искусственные нейронные сети и проблемы виртуальной реальности [Текст] / Г.К. Вороновский. –Харьков: Основа, 1997. –112 с.
7. **Круглов, В.В.** Искусственные нейронные сети. Теория и практика [Текст] / В.В. Круглов, В.В. Борисов. –М.: Горячая линия – Телеком, 2001 – 382 с.
8. **Хайкин, С.** Нейронные сети – полный курс [Текст] / С. Хайкин. –2006.
9. **Kohonen, T.** Self-Organizing Maps [Текст] / T. Kohonen. –Springer, 1995.
10. **Костин, Е.В.** Подготовка статистических данных для построения нейросетевой модели процесса плавки в печах Ванюкова [Текст] / Е.В. Костин, А.И. Писарев // Научный вестник Норильского индустриального ин-та. –2011. – №9.
11. **Шехирев, Д.В.** Отчет о научно-исследовательской работе «Разработка технологии плавки медно-никелевого концентрата в модернизированной печи Ванюкова с получением маложелезистого сульфидного расплава и отвального шлака» [Текст] / Д.В. Шехирев, В.П. Быстров, А.Н. Федоров. –М.: МИСиС, 2001.
12. **Shimpo, R.** A study on equilibrium between cooper matte and slag [Текст] / R. Shimpo, S. Goto, O. Ogawa [et al.] // The Canadian Institute of Mining and Metallurgy 23 Annual Conf. of Metallurgists. –Quebec, Canada, 1986. –Vol. 25. –№ 2. –Р. 113–121.



УДК 51-77

*Т.П. Васильева, Б.И. Мызникова, С.В. Русаков*

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ГРАДОФОРМИРОВАНИЯ: ВЕРОЯТНОСТНЫЙ ПОДХОД

Город – одно из значимых проявлений цивилизации; он включает в себе непреходящие ценности и уникальный опыт человеческой культуры. Город представляет собой не только памятник материальной и духовной культуры, помогающий осмыслить и объективно оценить современность, но и генератор новых тенденций в развитии человека и общества, на основе которых идет непрерывный отбор новых культурных и общественных форм. Поэтому эффективный контроль и планирование городского роста, исследование и учет происходящих в нем изменений являются необходимыми условиями успешного развития города, при которых достигаются и поддерживаются адекватная инфраструктура, эффективное потребление ресурсов, возможности трудоустройства и многое др.

Данная работа посвящена математическому моделированию развития городов с помощью вероятностного подхода, в рамках которого предложена модель, включающая описание двух взаимодействующих подсистем – «население» и «градообразующая база», и выполнено исследование хозяйственной ситуации конкретного региона. Представлено построение матриц вероятностей распределения потоков характеристик между отраслевыми блоками, дана интерпретация результатов моделирования, полученных с помощью реальных статистических данных.

**Принципы формирования моделей городских систем.** Город характеризуется множеством различных факторов, описывающих экономические, пространственные, экологические, социально-демографические, технические и другие явления, происходящие в городской системе. И так же, как в любой неоднородной среде, наиболее важные свойства городской системы обнаруживаются во взаимодействии явлений. Неопределенность, недетерминированность эволюции городской системы является ее естественным качеством, которое необходимо учитывать при решении проблем управления городским хозяйством. Все это в целом делает город весьма специфическим объектом исследования.

Городская система относится к классу сложных динамических систем [1]. Одно из наиболее развитых направлений в моделировании внутренних механизмов функционирования городских подсистем основано на концепциях и методах социальной физики [2], пытающейся интерпретировать и изучать некоторые явления, элементом которых является человек, используя общие физические принципы и закономерности. Многие из них – следствие фундаментальных экстремальных принципов [3]. Основная их идея состоит в том, что движение в динамической системе или состояние в статической системе – следствие максимизации (минимизации) некоторого функционала. Экстремальные принципы не являются единственным инструментом моделирования внутренних механизмов функционирования подсистем. Другой, не менее распространенный подход к построению моделей – феноменологический. Суть его состоит в описании процессов, происходящих в подсистемах, в виде балансовых уравнений. Но наибольший эффект при моделировании города достигается тогда, когда удастся сочетать какой-либо экстремальный принцип с феноменологическим описанием городских процессов [4].

**Модель подсистемы «градообразующая база».** Рассмотрим модель городской подсистемы, называемой в дальнейшем «градообразующая база» [5]. Эта подсистема включает объекты, распределенные по городской территории, которые могут быть объединены в группы, например, в соответствии с отраслевой принадлежностью: группы машиностроительных предприятий, предприятий строительной индустрии, научно-исследовательских и проектных организаций и т. п.

Считается, что рассматриваемая подсистема включает группы объектов из  $A$  отраслей, обменивающихся произведенной продукцией через товарный рынок, который формирует соответствующие цены  $p_1^*(x, t), \dots, p_A^*(x, t)$ . Каждая отрасль производит один продукт, количество которого характеризуется объемом выпуска  $Y_i(x, t)$ ,



$i = 1, 2, \dots, A$ , используя для этого основные фонды (производственные мощности)  $M_i(x, t)$  и трудовые ресурсы  $R_i^E(x, t)$ . Поскольку объекты отраслей размещены на городской территории, то показатели ее состояния зависят от пространственной переменной  $x$ .

Каждая отрасль для производства собственного продукта использует выпуск других отраслей, предприятия которых локализованы на территории города. Если технология требует употребления продукции отраслей, чьи предприятия расположены вне городской черты, то соответствующие районы считаются присоединенными к городу, что позволяет рассматривать данную подсистему как замкнутую (самодостаточную). Сделанные предположения соответствуют концепции межотраслевого баланса [6].

Межотраслевое взаимодействие через товарный рынок порождает потоки продуктов  $y_{ki}(x, t)$ , ( $k, i = 1, 2, \dots, A$ ).

Произвольная  $i$ -я отрасль ( $i = 1, 2, \dots, A$ ) представляется совокупностью производственных единиц. Под производственной единицей понимается ячейка предприятия, производящая единицу продукции  $i$ -й отрасли. Эффективность соответствующего производственно-технологического процесса измеряется количеством работников  $\lambda_i$ , обеспечивающих выпуск единицы продукции. Тогда лучшей считается технология ( $\lambda_i^0$ ), использующая меньшее количество работников, а худшей – технология ( $\lambda_i^1$ ), требующая более высоких затрат трудовых ресурсов. Переменная  $\lambda_i$  предполагается непрерывной.

Отсортируем все производственные единицы по технологическому уровню, т. е. по количеству работников, занятых в процессе производства единицы продукта. Получившееся распределение производственных единиц по технологиям, зависящее также от пространственной координаты и времени, обозначим  $m_i(x, \lambda, t)$ .

Из определения функции  $m_i(x, \lambda, t)$  следует соотношение

$$\int_{\lambda_i^0}^{\lambda_i^1} m_i(x, \lambda, t) d\lambda = M_i(x, t),$$

где  $M_i(x, t)$  – общее количество производственных единиц  $i$ -й отрасли (производственная мощность отрасли), размещенных в точке  $x$  городской территории в момент времени  $t$ .

Введем функцию технологической структуры

$\psi_i(x, \lambda, t) = \frac{m_i(x, \lambda, t)}{M_i(x, t)}$ , которая характеризует распределение долей производственных единиц по технологиям. Функция  $\psi_i(x, \lambda, t)$  определена на интервале  $\lambda_i^0 \leq \lambda_i \leq \lambda_i^1$  и нормирована по «технологической» переменной  $\lambda_i$ :

$$\int_{\lambda_i^0}^{\lambda_i^1} \psi_i(x, \lambda, t) d\lambda = 1.$$

Поскольку в рыночной экономике успешно функционируют только рентабельные производства, то не все производственные единицы с технологиями из интервала  $\lambda_i^0 \leq \lambda_i \leq \lambda_i^1$  оказываются реально задействованными. Существует пороговый уровень рентабельности технологии  $\lambda_i^*$ , такой, что производственные единицы, уровень рентабельности которых больше, чем  $\lambda_i^*$ , не выживают в рыночных условиях.

Показатель рентабельности будем оценивать, исходя из уровня дохода и структуры затрат производственной единицы. В простейшем случае доход производственной единицы определяется рыночной ценой  $p_i(x, t)$ . Затраты отрасли обычно разделяют на производственные и непроизводственные. Производственные затраты связаны с потреблением в процессе производства части собственного выпуска, а также продукции других отраслей. В стоимостном выражении это означает, что производственные затраты равны суммарной стоимости продуктов всех отраслей, используемых производственными единицами  $i$ -й отрасли. Введем величину  $\tilde{y}_{ki}(x, t) = \frac{y_{ki}(x, t)}{M(x, t)}$ ,

описывающую количество продукта  $k$ -й отрасли, используемое производственной единицей  $i$ -й отрасли. Стоимостное выражение этой компоненты производственных затрат рассчитывается по правилу  $p_k(x, t) \cdot \tilde{y}_{ki}(x, t)$ . Непроизводственные затраты определяются заработной платой  $s_i(x, t)$  и количеством работающих  $\lambda_i$  в производственной единице  $i$ -й отрасли.

Таким образом, уровень рентабельности производственной единицы  $i$ -й отрасли может быть определен из следующего условия:

$$p_i(x, t) - \sum_{k=1}^A p_k(x, t) \frac{y_{ki}(x, t)}{M_i(x, t)} - \lambda_i s_i(x, t) \geq 0. \quad (1)$$

Основные фонды  $M_i(x, t)$  также имеют определенную динамику, обусловленную факторами старения и обновления. Считается, что скорость их старения пропорциональна размерам основ-

ных фондов в данный момент времени. Коэффициент пропорциональности обозначим  $\beta_i$ . Обновление основных фондов происходит за счет собственных средств отрасли и за счет внешних инвестиций. Часть собственного выпуска, которая направляется на обновление основных фондов, равна  $b_i Y_i(x, t)$ . Внешние инвестиции обозначим  $I_i(x, t)$ . Тогда в линейном приближении динамику основных средств можно описать следующим дифференциальным уравнением:

$$\frac{d M_i(x, t)}{d t} = \beta_i M_i(x, t) + b_i Y_i(t) + I_i(x, t).$$

Важным параметром, от которого зависит уровень рентабельности, а, следовательно, объем выпуска и количество занятых в процессе производства, является рыночная цена  $p_i(x, t)$  продукта, выпускаемого производственной единицей  $i$ -й отрасли. Проблема формирования рыночной цены непростая, поскольку этот показатель зависит от комплексного влияния рыночных факторов. В ходе моделирования будем предполагать, что отрасли являются участниками рынка и равновесная рыночная цена устанавливается достаточно быстро. Равновесные цены на товарном рынке обычно определяются из условий баланса доходов и расходов отрасли. В этом смысле условия

$$G(x, t) = \begin{bmatrix} (1-b_1)Y_1 - y_{11}(x, t) & -y_{12}(x, t) & \cdots & -y_{1A}(x, t) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ -y_{A1}(x, t) & -y_{A2}(x, t) & \cdots & (1-b_A)Y_A - y_{AA}(x, t) \end{bmatrix}, r(x, t) = \begin{pmatrix} R_1^E(x, t)s_1(x, t) \\ \vdots \\ R_A^E(x, t)s_A(x, t) \end{pmatrix}.$$

Решение системы (2) – вектор равновесных цен – имеет вид:

$$p^*(x, t) = G^{-1}(x, t)r(x, t). \quad (3)$$

Условия (1) и выражение (3) определяют уровень рентабельности производственной единицы и равновесные цены реализуемой продукции.

В модели (1)–(3) все отрасли взаимосвязаны через потоки продукции  $y_{ki}(x, t)$  и используемые в процессе производства доли выпусков  $Y_i(x, t)$ ,  $i = 1, 2, \dots, A$ , которые, в свою очередь, зависят от уровней рентабельности  $\lambda_i^*$  производственных единиц и цен  $p_i^*(x, t)$ .

Рыночный межотраслевой обмен произведенной продукцией носит случайный характер с элементами внешнего регулирования, что обусловлено невозможностью планирования спроса на продукт отрасли, конъюнктурой рынка, стратегией менеджеров и другими причинами.

равновесия выводятся аналогично условиям рентабельности производственной единицы. Однако структура расходов отрасли отличается от той, которая типична для производственной единицы. В частности, производственные расходы отрасли включают расходы на обновление производства. Считается, что эти расходы реализуются из собственных средств отрасли, т. е. из ее дохода. Расходы на инновации рассчитываются по правилу  $b_i p_i(x, t) Y_i(x, t)$ , где  $b_i$  – доля дохода, расходуемая на обновление производства. Остальные компоненты производственных и непроизводственных издержек те же, что и в определяющем соотношении для рентабельности производственной единицы.

В отсутствие прибыли баланс доходов и расходов отраслей описывается следующей системой линейных алгебраических уравнений:

$$(1-b_i)p_i(x, t)Y_i(x, t) - \sum_{k=1}^A p_k(x, t)y_{ki}(x, t) - R_i^E(x, t)s_i(x, t) = 0, \quad (2)$$

$$i = 1, \dots, A.$$

Представим систему (2) в векторно-матричной форме  $G(x, t)p(x, t) = r(x, t)$ , где введены следующие обозначения:

В соответствии со стохастической концепцией рынка, доли выпуска  $k$ -й отрасли могут случайным образом, с априорной вероятностью  $a_{ki}(x, t)$ , попасть в технологический процесс  $i$ -й отрасли. Наличие априорных вероятностей вносит элемент регуляризации в товарный обмен. Они зависят от текущего состояния выпусков отраслей, т. е.  $a_{ki}(x, t) = a_{ki}(x; Y_1, \dots, Y_A)$ , и определяют возможное распределение продукта одной отрасли среди продукции других отраслей. В качестве вероятностной характеристики указанного распределительного процесса может быть использована энтропийная функция:

$$H(y, Y) = \sum_{k,i=1}^A y_{ki}(x, t) \ln \frac{y_{ki}(x, t)}{a_{ki}(Y(x, t))}, \quad (4)$$

где  $y(x, t) = [y_{ki}(x, t)]$ ,  $k, i = 1, \dots, A$  – матрица потоков продуктов, которыми обмениваются отрасли. Компоненты этой матрицы должны удовлетворять следующим ограничениям:

$$\sum_{i=1}^A y_{ki}(x, t) \leq Y_k(x, t), \quad k = 1, \dots, A. \quad (5)$$

Реализуемое распределение потоков продуктов среди  $A$  отраслей определяется следующей задачей максимизации энтропии:

$$y^*(x, t) = \arg \max (H(y, Y) \mid y \in D(Y)), \quad (6)$$

где допустимое множество  $D$  определяется системой неравенств (5).

Таким образом, построена замкнутая модель градообразующей базы, в формировании которой использована комбинация макросистемного и феноменологического подходов. Входными переменными в этой модели являются внешние инвестиции  $I_1, \dots, I_A$  и заработные платы  $s_1, \dots, s_A$  в отраслях производственно-технологического сектора экономики города.

**Модель подсистемы «население».** Эта подсистема занимает особое положение в городской системе, поскольку ее элементами являются люди, обладающие собственными целями и интересами. Поэтому предполагается, что целенаправленное изменение состояния подсистемы «население» осуществляется косвенно, посредством изменений состояния других городских подсистем.

Рассмотрим задачу о распределении населения по  $N$  регионам. Считается, что между регионами происходит обмен людскими ресурсами. В результате возникают миграционные  $y_{nj}$  потоки ( $n, j$  – номера регионов). Состояние миграционного процесса характеризуется матрицей потоков  $Y(t) = [y_{nj}(t) \mid n, j = 1, \dots, N]$ . Интенсивность миграционных потоков может изменяться во времени в зависимости от состояния регионов (экономического, экологического и др.). Однако считается, что при возникновении каких-либо условий, стимулирующих такие изменения, новое состояние миграционного процесса устанавливается достаточно быстро: быстрее, чем происходят изменения в процессе воспроизводства. Эта особенность миграции позволяет использовать методику макросистемного моделирования динамических процессов, изложенную при описании подсистемы «градообразующая база».

Полагая, что миграционный процесс имеет стохастическую природу, для характеристики возможных его состояний введем функцию энтропии  $H(y, Y) = -\sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^N y_{nj} \ln \frac{y_{nj}}{a_{nj}}$ , где  $a_{nj}$  –

априорные вероятности перемещения жителя из  $n$ -го региона в регион с номером  $j$ . Эти вероятности зависят от факторов, определяющих интерес к перемене региона проживания. Ресурсные возможности приема новых жителей регионов ограничены. Поэтому миграционные потоки  $y_{nj}$  должны удовлетворять следующим условиям:

$$\sum_{n=1}^N y_{nj} \leq F(j, t), \quad j = 1, \dots, N,$$

где  $F(j, t)$  – предельное количество населения, которое может принять регион  $j$ .

Поскольку миграционный процесс протекает достаточно быстро, его стационарное состояние  $Y^*(t)$  может быть определено следующим образом:

$$Y^*(t) = \arg \max \{H(Y) \mid Y \in D\},$$

где  $D$  – допустимое множество, описанное выше.

Таким образом, к моделированию подсистемы «население», аналогично подсистеме «градообразующая база», применим макросистемный подход, использующий энтропию в качестве характеристики распределения элементов подсистемы.

**Оптимизация городского развития.** Опишем решение задачи (6) максимизации энтропии для подсистемы «градообразующая база», функция цели которой определяется выражением (4), а условия допустимости решения – балансовыми ограничениями (5). Модель (4)–(6) представляет собой оптимизационную задачу нелинейного программирования. Как известно [7], относительный оптимум задачи математического программирования при определенных условиях совпадает с абсолютным экстремумом функции Лагранжа исходной задачи:

$$\begin{aligned} L(y, \lambda) = & -H(y, Y) + \\ & + \sum_{i=1}^A \lambda_i \left[ Y_i(x, t) - \sum_{k=1}^A y_{ki}(x, t) \right] = \\ = & - \sum_{k,i=1}^A y_{ki}(x, t) \ln \frac{y_{ki}(x, t)}{a_{ki}(Y(x, t))} + \\ & + \sum_{k=1}^A \lambda_k \left[ Y_k(x, t) - \sum_{i=1}^A y_{ki}(x, t) \right], \end{aligned}$$

где  $\lambda_k$  – неизвестные множители.

В соответствии с теоремой Каруша–Джона [7], необходимые условия экстремума функции Лагранжа приводят к системе уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial L(y, Y)}{\partial y_{ki}} = 0, \\ \lambda_k (Y_k(x, t) - \sum_{i=1}^A y_{ki}(x, t)) = 0, \\ \lambda_k \geq 0, \\ k, i = 1, \dots, A. \end{array} \right.$$

Решение данной системы имеет вид:

$$y_{ki} = a_{ki} \frac{Y_k}{\sum_{i=1}^A a_{ki}(Y(x, t))}, \quad k, i = 1, \dots, A. \quad (7)$$

Для найденной критической точки проверка достаточного условия локального максимума состоит в исследовании отрицательной определенности матрицы Гессе, элементами которой являются вторые производные функции Лагранжа, вычисленные в критической точке. Критерием отрицательной определенности матрицы является чередование знаков ее главных миноров, начиная с минуса. Поскольку матрица Гессе для функции Лагранжа задачи (4)–(6) представляет собой диагональную матрицу, элементы которой отрицательны:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 L}{\partial y_{ki}^2}(y_{ki}^*, \lambda^*) &= -\frac{1}{y_{ki}} = \\ &= -1 / \left[ a_{ki} \frac{Y_k}{\sum_{i=1}^A a_{ki}(Y(x, t))} \right] < 0, \end{aligned}$$

то достаточное условие экстремума также выполняется.

Таким образом, с помощью (7) можно найти распределение потоков продукции между отраслями региона согласно принятым априорным вероятностям. Аналогичное решение имеет задача для подсистемы «население».

**Стохастическое программирование региональной подсистемы.** Для иллюстрации возможностей описанного подхода применим его к моделированию ситуации в ряде регионов Российской Федерации.

Выделим следующие отраслевые блоки: отрасли промышленности (машиностроение, энергетика и т. п.; объем выпуска  $Y_1$ ), обслужи-

вающие отрасли (транспорт и связь, жилищно-коммунальное хозяйство и т. п.; объем выпуска  $Y_2$ ), социальная сфера (здравоохранение, образование и т. п.; объем выпуска  $Y_3$ ).

Для определения матрицы вероятностей распределения продукции между тремя указанными отраслевыми блоками будем использовать прием районирования технологических коэффициентов межотраслевого баланса, построенного для национальной экономики, что является своего рода привязкой общегосударственных коэффициентов к изучаемому региону. Такой метод используется в ситуациях, когда данных прямых обследований недостаточно для оценки коэффициентов прямых затрат и необходимо привлекать макроэкономическую информацию [8].

Начиная с 1992 г., Госкомстат России публикует межотраслевые балансы в концепции системы национальных счетов [9], представляющие собой симметричные таблицы «Затраты – Выпуск». По столбцам отражается стоимостный состав валового выпуска отраслей экономики по элементам промежуточного потребления и добавленной стоимости, а по строкам – направления использования ресурсов каждой отрасли.

Для экономики России в разрезе трех указанных отраслевых блоков, по данным Госкомстата за 2003 г. [9], построим матрицу  $y_{рф}$  потоков продукции и матрицу  $Y_{рф}$  выпусков (в стоимостном выражении, тыс. руб.):

$$y_{рф} = \begin{pmatrix} 3620489904 & 2073951469 & 240082224 \\ 2134963423 & 3354036982 & 254483242 \\ 4697961 & 9974228 & 22494534 \end{pmatrix},$$

$$Y_{рф} = \begin{pmatrix} 5934523597 \\ 5743483647 \\ 37166723 \end{pmatrix}.$$

Элемент  $y_{ki}$  показывает, сколько продукции  $k$ -го отраслевого блока необходимо для производства продукции отраслевого блока номер  $i$ . С помощью (7) получим матрицу вероятностей распределения продукции:

$$a_{рф} = \begin{pmatrix} 0,6101 & 0,3495 & 0,0405 \\ 0,3717 & 0,5840 & 0,0443 \\ 0,1264 & 0,2684 & 0,6052 \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Значения элементов этой матрицы практически постоянны в рамках анализируемого промежутка времени, равного десяти годам.

Проанализируем показатели по видам эко-

Таблица 1

**Внутрироссийская миграция по территориям прибытия и выбытия за 2004 г.**

|                    | Цент-<br>ральный<br>ФО | Северо-<br>Западный<br>ФО | Южный<br>ФО | При-<br>волж-<br>ский ФО | Ураль-<br>ский ФО | Сибир-<br>ский ФО | Дальне-<br>восточ-<br>ный ФО |
|--------------------|------------------------|---------------------------|-------------|--------------------------|-------------------|-------------------|------------------------------|
| Центральный ФО     | 311195                 | 17055                     | 13783       | 14721                    | 6147              | 6296              | 4474                         |
| Северо-Западный ФО | 25562                  | 126503                    | 7622        | 9291                     | 2874              | 2783              | 1793                         |
| Южный ФО           | 33659                  | 9738                      | 221607      | 10371                    | 10132             | 5956              | 3687                         |
| Приволжский ФО     | 36624                  | 11680                     | 11641       | 331316                   | 25245             | 6662              | 3586                         |
| Уральский ФО       | 14153                  | 5053                      | 10289       | 22389                    | 145366            | 8280              | 1512                         |
| Сибирский ФО       | 19547                  | 6820                      | 10452       | 9150                     | 11292             | 315002            | 9062                         |
| Дальневосточный ФО | 16270                  | 4708                      | 7147        | 5601                     | 2580              | 9886              | 91715                        |

номической деятельности в Пермском крае в 2006 г. [10]. По данным Госкомстата России, матрица выпусков продукции по рассматриваемым отраслевым блокам (в млрд руб.) имеет следующий вид:

$$Y_{\text{Перм}} = \begin{pmatrix} 466,6 \\ 199,5 \\ 7 \end{pmatrix}.$$

Используя матрицу вероятностей (8), найдем матрицу потоков продукции в тех же денежных единицах:

$$y_{\text{Перм}} = \begin{pmatrix} 284,660 & 163,064 & 18,876 \\ 74,158 & 116,503 & 8,839 \\ 0,885 & 1,879 & 4,237 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, получен аналитический инструмент, позволяющий оценить потребности рассматриваемых блоков отраслей в продукции друг друга, применительно к любому региону России, что особенно актуально в ситуации, когда нет опубликованной информации о межотраслевом балансе в региональном разрезе. С другой стороны, данный подход является альтернативой прямому обследованию состояния предприятий, которое не всегда возможно.

Обсудим результаты моделирования подсистемы «население». Рассмотрим процесс миграции населения между федеральными округами Российской Федерации. Госкомстат ежегодно публикует данные внутрироссийской миграции по территориям прибытия и выбытия населения в виде симметричной таблицы. В табл. 1 приведено число мигрантов по федеральным округам за 2004 г. [11].

Недиагональные элементы каждого столбца таблицы характеризуют соответствующий федеральный округ с точки зрения его потенциальной привлекательности для проживания, а элементы строк – наоборот, в смысле потенциальной готовности жителей переехать в другой округ. Элементы, стоящие вдоль главной диагонали таблицы, представляют численность населения округа за вычетом эмигрировавших. Общее число выбывших жителей из указанных федеральных округов сведено в табл. 2.

Используя полученную информацию в качестве исходной для моделирования подсистемы «население», построим матрицу вероятностей миграции населения между рассматриваемыми федеральными округами:

$$a_{\text{нас}} = \begin{pmatrix} 0,833 & 0,046 & 0,037 & 0,039 & 0,016 & 0,017 & 0,012 \\ 0,145 & 0,717 & 0,043 & 0,053 & 0,016 & 0,016 & 0,010 \\ 0,114 & 0,033 & 0,751 & 0,035 & 0,034 & 0,020 & 0,012 \\ 0,086 & 0,027 & 0,027 & 0,776 & 0,059 & 0,016 & 0,008 \\ 0,068 & 0,024 & 0,050 & 0,108 & 0,702 & 0,040 & 0,007 \\ 0,051 & 0,018 & 0,027 & 0,024 & 0,030 & 0,826 & 0,024 \\ 0,118 & 0,034 & 0,052 & 0,041 & 0,019 & 0,072 & 0,665 \end{pmatrix}$$



Таблица 2

Число жителей, выбывших из федеральных округов России в 2004 г.

|                    |        |
|--------------------|--------|
| Центральный ФО     | 373671 |
| Северо-Западный ФО | 176428 |
| Южный ФО           | 295150 |
| Приволжский ФО     | 426754 |
| Уральский ФО       | 207042 |
| Сибирский ФО       | 381325 |
| Дальневосточный ФО | 137907 |

Значения элементов данной матрицы с течением времени также изменяются незначительно. С ее помощью по формуле (7) можно получить

распределение миграционных потоков между рассматриваемыми федеральными округами.

Таким образом, проведенное исследование процесса градоформирования с помощью феноменологического подхода в сочетании с экстремальным принципом в условиях стохастической концепции рынка позволило получить инструментарий моделирования в виде матрицы вероятностей распределения продукции производственно-технологического сектора и матрицы вероятностей миграции населения между федеральными округами. Применение разработанной методики к анализу ситуаций в конкретных регионах страны позволяет моделировать актуальные социально-экономические процессы и явления, в частности, описать стационарное состояние миграции населения внутри России.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Мызникова, Б.И.** Математическое моделирование процесса градоформирования: детерминированный подход [Текст] / Б.И. Мызникова, Т.П. Васильева // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Сер. Информатика. Телекоммуникации. Управление. –2010. –№ 5 (108). –С. 171–179.
2. **Зотов, А.Ф.** Буржуазная философия середины XIX–начала XX века [Текст] / А.Ф. Зотов, Ю.К. Мельвиль. –М.: Высш. шк., 1988.
3. **Лавенда, Б.** Статистическая физика. Вероятностный подход [Текст] / Б. Лавенда; Пер. с англ. –М.: Мир, 1999.
4. **Емельянов, С.В.** Информационные технологии регионального управления [Текст] / С.В. Емельянов, Ю.С. Попков, А.Г. Олейник [и др.]. –М.: УРСС, 2004.
5. **Ресин, В.И.** Вероятностные технологии в управлении развитием города [Текст] / В.И. Ресин, Ю.С. Попков. –М.: УРСС, 2003.
6. **Леонтьев, В.В.** Межотраслевая экономика [Текст] / В.В. Леонтьев. –М.: Экономика, 1997.
7. **Лутманов, С.В.** Курс лекций по методам оптимизации [Текст] / С.В. Лутманов. –Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001.
8. **Гурман, В.И.** Моделирование социо-эколого-экономической системы региона [Текст] / В.И. Гурман; Под ред. В.И. Гурмана, Е.В. Рюминой. –М.: Наука, 2003.
9. [Электронный ресурс] / Режим доступа: [http://www.gks.ru/doc\\_2006/Zatrat06.zip](http://www.gks.ru/doc_2006/Zatrat06.zip)
10. [Электронный ресурс] / Режим доступа: [http://www.gks.ru/doc\\_2007/region/soc-pok.zip](http://www.gks.ru/doc_2007/region/soc-pok.zip)
11. [Электронный ресурс] [http://www.gks.ru/doc\\_2005/DEMO.zip](http://www.gks.ru/doc_2005/DEMO.zip)

УДК 658.514.4

*В.В. Таратухин, М.В. Обсянников, И.А. Стогний*

#### ПРИМЕНЕНИЕ ЭВРИСТИЧЕСКИХ ПРАВИЛ В ЗАДАЧЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РАЗНОРОДНЫХ РЕСУРСОВ ПРЕДПРИЯТИЯ

Для того чтобы стабильно развиваться в конкурентной рыночной среде передовые предприятия всего мира стремятся снизить издержки на исполнение процессов и на управление ими, и одновременно стараются повысить качество

своих процессов [1]. В последнее время широкое распространение получил подход использования «лучших практик» (Best Practices). Это стало возможным, т. к. были успешно автоматизированы многие сферы деятельности предприятий. Уда-

лось накопить достаточно знаний в каждой конкретной области и превратить эти знания в программные продукты.

Применяя у себя «лучшие практики», предприятие использует знания, накопленные другими предприятиями. Для большинства процессов это приводит к повышению качества и к снижению издержек. Однако рыночная среда конкурентна. Если все участники рынка будут работать абсолютно одинаково, то выигрыш будет определяться случайным выбором потребителя.

Таким образом, с одной стороны использование «лучших практик» приводит к снижению издержек, а с другой стороны – к ослаблению конкурентных преимуществ. Получается парадокс: использование «лучших практик» – хорошо, неиспользование – тоже хорошо. Выход: предприятие получит больший эффект если будет использовать «лучшие практики» в процессах, не являющихся важными с точки зрения конкурентного преимущества.

Как же управляют процессами, обеспечивающими конкурентное преимущество предприятию (их называют «будущие практики» – Next Practices). Ими управляют по своему усмотрению. Управлению такими процессами руководство предприятия уделяет самое большое внимание. Для управления бизнес-процессами (Business Process Management) разработана одноименная методология, направленная на повышение эффективности процессов, включающая методы, подходы, программные продукты для управления и непрерывного улучшения деятельности предприятия [2].

### Технологии управления процессами

Современные интегрированные информационные системы должны предоставлять единое решение, которое автоматизирует управление процессами на всех этапах их жизненного цикла. Это решение включает следующие технологии.

- Моделирование процессов – построение модели типового процесса на основе обследования предприятия и моделей-прототипов. Модели-прототипы, разработанные применительно к реальным условиям или построенные теоретически, документируют ноу-хау процесса, которое используется для моделирования [7].

- Управление проектами – индивидуализация типового процесса по мере появления условий его запуска. При этом уточняется модель процес-

са, назначаются конкретные параметры отдельных задач и распределяются ресурсы на эти задачи. Каждый проект характеризуется четырьмя основными параметрами: временем, стоимостью, качеством и престижностью. Престижность зависит от первых трех переменных и целей проекта. Качество контролируется заказчиком с помощью рабочих чертежей и технических условий. Таким образом, только время и стоимость являются переменными, подлежащими контролю [8]. В определении процесса указывается, какие именно задачи должны быть выполнены. Задаются также порядок их выполнения. Но в определении процесса ничего не говорится о том, кто должен выполнять эти задачи [3]. Отсюда вытекает важность применения следующей технологии – управление потоками работ (Workflow).

- Workflow – реализация процесса средствами автоматизированной системы управления потоком работ, используя возможность автоматизированной выдачи заданий исполнителям, интеграции входных и выходных данных и автоматизированного запуска соответствующих приложений. Поток операций (Workflow) – это процесс, переходы рабочих операций которого находятся под контролем прикладной программы – системы управления потоками операций (Workflow Management System – WfMS). Основой для создания моделей потоков операций являются правильно структурированные модели процессов [4, 5].

### Задача распределения ресурсов

Объединив приведенные выше технологии, получаем возможность решить одну из важнейших задач при управлении процессами – распределение ресурсов. Рассмотрим две постановки задачи оптимального распределения ресурсов по задачам, в зависимости от критерия оптимальности (затраты и время).

Пусть имеется ациклический И-граф (сетевой график), вершинами которого являются события, а дугами – экземпляры задач  $a_i$ . Каждому экземпляру задач  $a_i$  соответствует своя трудоемкость выполнения  $\tau_i$ . Необходимо найти такое распределение экземпляров ресурсов  $R_n$ , стоимостью  $SR_n$  на экземпляры задач  $a_i$ , при котором:

- 1) затраты на выполнение процесса  $S$  принимают минимальное значение;

- 2) время выполнения процесса  $T_{\text{окончания процесса}}$  минимально.

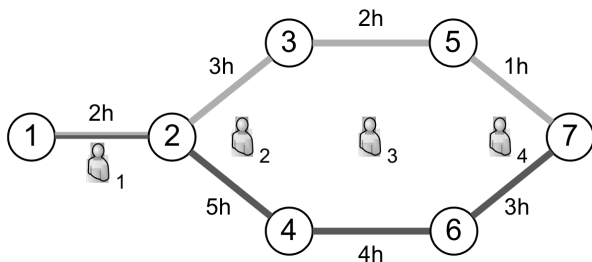


Рис. 1. Условный пример процесса

При условии, что количество ресурса  $j$ -го типа, выделяемого на  $i$ -й экземпляр задачи ( $NR_{j,i}$ ), не отрицательно, и что производительность  $n$ -го экземпляра ресурса при выполнении задачи  $m$ -го типа ( $P_{n,m}$ ) положительна.

Рассмотрим условный пример для иллюстрации особенностей задачи распределения ресурсов (рис. 1).

Здесь операции – это дуги, соединяющие узлы. Рядом с дугами указано время выполнения операций. Различные операции выполняются различными ресурсами. В процессе существуют два альтернативных маршрута 1-2-3-5-7 и 1-2-4-6-7 (узлы 2 и 7 являются асинхронными ИЛИ). Пусть нам необходимо обработать две детали: одну по первому маршруту, вторую по второму. Возникает вопрос, какую деталь начать обрабатывать первой. Иначе этот вопрос можно сформулировать так: каким образом распределить ресурсы по операциям?

В данном случае существует два способа. Они показаны на рис. 2.

Из рисунка видно, что различное распределение ресурсов приводит к различному времени выполнения процесса. Таким образом, уже на данном простом примере показана актуальность задачи оптимального распределения ресурсов.

### Эвристический метод распределения ресурсов

Достоинство эвристических методов – удобство реализации их на ЭВМ даже при решении громоздких задач, а также быстрое время работы. Недостатки эвристических методов заключаются в сложности оценки близости полученных расписаний к оптимальному. Кроме того, для каждой функции предпочтения существуют задачи, для которых применение данной функции приводит к плохим результатам [6].

В данной статье исследовались особенности применения эвристического подхода к решению задачи распределения разнородных ресурсов. Разработан алгоритм на основе комбинированных приоритетных правил.

Работу алгоритма проиллюстрируем на простом примере с двумя показателями: затраты на операцию и время выполнения операции. Применим следующее комбинированное правило:

$$RuleforOp_i = \frac{a_c}{c_{\max}} c_i + \frac{a_t}{t_{\max}} t_i,$$

где  $a_c$  – весовой коэффициент для затрат  $[0..1]$ ;  $a_t$  – весовой коэффициент для времени  $[0..1]$ ;  $c_i$  – затраты для  $i$ -й операции;  $t_i$  – время выполнения  $i$ -й операции;  $c_{\max}$  – максимальное значение

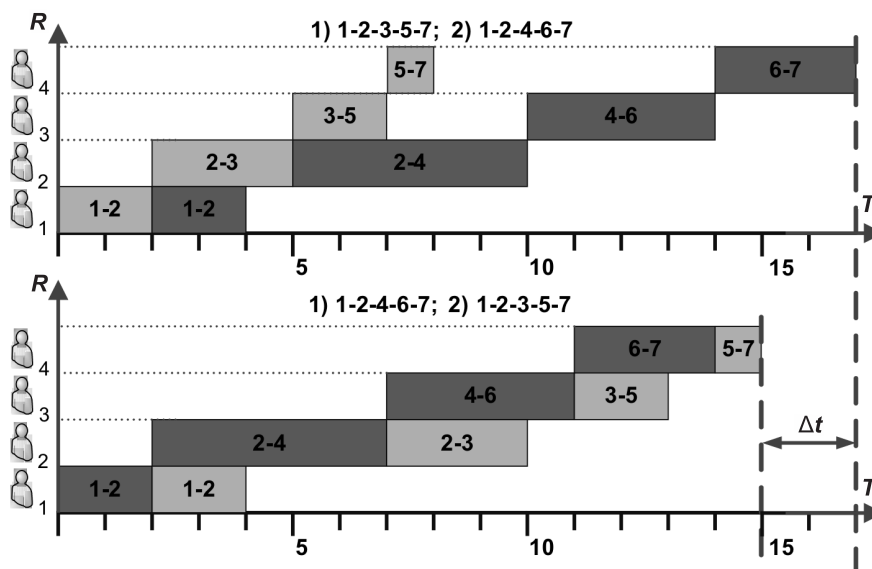


Рис. 2. Два варианта распределения ресурсов

затрат;  $t_{\max}$  – максимальное значение времени выполнения.

Покажем работу правила для фрагмента процесса (см. рис. 1). Пусть затраты на операцию 1–2 50 у. е., на 2–3 – 300 у. е., на 2–4 – 100 у. е. «Выполнив» операцию 1–2, мы находимся в узле 2. При этом подлежат выполнению операции 2–3 и 2–4.

Необходимо рассчитать следующие значения:

$$RuleforOp_{2-3} = \frac{a_c}{300} 100 + \frac{a_t}{5} 5 = \frac{1}{3} a_c + a_t$$

$$\text{и } RuleforOp_{2-4} = \frac{a_c}{300} 300 + \frac{a_t}{5} 3 = a_c + \frac{3}{5} a_t.$$

Рассмотрим два варианта:

| $a_c = 1; a_t = 1$                                  | $a_c = 0; a_t = 1$                                  |
|-----------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|
| $RuleforOp_{2-3} = \frac{1}{3} 1 + 1 = \frac{4}{3}$ | $RuleforOp_{2-3} = \frac{1}{3} 0 + 1 = 1$           |
| $RuleforOp_{2-4} = 1 + \frac{3}{5} 1 = \frac{8}{5}$ | $RuleforOp_{2-4} = 0 + \frac{3}{5} 1 = \frac{3}{5}$ |
| $\frac{4}{3} < \frac{8}{5}$                         | $1 > \frac{3}{5}$                                   |
| $RuleforOp_{2-3} < RuleforOp_{2-4}$                 | $RuleforOp_{2-3} > RuleforOp_{2-4}$                 |
| Следующая операция 2–4                              | Следующая операция 2–3                              |

Таким образом, варьируя весовые коэффициенты, можем получать различные решения. Сравнивая полученные решения между собой, можем анализировать влияние различных эвристических правил на решение задачи.

### Исследование распределения ресурсов эвристическим методом

В качестве исходных данных рассмотрен экземпляр условного процесса. Проведено исследование влияния весовых коэффициентов комбинированного приоритетного правила на получаемые результаты. Использовались следующие комбинированные правила:

$$Ruletask = \frac{a_1}{k_{1,\max}} k_1 + \frac{a_2}{k_{2,\max}} k_2 + \frac{a_3}{k_{3,\max}} k_3 + \frac{a_4}{k_{4,\max}} k_4$$

$$\text{и } Ruleresource = \frac{a_5}{k_{5,\max}} (k_{5,\max} - k_5) + \frac{a_6}{k_{6,\max}} k_6,$$

где  $a_i$  – весовой коэффициент  $[0..1]$ ;  $k_i$  – значение показателя для данного объекта (задачи или ресурса);  $k_{i,\max}$  – максимальное значение показателя для доступных для выполнения задач или свободных ресурсов. Показатели: 1 – трудоемкость выполнения задачи; 2 – количество ресурсов, назначенных на задачу; 3 – средние затраты на задачу; 4 – полный резерв задачи; 5 – стоимость ресурса; 6 – производительность ресурса.

Исследовались обе целевые функции: минимизация затрат и минимизация времени. Далее приведены результаты для минимизации времени. Сначала сканировалось пространство вариантов варьирования весовых коэффициентов. Исследование показало, что варьирование коэффициентов при приоритетных правилах существенно влияет на значение целевой функции. Например: в самом неблагоприятном случае выполнение экземпляра процесса заняло бы 227 у. е. С использованием

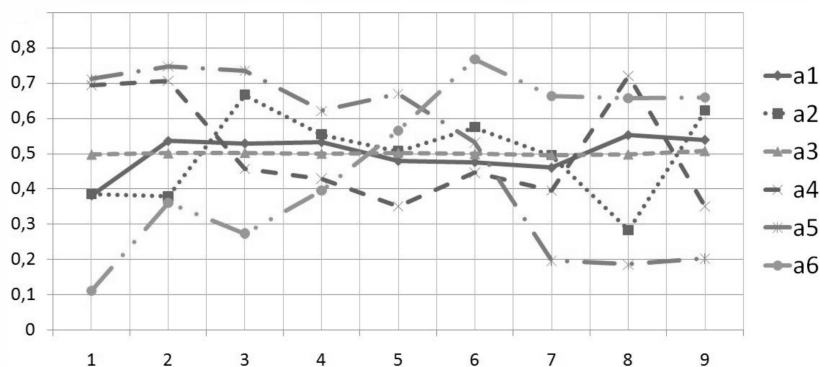


Рис. 3. Среднее значение коэффициентов (минимизация времени)

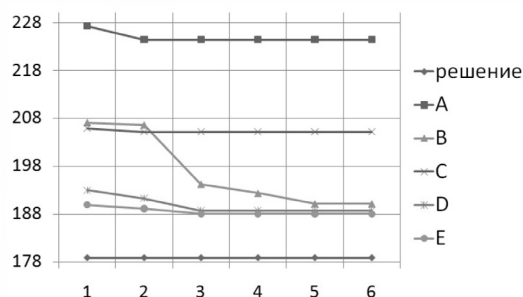


Рис. 4. Локальный поиск в пяти произвольных точках

разработанной программы получено решение, занимающее 178 у. е. Таким образом, разница составила порядка 25 %.

Далее проводилось исследование эффективности выбора приоритетных правил. Пространство вариантов разбили на девять подобластей и в каждой подобласти рассчитали среднее значение весовых коэффициентов (рис. 3).

Из приведенных графиков видно, что меньшим значениям целевой функции времени соответствует меньшее значение весового коэффициента для пятого правила и большее значение коэффициента для шестого. Значение весового коэффициента для третьего правила изменяется незначительно. Можно предположить, что данное приоритетное правило не оказывает влияние на целевую функцию и его использование неэффективно.

Также были выбраны пять точек в пространстве вариантов и произведен прогон алгоритма локальной оптимизации (рис. 4).

Из приведенного рисунка видно, что ни в одной из пяти выбранных точек не достигается наименьшее значение времени. Более того, заметно, что локальный оптимум ненамного улучшает исходное значение. Это объясняется тем, что пространство вариантов во многих областях имеет достаточно протяженные «плато» (области с равным значением целевой функции). Отсюда можно сделать вывод, что алгоритм локальной оптимизации нуждается в доработке.

Таким образом, проведенные исследования показали перспективность выбранного подхода для анализа влияния различных приоритетных правил на распределение ресурсов. В результате анализа для данной конкретной задачи можно подобрать комбинацию правил, представляющую наиболее приемлемое решение. Как и любой эвристический алгоритм, алгоритм, разработанный авторами, имеет недостаток: сложность оценки близости полученного решения к оптимуму. Получаемые с помощью алгоритма решения, вероятно, возможно улучшить путем построения гибридного алгоритма на основе разработанного и генетических алгоритмов. Эта тема представляет интерес для будущих исследований.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Scheer, A.W.** Business Process Automation. Aris in Practice [Text] / A.W. Scheer, F. Abolhassan, W. Jost [et al.]. –Berlin, 2004.
2. **Snabe, J.H.** Business Process Management – The SAP Roadmap [Text] / J.H. Snabe, A. Rosenberg, C. Moller [et al.]. –Boston, 2009.
3. **Аалст, В.В.** Управление потоками работ: модели, методы и системы [Текст] / В.В. Аалст, К.В. Хей; Пер. с англ. –М.: Физматлит, 2007. –316 с.
4. Менеджмент процессов [Текст] / Под ред. Й. Беккера, Л. Вилкова, В. Таратухина [и др.]; Пер. с нем. –М.: Эксмо, 2008. –384 с.
5. **Овсянников, М.В.** Компьютерная система автоматизации реинжиниринга бизнес-процессов для промышленных предприятий [Текст] / М.В. Овсянников, С.А. Зобнин // Сб. тр. XII науч.-практич. конф. Реин-

жиниринг бизнес-процессов на основе современных информационных технологий. –М.: Изд-во МГУЭСИ, 2009. –С. 207–211.

6. **Овсянников, М.В.** Задача распределения ресурсов в интегрированном подходе к управлению процессами [Текст] / М.В. Овсянников, И.А. Стогний // Сб. тр. XIII науч.-практич. конф. Реинжиниринг бизнес-процессов на основе современных информационных технологий. Системы управления знаниями. –М.: Изд-во МГУЭСИ, 2010. –С. 230–233.

7. **Шеер, А.В.** Бизнес-процессы. Основные понятия. Теория. Методы [Текст] / А.В. Шеер; Пер. с англ. –М.: АОЗТ «Просветитель», 1999. –152 с.

8. **Ахьюджа, Х.** Сетевые методы управления в проектировании и производстве [Текст] / Х. Ахьюджа; Пер. с англ. –М.: Мир, 1979. –638 с.



УДК 621.316.98: 22.193

А.Н. Потапенко, Е.А. Канунникова, Т.А. Потапенко

## ОСОБЕННОСТИ МЕТОДА ИНВЕРСИИ ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ВНЕШНИХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ, СВЯЗАННЫХ С ЭЛЕКТРИЧЕСКИМИ ПОЛЯМИ В АТМОСФЕРЕ

При математических методах исследования от стержня Франклина до различного типа элементов систем молниезащит определяются электрические поля (ЭП) с учетом условий грозовой активности в атмосфере.

Исследуемые задачи относятся к классу внешних краевых задач. Несмотря на разнообразие способов решения этих задач при численных методах моделирования бесконечной области используются два основных подхода: во-первых, введение области расчета достаточно больших размеров с возможностью некоторого исключения влияния краевых эффектов на результаты расчетов; во-вторых, искусственное ограничение расчетной области путем введения в постановку задачи экранов и других приемов на основе применения граничного условия типа  $\partial\psi/\partial n = 0$ . При этом общим недостатком является снижение точности (например, при введении экранов) и эффективности численных расчетов (например, при задании расчетной области достаточно больших размеров).

Применительно для расчета ЭП в задачах, связанных с исследованиями молниеприемников стержневого типа систем молниезащит, используются *методы* конечных элементов (МКЭ) [1, 2], конечных разностей (МКР) [3, 4] и др. Среди развиваемых методов решения подобных задач необходимо отметить метод инверсии для полубезграничных сред (МИПБС) [4, 5], принятый за основу для численных расчетов в данной работе. При этом следует отметить, что МКР, в отличие от МКЭ, позволяет увеличить точность расчетов напряженности поля для различных типов угловых зон или стержней исследуемых объектов [5] с учетом применения алгоритма Брезенхэма.

Исследование [4] распределенной системы типа «плоскость-проводник» позволило выявить особенности краевого эффекта для заземленного стержня относительно облака, причем исследован идеальный вариант, в котором облако представлено в виде некоторого круга. Это связано

с тем, что за основу для схемы моделирования данной работы с применением МИПБС приняты соотношения размеров как в [3] с возможностью сравнительного анализа полученных результатов и с учетом того, что основные подходы работы известны специалистам [6].

В рамках статьи исследуются особенности модифицированного метода инверсии на примере определения электрического поля относительно заземленного стержневого молниеприемника и с учетом облака и его граничной поверхности.

**Постановка задачи.** Для исследования особенностей МИПБС относительно к распределенной системе типа «плоскость-проводник» применяется по аналогии с [4] схема моделирования, показанная на рис. 1. Схема включает стержень  $\Gamma_4$  на плоскости  $\Gamma_1$  в виде поверхности земли  $F(x, y)$  и облако  $V(x, y)$  в виде плоскости  $\Gamma_6$ , находящейся в полубезграничной области относительно поверхности  $F(x, y)$ . В силу симметрии изучаемого объекта исследуется только часть некоторой полусферической области.

ЭП определяется относительно проводящей плоскости  $\Gamma_1$  со стержнем  $\Gamma_4$  (их потенциал  $\psi$  принимается равным нулю) и с учетом краевого эффекта от граничной поверхности облака  $\Gamma_6$ , являющейся частью круга. Считаем, что исследу-

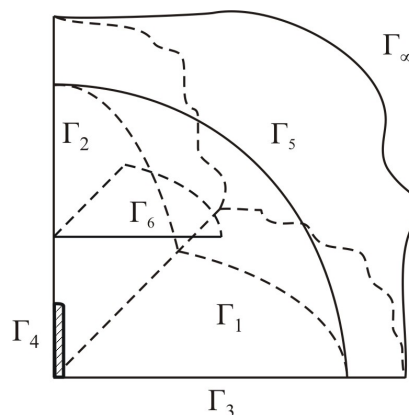


Рис 1. Схема моделирования молниеприемника стержневого типа

ется статический режим с учетом возникновения в некоторый момент времени на  $\Gamma_6$  потенциала, равного  $\psi_{B0}$ . Эта постановка отличается от постановки задач [7, 8], в которых задается некоторое направление нисходящего стримера в воздухе, как правило, в виде проводника, причем в работе [7] не приводится конкретная математическая постановка задачи, а в [8] указывается, что моделирование поля потенциала осуществляется на основе уравнения Лапласа, но без указания граничных условий. Исходная постановка также отличается и от постановки задачи [3], в которой внешняя краевая задача сводится к внутренней путем задания граничных условий в исследуемой области в виде  $\partial\psi/\partial n = 0$ .

Поле распределения  $\psi$  подчиняется уравнению Лапласа, как в [4]:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = 0; (x, y, z) \in D(x, y, z). \quad (1)$$

Граничные условия задачи следующие:

- на границах  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_4$   
 $\psi(x, y, z) = 0, (x, y, z) \in \Gamma_1, \Gamma_4; \quad (2)$

- на границе  $\Gamma_\infty$   
 $\psi(\infty) = 0; \quad (3)$

- на поверхностях симметрии области, т. е. на границах  $\Gamma_2, \Gamma_3$   
 $\partial\psi/\partial n = 0, (x, y, z) \in \Gamma_2, \Gamma_3; \quad (4)$

- на границе  $\Gamma_6$   
 $\psi(x, y, z) = \psi_{B0}, (x, y, z) \in \Gamma_6, \quad (5)$

где  $D(x, y, z)$  – исследуемая область, ограниченная  $\Gamma_1$ – $\Gamma_4$ ,  $\Gamma_6$  и  $\Gamma_\infty$ ; причем  $\Gamma_\infty$  – условная граница на бесконечности;  $\Gamma_5$  – внутренняя граница в  $D(x, y, z)$  (искусственно введенная граница [4]).

С учетом использования МИПБС считаем, что некоторая выделенная область  $D'_m(x, y, z)$ , входящая в состав области  $D(x, y, z)$ , имеет форму некоторой части полусферы с радиусом  $R_0$  и с границами  $\Gamma_1$ – $\Gamma_6$  (эта область может быть

представлена в виде куба, параллелепипеда и др., определяется видом области с исследуемым объектом, например [9]). Для реализации этого метода необходима дополнительная область  $D^*_m(x, y, z)$ , чтобы часть оставшейся области  $D(x, y, z)$  между границами  $\Gamma_5$  и  $\Gamma_\infty$  отобразилась на эту дополнительную область. Следует отметить, что составные области  $D'_m(x, y, z)$  и  $D^*_m(x, y, z)$  соприкасаются по внутренней поверхности  $\Gamma_5$  в исходной области  $D(x, y, z)$ .

**Особенности дискретной математической модели.** Для краевой задачи с учетом уравнения (1) и граничных условий (2)–(5) уравнения в операторной форме для определения поля потенциала  $\psi$  в узлах  $(i, j, k)$  для дискретной области  $D_d(x, y, z)$  имеют следующий вид:

$$L_h \psi^{(h)} \equiv \begin{cases} L_{xx} \psi_{ijk} + L_{yy} \psi_{ijk} + L_{zz} \psi_{ijk} = 0, \\ (x_i, y_j, z_k) \in D_d(x, y, z); \\ L_n \psi_{ijk} = 0, (x_i, y_j, z_k) \in \Gamma_2, \Gamma_3; \\ \psi_{ijk} = \psi_{B0}, (x_i, y_j, z_k) \in \Gamma_6; \\ \psi_{ijk} = 0, (x_i, y_j, z_k) \in \Gamma_1, \Gamma_4, \Gamma_\infty. \end{cases} \quad (6)$$

Здесь  $L_{xx} = \partial^2/\partial x^2$ ,  $L_{yy} = \partial^2/\partial y^2$ ,  $L_{zz} = \partial^2/\partial z^2$ ,  $L_n = \partial^2/\partial n^2$  – производные потенциала, которые представляются конечно-разностными аппроксимациями. Область  $D_d(x, y, z)$ , включающая  $D'_m(x, y, z)$  и  $D^*_m(x, y, z)$ , является дискретной с регулярной прямоугольной сеткой. Для аппроксимации границ применяется алгоритм Брезенхэма. При расчетах не учитывается диаметр стержня, т. к. он пренебрежимо мал по сравнению с размерами  $D_d(x, y, z)$  и шагом по  $x$ ,  $y$  и  $z$  (аналогично как в [3]).

Так как во внутренних узлах сетки выполняется условие сходимости итерационного метода Гаусса–Зейделя, то во всех внутренних узлах области  $D_d(x, y, z)$  потенциал  $\psi_{i,j,k}$  рассчитывается с помощью численного метода, например, экстраполяционного метода Либмана [10] по формулам:

$$\psi_{i,j,k} = \frac{\psi_{i+1,j,k} + \psi_{i-1,j,k} + \psi_{i,j+1,k} + \psi_{i,j-1,k} + \psi_{i,j,k+1} + \psi_{i,j,k-1}}{6}, \quad (7)$$

$$\psi_{i,j,k}^S = \psi_{i,j,k}^{S-1} + \alpha(\psi_{i,j,k}^{S0} - \psi_{i,j,k}^{S-1}), \quad (8)$$

где  $\alpha$  – ускоряющий коэффициент ( $1 \leq \alpha \leq 2$ );  $\psi_{i,j,k}^{S-1}$  – значение в узле  $\psi_{i,j,k}$ , вычисленное на предыдущей итерации;  $\psi_{i,j,k}^{S0}$  – значение в узле  $\psi_{i,j,k}$ , вычисленное в текущей итерации согласно (8);  $\psi_{i,j,k}^S$  – новое значение.

На границах  $\Gamma_2, \Gamma_3$  потенциал  $\psi_{i,j,k}$  рассчитывается с учетом конечно-разностных аппроксимаций и вида условия симметрии (4). Модуль  $E$  определяется как квадратный корень из суммы квадратов компонент вектора  $E_x^2, E_y^2, E_z^2$ .

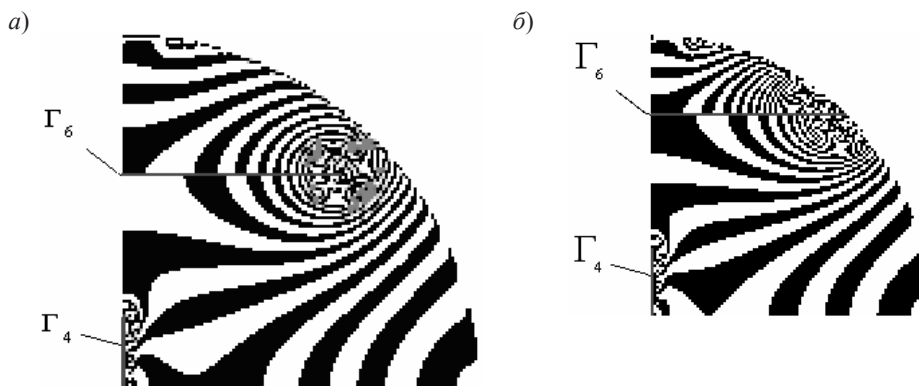


Рис. 2. Распределение поверхностных равных напряженностей поля с шагом  $\Delta E^*$ :  
а – для модели 1; б – модели 2

Согласно МИПБС граничные узлы  $\psi_{ij,k}$  на границе  $\Gamma_5$  превращаются во внутренние узлы составной области  $D'_{md}(x, y, z)$  и  $D^*_{md}(x, y, z)$ , причем в узлах на границе области  $D'_{md}(x, y, z)$  расчет также ведется по формулам (7) и (8), а значения потенциалов в недостающих узлах берутся из дополнительной области  $D^*_{md}(x, y, z)$ , и наоборот.

**Результаты численных расчетов.** Результаты расчетов представляются в безразмерном виде для  $\psi$  и расстояний  $l$  как  $\psi_{bi}^* = \psi_i / \psi_{B0}$ ,  $l_i^* = l_i / h$  с учетом базовых значений потенциала  $\psi_{B0}$  на  $\Gamma_6$  и высоты  $h$  стержня  $\Gamma_4$ , а остальные определяются аналогично или через  $\psi_{bi}^*$  и  $l_i^*$ . Для сравнения результатов с известными данными основные соотношения размеров приняты как в [3].

Исследуются два типа моделей по схеме как на рис. 1. Исходные условия следующие: считаем, что граница  $\Gamma_6$  имеет радиус  $r_1^* = 3$  и находится на высоте  $H_k^* = 3$ , а высота  $\Gamma_4$  равна  $h^* = 1$ . Отличие заключается в том, что  $\Gamma_5$  – внутренняя граница в  $D(x, y, z)$  (искусственно введенная с учетом МИПБС) в первой модели находится на расстоянии  $\delta^*$  от границы  $\Gamma_5$ , а во второй модели  $\delta^* = 0$ .

Результаты расчетов напряженности поля  $E^*$  относительно  $F(x, y)$  и  $V(x, y)$  для двух моделей показаны на рис. 2.

Из анализа результатов распределения поверхностных равных напряженностей поля следует, что на стержне  $\Gamma_4$  и в окрестностях края границы  $\Gamma_6$  наблюдается существенно неоднородное ЭП. Для оценки этих относительных величин рассмотрим результаты расчетов, показанные на рис. 3, причем кривые 1 и 2 – это характеристики  $\psi_b^* = f(H_L^*)$  (рис. 3 а) и  $E^* = f(H_L^*)$  (рис. 3 б), представляющие зависимости в вертикальных плоскостях относительно поверхности  $F(x, y)$ : по оси стержня и на расстоянии  $S_{k1}^* = 3$ , т. е. на границе облака  $V(x, y)$ .

Из анализа зависимостей  $E^* = f(H_L^*)$  (см. рис. 3 б, кривые 1 и 2) следует, что модули максимальной напряженности поля  $E_m^*$  находятся как на стержне  $\Gamma_4$ , так и на краю облака  $V(x, y)$ , причем  $E_m^*$  на расстоянии  $S_{k1}^* = 3$  больше, чем на стержне по его оси.

Рассмотрим результаты распределения относительных величин  $\psi_b^* = f(H_L^*)$  (рис. 4 а) и  $E^* = f(H_L^*)$  (рис. 4 б), показанные на рис. 4, причем кривые 1–4 – это характеристики, представляю-

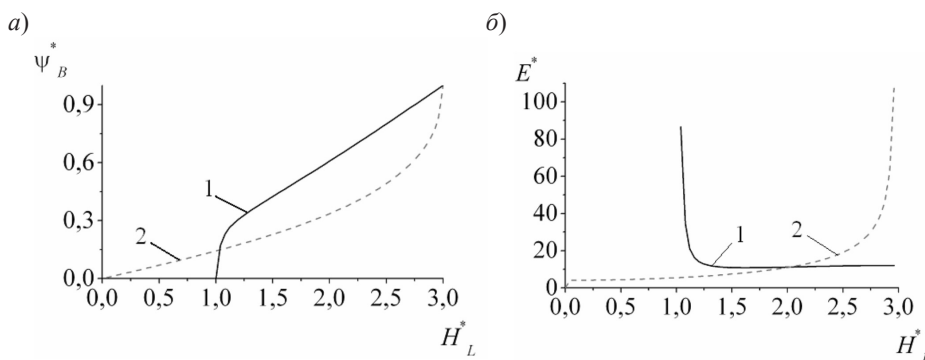


Рис. 3. Характеристики  $\psi_b^* = f(H_L^*)$  (а) и  $E^* = f(H_L^*)$  (б) в вертикальной плоскости:  
1 – по оси стержня; 2 – на расстоянии  $S_{k1}^* = 3$

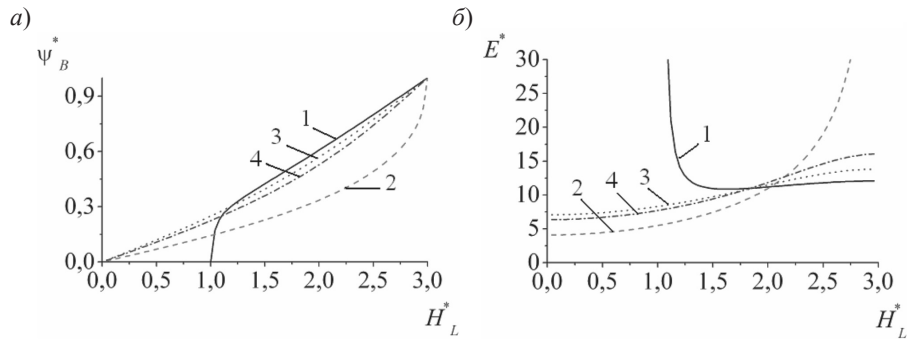


Рис. 4. Характеристики  $\psi_B^* = f(H_L^*)$  (а) и  $E^* = f(H_L^*)$  (б) для различных  $S_k^*$ :  
1 – по оси схемы ( $S_{k0} = 0$ ); 2 –  $S_{k1}^* = 3$ ; 3 –  $S_{k2}^* = 1,5$ ; 4 –  $S_{k3}^* = 2$

щие зависимости в вертикальных плоскостях относительно поверхности  $F(x, y)$ : по оси ( $S_{k0} = 0$ ) и на расстоянии  $S_{k1}^* = 3$ , а также в промежуточных точках от оси  $S_{k2}^* = 1,5$  и  $S_{k3}^* = 2$ . Следует отметить, что кривые 1 и 2  $E^* = f(H_L^*)$  (см. рис. 4 б), в отличие от рис. 3 б, представлены только в окрестностях точек  $S_{k0} = 0$  и  $S_{k1}^* = 3$ , чтобы отразить особенности изменения напряженности в промежуточных точках как на  $F(x, y)$ , так и на облаке.

Анализ зависимостей  $E^* = f(H_L^*)$  на рис. 4 б показывает, что напряженность поля  $E^*$  по поверхности  $F(x, y)$  под облаком максимальна вблизи заземленного стержня и убывает к точке  $S_{k1}^*$ , а напряженность поля  $E^*$  по поверхности  $V(x, y)$ , наоборот, на облаке, непосредственно под стержнем, минимальная, причем приблизительно на порядок меньше, чем  $E_m^*$  у края облака  $V(x, y)$ .

Результаты расчетов для моделей 1 и 2 (см. рис. 2) с учетом распределения относительных величин  $\psi_B^* = f(H_L^*)$  (рис. 5 а) и  $E^* = f(H_L^*)$  (рис. 5 б), показаны на рис. 5, причем кривые 1 и 2 – это характеристики, представляющие зависи-

мости в вертикальных плоскостях относительно поверхности  $F(x, y)$  на расстоянии  $S_{k1}^* = 3$  для моделей 1 и 2.

Анализ зависимостей на рис. 5 показывает, что область  $D'_m(x, y, z)$  с внутренней границей  $\Gamma_5$  в методе МИПБС должна быть больше, чем максимальный размер исследуемого объекта, находящегося в этой области, т. к. при совпадении с границей  $\Gamma_5$  наблюдается существенное завышение результатов расчета. В исследуемом случае установлено, что граница облака  $V(x, y)$  должна быть на расстоянии не менее чем  $\delta^*/2$  от границы  $\Gamma_5$ .

Сравнение результатов расчета проводилось с [3] в вертикальной плоскости на расстоянии  $S_1 = 3,2$  м и до высоты  $H_1 = 13$  м по распределению поля  $\psi$  и представлено в [4]. Сравнительный анализ показал, что отличия в расчетах в целом составляют менее 0,5 %.

Анализ исследования трехмерных ЭП относительно заземленного стержневого молниеприемника и с учетом граничной поверхности облака на основе модифицированного метода инверсии

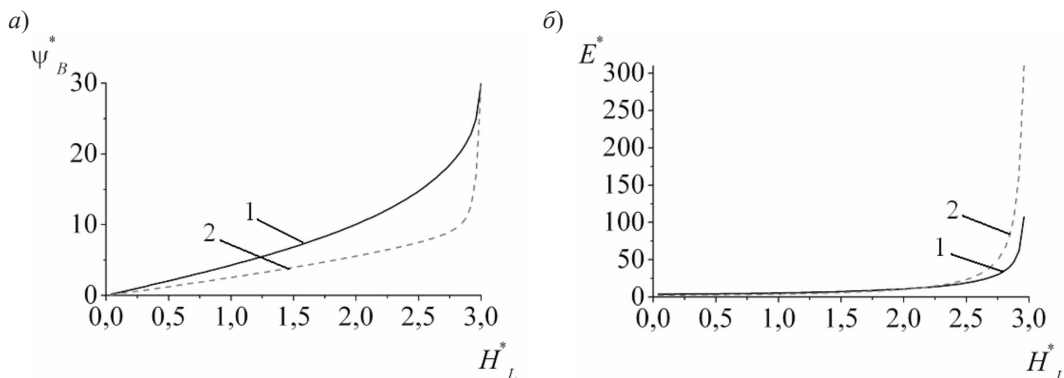


Рис. 5. Характеристики  $\psi_B^* = f(H_L^*)$  (а) и  $E^* = f(H_L^*)$  (б) в вертикальной плоскости на расстоянии  $S_{k1}^* = 3$  от оси стержня:  
1 – для модели 1; 2 – для модели 2

показал, что имеется возможность определять напряженность поля в некоторой области и выявлять различные краевые эффекты. Например, установлено, что модули максимальной напряженности поля  $E_m^*$  находятся как на стержне молниеприемника  $E_{m1}^*$ , так и на краю облака  $E_{m2}^*$ , причем  $E_{m2}^*$  больше, чем на стержне по его оси.

Показано, что распределение напряженности поля  $E^*$  по поверхности земли под облаком убывает к периферии, а распределение напряженности поля  $E^*$  по поверхности облака, наоборот, существенно возрастает к периферии. При этом

следует заметить, что полученные выводы определяются соотношениями размеров исследуемой системы и соответствующими допущениями при расчетах.

В результате исследований установлено, что в выделяемой области  $D'_m(x, y, z)$  с некоторой внутренней границей  $\Gamma_5$  с учетом применения МИПБС при определении влияния краевых эффектов исследуемого объекта (например,  $V(x, y)$ ) он не должен соприкасаться с внутренней границей  $\Gamma_5$ , т. к. это приводит к завышению результатов расчета по  $\Gamma_5$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **D'Alessandro, F.** Electric field modelling of structures under thunderstorm conditions [Текст] / F. D'Alessandro, J.R. Gumley // Proc. of the 24th International Conf. on Lightning Protection. –Birmingham, Britain, 1998. –P. 457–462.
2. **Ait-Amar, S.** A 3-D numerical model of negative lightning leader interception. Applications to the collection volume construction [Текст] / S. Ait-Amar, G. Berger // Proc. of the 27th International Conf. on Lightning Protection. –Avignon, France, 2004. –P. 357–362.
3. **Резинкина, М.М.** Расчет трехмерных электрических полей в системах, содержащих тонкие проволоки [Текст] / М.М. Резинкина // Электричество. –2005. –№ 1. –С. 44–49.
4. **Потапенко, А.Н.** Метод инверсии для численного расчета распределенных систем типа «плоскость-проводник» [Текст] / А.Н. Потапенко, Е.А. Канунникова, Т.А. Потапенко // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Сер. Информатика. Телекоммуникации. Управление. –2011. –№ 5. –С. 53–57.
5. **Потапенко, А.Н.** Численное моделирование электрических полей в системах «электрод – поверхность земли» для элементов молниезащит [Текст] / А.Н. Потапенко, Е.А. Канунникова, М.И. Дыльков // Изв. вузов. Проблемы энергетики. –2008. –№ 11–12. –С. 72–78.
6. **Rezinkina, M.M.** Software for determination of 3D electrical fields distribution in the vicinity of special installations and systems with lightning rods during thunderstorm [Текст] / M.M. Rezinkina // Proc. of the 24th International Conf. on Lightning Protection. –Birmingham, Britain, 1998. –P. 924–928.
7. **D'Alessandro, F.** A 'Collection Volume Method' for the placement of air terminals for the protection of structures against lightning [Текст] / F. D'Alessandro, J.R. Gumley // J. of Electrostatics. –2001. –№ 50. –P. 279–302.
8. **Ait-Amar, S.** Attractive Radius of Elevated Building [Текст] / S. Ait-Amar, G. Berger // Proc. of the 28th International Conf. on Lightning Protection. –Kanasawa, Japan, 2006. –P. 602–607.
9. **Потапенко, А.Н.** Исследование распределенных элементов систем молниезащит на основе вычислительных экспериментов [Текст] / А.Н. Потапенко, А.И. Штифанов, Т.А. Потапенко // Изв. Самарского научного центра РАН. –2010. –Т 12. –№ 4 (3). –С. 591–595.
10. **Мак-Кракен, Д.** Численные методы и программирование на Фортране [Текст] / Д. Мак-Кракен, У. Дорн. –М.: Мир, 1977. –584 с.

УДК 519.711.3

*В.И. Антонов, А.И. Загайнов, Ву ван Куанг*

### ДИНАМИЧЕСКИЙ ФРАКТАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ВАРИАбельНОСТИ СЕРДЕЧНОГО РИТМА

В настоящей статье рассматриваются проблемы нелинейного исследования хаотических временных рядов варибельности сердечного ритма (ВСР) – временных интервалов между последо-

вательными нормальными QRS-комплексами электрокардиограммы (норма-норма или NN-интервалов). Благодаря рекомендациям научных сообществ США, Европы [3], Японии, Китая и





России [8] метод физиологической интерпретации ВСР можно назвать наиболее перспективным при анализе информации о состоянии и функционировании систем, регулирующих ритм сердца. Однако применяемые к настоящему моменту средства анализа ВСР не всегда позволяют диагностировать (а тем более – прогнозировать) внутренние изменения структуры рассматриваемого временного ряда. Это прежде всего связано с применением несовершенных математических методов (статистических, спектральных, корреляционных и др.). Как утверждает некоторыми авторами [10], изменения ВСР подчинены нелинейным закономерностям и не могут быть описаны в рамках линейных моделей взаимодействий различных органов и систем.

Среди множества альтернативных подходов к нелинейному исследованию внутренней структуры ВСР можно выделить устойчивую тенденцию к выявлению ее фрактальных компонент [10]. Однако этот подход до сих пор не развит в связи с множеством трудностей, связанных с возможностью описания временного ряда средствами теории детерминированного хаоса. Основная проблема при использовании указанного подхода состоит в отсутствии конечномерного пространства вложения восстановленного аттрактора. Этот факт демонстрируется отсутствием насыщения кривой корреляционной размерности при увеличении размерности фазового пространства [7, 9].

#### Методика динамической оценки фрактальных компонент ВСР

Сущность фрактального метода исследования временного ряда состоит в переходе от самого сигнала к восстановленному аттрактору динамической системы. Наиболее простым является метод задержки Такенса, строящий вектор координат точки на аттракторе с помощью сдвигов на постоянное значение (время или параметр задержки) исходного временного ряда:

$$\vec{x}(t) = (a(t), a(t + \tau\Delta t), \dots, a(t + \tau(n-1)\Delta t)).$$

Время задержки выбирается различными способами [6, 12]. Дальнейшее исследование временного ряда сводится к исследованию свойств построенного в  $n$ -мерном пространстве геометрического объекта, своим видом напоминающего фрактал. Основной характеристикой рассматриваемого объекта в случае его фрактальности

должна являться размерность, вычисленная с учетом вероятности нахождения точек в данной области аттрактора. Наиболее удобна для этих целей корреляционная размерность:

$$D_2 = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln(\sum_{i=1}^{M(\varepsilon)} p_i^2)}{\ln(\varepsilon)}, \quad (1)$$

где  $M(\varepsilon)$  – минимальное количество кубиков со стороной  $\varepsilon$ , полностью покрывающее аттрактор;  $p_i$  – вероятность посещения  $i$ -го кубика фазовой траекторией динамической системы.

При практической реализации корреляционной размерности с помощью метрического определения вероятности выражение (1) переписывается как

$$D_2 = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln(C(\varepsilon))}{\ln(\varepsilon)}, \quad (2)$$

где  $C(r) = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1}{m^2} \sum_{i,j=1}^m \theta(r - \rho(x_i, x_j))$  – корреляционный интеграл;  $\theta(\alpha) = \begin{cases} 1, \alpha \geq 0 \\ 0, \alpha < 0 \end{cases}$  – функция

Хевисайда;  $\rho$  – расстояние в  $n$ -мерном пространстве.

Для восстановленного по временному ряду аттрактора, состоящего из конечного числа точек, дается следующая оценка корреляционного интеграла:

$$C(r) = \sum_{i=0}^{m-2} \sum_{j=i+1}^{m-1} \frac{\theta(r - \rho(x_i, x_j))}{m(m-1)/2}.$$

Алгоритм Грассбергера–Прокаччия [2] предполагает, что в случае выполнения соотношения  $C(r) \sim r^{D_2}$ , то есть  $\ln C(r) \sim D_2 \ln r$ , корреляционную размерность можно оценить, получив наклон прямой логарифма корреляционного интеграла. Самый простой способ получения линейной зависимости по последовательности экспериментальных данных – метод наименьших квадратов. В данном случае можно самостоятельно выбирать диапазон значений расстояний  $r$  и рассматривать равномерные сетки. Исходя из метода наименьших квадратов, получим следующую систему для оценки корреляционной размерности:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^N \ln C(r_i) \ln r_i = D_2 \sum_{i=1}^N \ln^2 r_i + b \sum_{i=1}^N \ln r_i \\ \sum_{i=1}^N \ln C(r_i) = D_2 \sum_{i=1}^N \ln r_i + bN \end{cases},$$

где  $N$  – количество измерений корреляционного интеграла для различных расстояний  $r_i$  (вычис-

ленных на равномерной сетке);  $b$  – константа аппроксимирующей корреляционный интеграл прямой  $y(r) = D_2 r + b$ .

Справедливость приведенного закона ограничена значениями  $r$ , достаточно малыми по сравнению с размером аттрактора. Очевидно, при увеличении  $r$  до размеров аттрактора  $C(r) \rightarrow 1$ , а при уменьшении из-за конечности точек на аттракторе  $C(r) \rightarrow 0$ , и указанный степенной закон справедлив только в ограниченном диапазоне  $r$  (т. н. *скейлинговом диапазоне*), который может быть использован для определения размерности аттрактора. Этот диапазон необходимо установить на практике для рассматриваемых нами биомедицинских сигналов и менять в зависимости от типа сигнала (типа соответствующего аттрактора сигнала). Разработанные методы определения скейлингового диапазона можно найти в [6].

Следующий шаг – проверка полученной оценки фрактальной размерности. Для этой цели можно вычислить значения размерности восстановленного аттрактора в  $(n+1)$ -мерном пространстве вложения по описанному выше алгоритму и оценить значение модуля разности полученных значений  $|D_2^{n+1} - D_2^n| = \alpha^n$ .

Если последовательность  $\alpha^n \rightarrow 0$ , то можно говорить о сходимости рассматриваемого процесса и, как следствие, фрактальных свойствах самого восстановленного аттрактора ВСП. Однако такие сообщения в научной литературе встречаются редко. Например, в [1] исследована возможность разделения пациентов с гипертрофической кардиомиопатией с помощью корреляционной размерности на две группы: с низким и высоким риском внезапной смерти. Авторы обследовали 16 паци-

ентов, 8 из которых умерло во время наблюдений. Было установлено, что для больных с этим заболеванием насыщение корреляционной размерности происходит для размерности пространства вложения большей 13 и длины временного ряда свыше 10 тыс. отсчетов. После высказанных авторами утверждений можно предположить, что сама возможность описания ВСП фрактальными методами возникает, скажем, в случае сильных патологических изменений несовместимых с жизнью.

В проведенных численных экспериментах для записей нормального синусового ритма  $\alpha^n \rightarrow \infty$ . Таким образом, рассматриваемый процесс находится между случайным и детерминированным хаосом (рис. 1). То есть сам восстановленный аттрактор ВСП не всегда может быть охарактеризован одним параметром фрактальной размерности (показателем скейлинга). Более совершенные методы, состоящие в переходе от одного показателя скейлинга к их спектру, находятся на стадии развития и не имеют достаточных фундаментальных результатов для их использования [11].

Поэтому предложено видоизменение метода фрактального анализа для исследования длинных (~50 000 отсчетов) записей ВСП. Рассмотрено поведение корреляционной размерности в различных частях исходной записи (независимо от ее сходимости или расходимости) [5]. Затем построили полученную кривую в зависимости от времени, сглаживая ее трендом. Установлен следующий ряд закономерностей в поведении тренда:

1) тренд сдвигается практически одинаково в различных частях исходной записи (в случае расходимости в конечномерном фазовом пространстве);

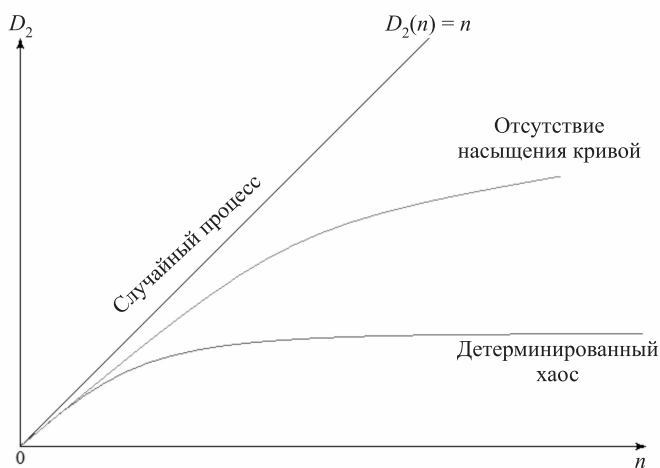


Рис. 1. Возможные виды рассматриваемых процессов

2) тренд незначительно меняет свою форму при изменении пространства вложения;

3) тренд реагирует на внутренние изменения ВСР (сон, физические нагрузки, стрессы, принятие алкоголя и лекарственных препаратов и др.).

Исходя из этого появляется идея динамического формирования восстановленного аттрактора и расчета его размерности (в заданном пространстве вложения). Диагностика внутренней структуры рассматриваемого временного ряда будет осуществляться по тренду фрактальной размерности динамически обновляющегося аттрактора. Даже в случае расходимости самого процесса (что обнаруживается в большинстве случаев при работе с реальными сигналами ВСР), в силу высказанных утверждений, тренд должен реагировать на изменение внутренней структуры исходной ВСР. Кроме того, такой подход позволяет оценить степень постоянства корреляционной размерности при изменении аттрактора на незначительное количество значений (скажем,

на одно). Степень постоянства может также являться характеристикой рассматриваемого метода исследований (особенно в случае сходимости в конечномерных пространствах). Однако при таком подходе возникает ряд трудностей с возможностью динамического изменения параметра задержки, которые мы оставили открытыми [6]. Это связано, прежде всего, с отказом реструктуризации формы всего аттрактора в процессе его динамического обновления.

### Разработанный программный комплекс

Основные результаты работы над проектом отражены в созданном программном комплексе. Кроме рассмотренной выше фрактальной размерности, программная составляющая комплекса содержит ряд известных характеристик ВСР. К настоящему моменту приложение способно вычислить с их графической реализацией и значениями следующие статические линейные показатели ВСР:

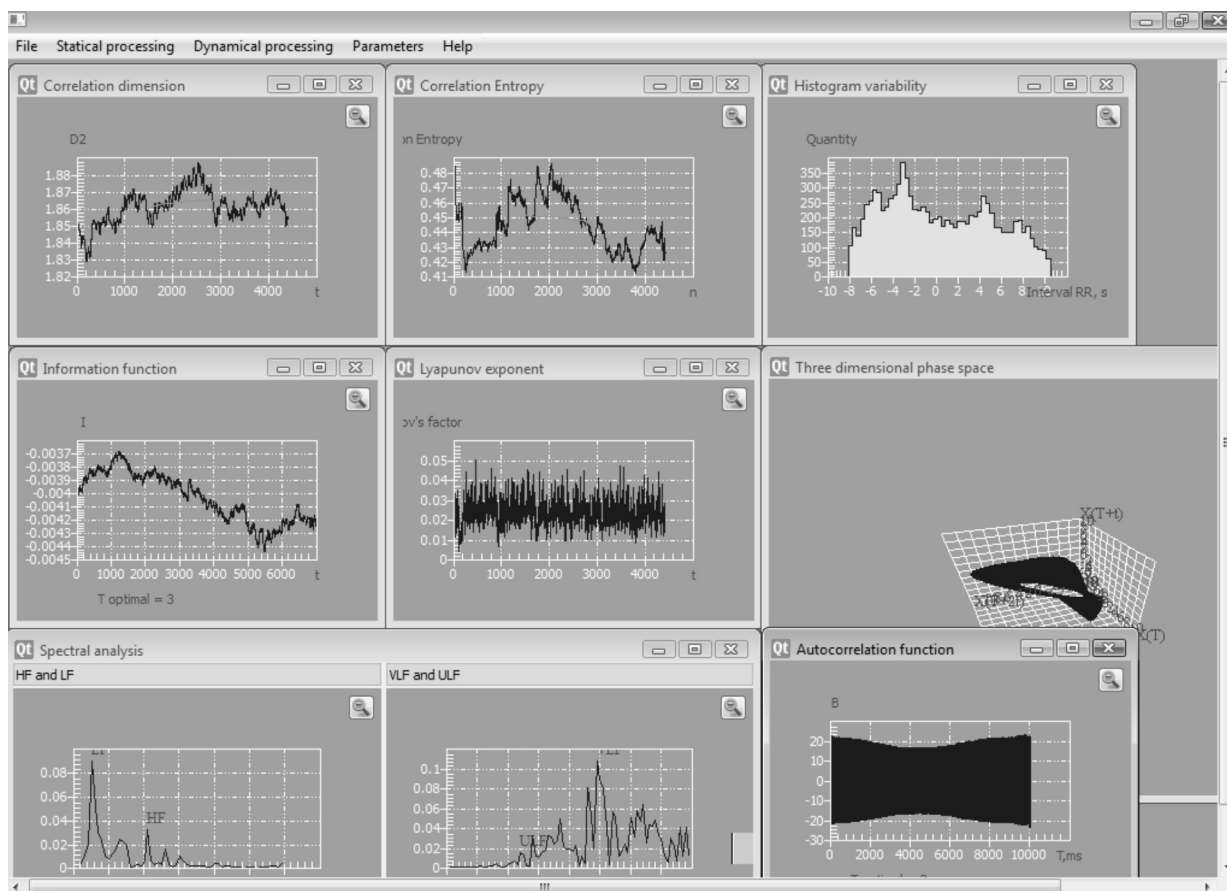


Рис. 2. Интерфейс и функциональные возможности комплекса на примере расчета показателей временного ряда, сгенерированного системой нелинейных дифференциальных уравнений (системой Ресслера)

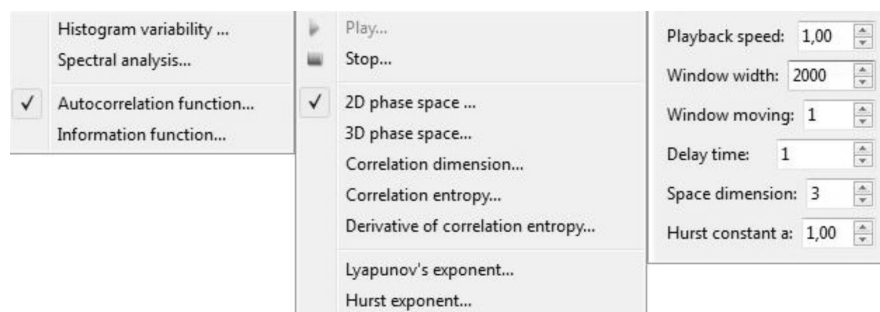


Рис. 3. Функциональные возможности разработанного программного обеспечения

1. Спектральные компоненты ВСП. Мощность в различных частотных диапазонах (LF, HF, VLF, ULF), индекс централизации IC.

2. Гистограмму вариабельности с вычислением характеристик вариационной пульсометрии ( $M_0$ ,  $AM_0$ ,  $MxDM_n$ ,  $MxRM_n$ , триангулярный индекс).

3. Автокорреляционную функцию с указанием ее первого нуля.

4. Функцию средней взаимной информации с указанием ее первого локального минимума.

А также в режиме динамического обновления, реализуемого программными методами, строить и вычислять:

1. Графики восстановленного аттрактора в двухмерном фазовом пространстве.

2. Графики трехмерного восстановленного аттрактора в специально реализованном с помощью библиотеки компьютерной графики OpenGL трехмерном фазовом пространстве. Наблюдение за динамическим обновлением аттрактора возможно из любой точки пространства.

3. Корреляционную размерность и ее динамический тренд.

4. Корреляционную (аппроксимированную) энтропию и ее динамический тренд.

5. Старший показатель Ляпунова и его динамический тренд.

6. Экспоненту Херста и ее динамический тренд.

Интерфейс разработанного программного обеспечения и его функциональные возможности приведены на рис. 2 и 3. Кроме того, различные версии пакета способны рассматривать изменение корреляционного интеграла в скейлинговом диапазоне, отношение с аппроксимирующей его прямой, строить плотности вероятности нахождения любой точки на аттракторе (по отношению к остальным точкам), включать различные моди-

фикации меню Parameters. В последней версии меню Parameters содержит следующий список параметров (рис. 3):

скорость «проигрывания» массива (Playback speed);

количество точек ширины окна (Window width);

количество точек, на которое перемещается окно (Window moving);

параметр задержки (Delay time);

размерность пространства вложения (Space dimension);

константа, необходимая для вычисления показателя Херста (Hurst constant).

Проверка правильности вычислительных процедур комплекса проведена на известных детерминированных моделях [6] (аттракторе Хенона, отображении Икеды, отображении Лози, системе уравнений Лоренца, системе уравнений Ресслера и др.). Сравнение результатов вычислительных процедур на статических выборках проведено со значениями, полученными в программе RQA (авт. С. J. Webber), пакете TISEAN (авт. R. Hegger и соавт.), пакете Фрактан 4.4 (авт. В. Сычев) и др. Установлены значительные преимущества вычисляемых комплексом энтропийных оценок за счет новых алгоритмов их уточнения, разработанных в ходе выполнения проекта.

### Динамическая фрактальная обработка нормального кардиоритма

Для этих целей применены записи базы Normal Sinus Rhythm RR Interval Database (nsr2db) сервера [4]. Опишем обработку одной из записей базы. Обследована женщина 64 лет с примерной частотой сигнала 128 Hz. По времени длительность записи составляет 22 ч 33 мин и содержит 106 379 норма-норма интервалов, 68 вентрикулярных и 13 атриовентрикулярных сокращений. Количество разрывов записи – 375.

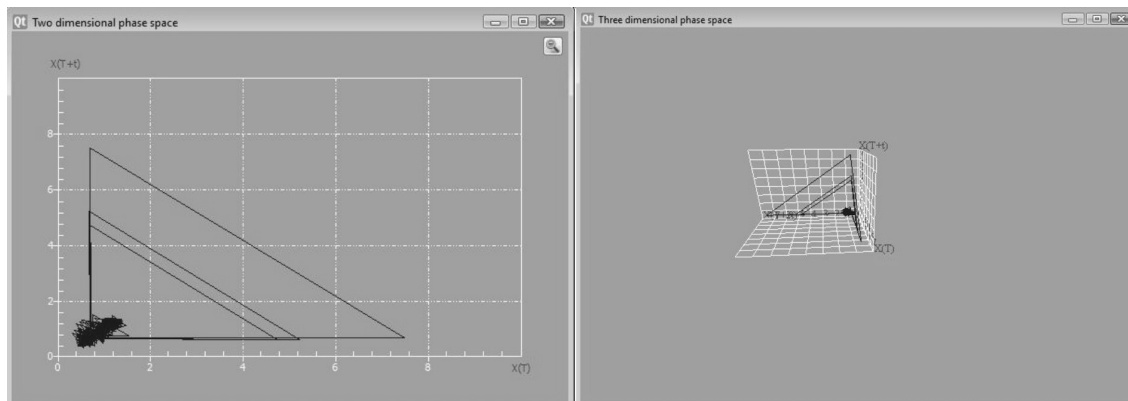


Рис. 4. Двухмерный (слева) и трехмерный (справа) восстановленный аттрактор для нормального кардиоритма

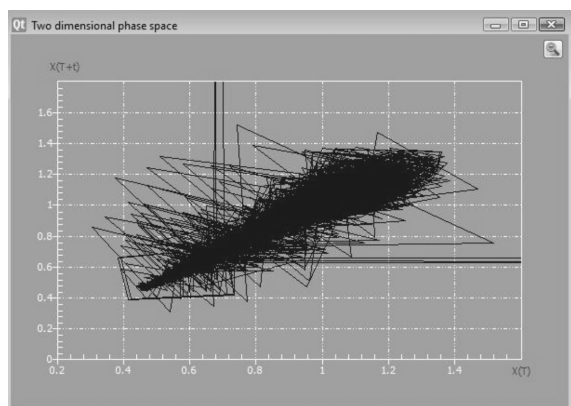


Рис. 5. Область двухмерного восстановленного аттрактора, содержащая все интервалы без экстрасистол

Как и следует ожидать, восстановленный аттрактор содержит удаленные от общей области точки, характеризующие преждевременные сердечные сокращения. На рис. 4 показан вид двух-

и трехмерного аттрактора, а на рис. 5 – область двухмерного аттрактора, содержащая все нормальные сокращения.

Временная задержка находилась с помощью функции средней взаимной информации (рис. 6). Метод ее нахождения с помощью автокорреляционной функции не дает положительных результатов (в данном случае она равнялась 24 230).

Корреляционная размерность в течение суток, как и следовало ожидать [5], делится на два участка – с малыми ( $\sim 0,5$ ) и большими ( $\sim 1,5$ ) значениями тренда (рис. 7). Эти участки по времени соответствуют сну и бодрствованию организма. Таким образом, в данном случае рассмотренная нами динамическая характеристика тренда фрактальной размерности ВСП может являться характеристикой систем, регулирующих ритм сердца. Причем эта характеристика универсальна и не зависит от сходимости или расходимости процесса

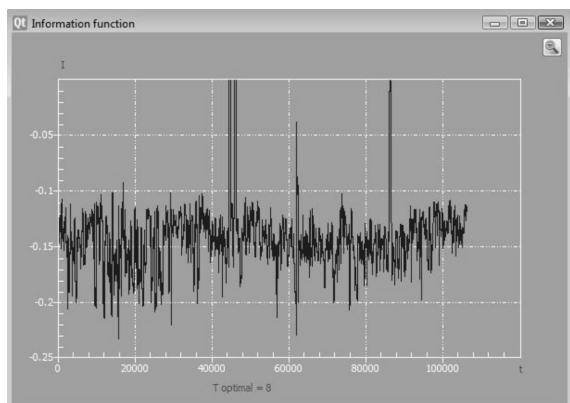


Рис. 6. Временная задержка, найденная с помощью функции средней взаимной информации для ВСП нормального кардиоритма

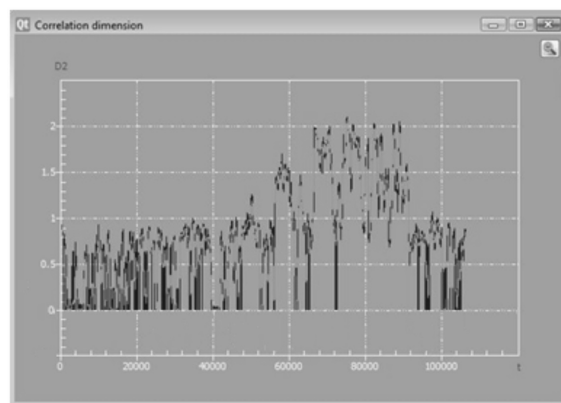


Рис. 7. Корреляционная размерность нормального кардиоритма в течение суток



в конкретной точке. Ее практическое применение будем развивать в дальнейших исследованиях.

Разработанное в ходе выполнения проекта автоматизированное программное обеспечение позволяет расширить возможности фрактальной

диагностики ВСП. Практическая значимость полученных результатов может использоваться в клинической медицине. Для этих целей планируется создание комплекса холтеровского мониторингирования.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 09-08-01135-а).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Carvajal, R.** Dimensional analysis of HRV in hypertrophic cardiomyopathy patients [Text] / R. Carvajal, J.J. Zebrowski, M. Vallverdú [et al.] // IEEE Engineering In Medicine And Biology. –2002. –№ 21 (4). –P. 71–78.
2. **Grassberger, P.** Measuring the strangeness of strange attractors [Text] / P. Grassberger, I. Procaccia // Physica D. –1983. –Vol. 9. –P. 189–208.
3. **Malik, M.** Heart rate variability. Standards of measurement, physiological interpretation and clinical use [Text] / M. Malik, J. T. Bigger, A. J. Camm [et al.] // European Heart J. –1996. –№17. –P. 354–381.
4. **PhysioNet.** The research resource for complex physiologic signals [Электронный ресурс] / Режим доступа: [http:// www.physionet.org](http://www.physionet.org)
5. **Антонов, В.И.** Динамический тренд корреляционной размерности как характеристический показатель жизнедеятельности организма [Текст] / В.И. Антонов, А.И. Загайнов, А.Н. Коваленко // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Сер. Информатика. Телекоммуникации. Управление. –2009. –№. 6 (91). –С. 111–119.
6. **Антонов, В.И.** Аппаратно-программный комплекс энтропийно-динамического мониторинга состояния кардиоритма [Текст] / В.И. Антонов, А.И. Загайнов, А.Н. Коваленко, Ву ван Куанг // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Сер. Информатика. Телекоммуникации. Управление. –2011. –№ 1(115). –С. 143–150.
7. **Ахметханов, Р.С.** Применение теории фракталов и вейвлет-анализа для выявления особенностей временных рядов при диагностике систем [Текст] / Р.С. Ахметханов // Вестник науч.-техн. развития. –2009. –№ 1 (17). –С. 26–31.
8. **Баевский, Р.М.** Анализ variability сердечного ритма при использовании различных электрокардиографических систем. Ч. 1 [Текст] / Р.М. Баевский, Г.Г. Иванов, А.П. Гаврилушкин [и др.] // Вестник аритмологии. –2002. –№ 24. –С. 65–86.
9. **Гудков, Г.В.** Диагностические возможности определения детерминированного хаоса в структуре variability ритма сердца плода [Текст] / Г.В. Гудков // Вестник муниципального здравоохранения. –2008. –№ 1 (1). –19 с.
10. **Колюцкий, А.К.** Исследование variability сердечного ритма при анализе аритмий [Текст] / А.К. Колюцкий, Г.Г. Иванов, В.Е. Дворников [и др.] // Вестник Рос. ун-та дружбы народов. Сер. Медицина. –2001. –№ 2. –С. 113–130.
11. **Павлов, А.Н.** Мультифрактальный анализ сигналов на основе вейвлет-преобразования [Текст] / А.Н. Павлов, В.С. Анищенко // Изв. Саратовского ун-та. Сер. Физика. –2007. –Т. 7. –Вып. 1. –С. 3–25.
12. **Янсон, Н.Б.** Моделирование динамических систем по экспериментальным данным [Текст] / Н.Б. Янсон, В.С. Анищенко // Изв. вузов «ПНД». –1995. –Т.3. –№ 3. –С. 112–121.

УДК 621.785

С.Е. Коршиков

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОЛЕЙ УПРУГИХ ДЕФОРМАЦИЙ В ПРОЦЕССЕ ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА ВРАЩАЮЩИХСЯ ЗАГОТОВОК

Индукционные нагревательные установки (ИНУ) проходного и периодического действия широко применяются на практике для индукционного нагрева металлов перед последующей обработкой давлением, поскольку они обладают рядом технико-экономических преимуществ по сравнению с конкурентоспособными технологиями.

Построению адекватных моделей индукционного нагрева, учитывающих всевозможные особенности для проектирования нагревателей, синтеза систем управления и формулировки задач оптимального управления, в последнее время уделяется пристальное внимание. Однако большая их часть рассматривает в качестве управляемой



величины температурное поле внутри заготовки, но не учитывает поведение поля механических и термических напряжений в ней. При превышении величины напряжения некоторого значения, характерного для каждого материала, в нем происходят различные структурные превращения. Также это может приводить к образованию брака, в частности, трещин в заготовках.

В качестве объекта рассматривается инновационная технология индукционного нагрева алюминиевых цилиндрических заготовок, вращающихся в магнитном поле постоянного тока, описание которой будет приведено ниже.

В статье изучается задача математического моделирования полей термических деформаций инновационной энергосберегающей технологии нагрева алюминиевых заготовок, вращающихся в магнитном поле постоянного тока. Решение электромагнитно-тепловой задачи для этого процесса с использованием наукоемкого программного обеспечения конечно-элементного анализа ANSYS описано в [1].

Рассмотрен специальный модуль, разработанный в среде ANSYS [6], предназначенный для учета механических свойств в заготовке и для решения прочностной задачи, позволяющий получать на выходе из модели поля упругих деформаций и напряжений.

#### **Задача моделирования полей упругих деформаций для случая плосконапряженного состояния**

Рассмотрим инновационную технологию индукционного нагрева алюминиевых заготовок, вращающихся в магнитном поле постоянного тока. Данная технология основана на способности сверхпроводников проводить постоянный ток практически без потерь, что отводит на второй план затраты, связанные с необходимостью обеспечения сверхнизкой температуры в целях создания эффекта сверхпроводимости.

Нагрев цилиндрической алюминиевой заготовки обеспечивается ее вращением в постоянном магнитном поле, создаваемом практически без энергетических потерь сверхпроводниками, в результате чего КПД данной системы становится доминирующим (первоочередным) по отношению к КПД электродвигателя, вращающего цилиндрическую заготовку. С внедрением этого метода общий КПД нагревательной установки может достигать 90 % [2, 7].

При вращении заготовки с постоянной скоростью в направленном перпендикулярно оси ее вращения постоянном магнитном поле, магнитный поток изменяется по синусоидальному закону, в результате чего и производится нагрев изделия индуцируемыми вихревыми токами.

Для обеспечения охлаждения и выдержки сверхпроводящей катушки при низкой температуре ее размещают в криостате, поддерживая рабочий объем при низкой температуре за счет постороннего источника холода, в качестве которого используют жидкие газы с низкими температурами конденсации (азот, водород, гелий и др.).

Моделированию процесса индукционного нагрева описанной выше инновационной энергосберегающей технологии, включающей взаимосвязанное решение электромагнитной и тепловой задач, посвящено множество публикаций [1–4]. В них приводятся результаты решения задач нагрева заготовок с учетом и без учета ограничений на максимально допустимую температуру в процессе нагрева. Однако проблеме моделирования полей возникающих в этих заготовках деформаций и напряжений либо вовсе не уделяется внимание, либо она рассматривается не в полной мере.

Решение двумерных прочностных задач принято формулировать для плосконапряженного и плоскодеформированного состояний, а также в осесимметричной постановке. При моделировании поперечного сечения заготовки рассматриваются только плосконапряженное и плоскодеформированное состояния. Плоская деформация рассматривается для случая, когда заготовка жестко закреплена с торцов, и осевое перемещение отсутствует полностью, что приводит к значительным осевым механическим напряжениям. При этом возникают трудности при оценке эквивалентных по Мизесу напряжений, т. к. эта механическая составляющая имеет место даже при равномерном распределении температуры как по радиусу, так и по оси заготовки.

В дальнейшем будем рассматривать плоское напряженное состояние, т. к. прикладной программный пакет ANSYS не позволяет использовать обобщенное условие плоской деформации, которое в свою очередь позволяет исключить описанное выше влияние результирующей осевой силы при равномерном нагреве.

Плоское напряженное состояние при рассмотрении двумерного температурного поля (в плоскости  $xOy$ )  $\theta(x, y, t)$  имеет место в цилиндрическом фрагменте заготовки (рис. 1).

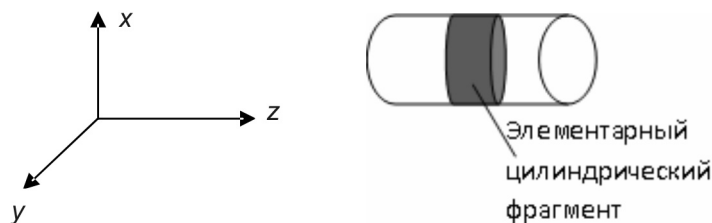


Рис. 1. Цилиндрический фрагмент заготовки

Без существенной погрешности можно считать, что каждое сечение данного цилиндрического фрагмента, параллельное плоскости  $xOy$ , свободно от напряжений  $\sigma_z, \sigma_{xz}, \sigma_{yz}$ :

$$\sigma_z = \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0,$$

а напряжения  $\sigma_x, \sigma_y$  постоянны по толщине пластины. Именно поэтому в дальнейшем решается задача для плоского напряженного состояния.

Соответствующие деформации  $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \varepsilon_{xy}$  определяются выражениями [5]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu\sigma_y) + \alpha\theta, \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu\sigma_x) + \alpha\theta, \\ \varepsilon_{xy} &= \frac{1+\nu}{E}\sigma_{xy}, \quad \varepsilon_z = -\frac{\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y) + \alpha\theta, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $E$  – модуль упругости (Юнга);  $\nu$  – коэффициент Пуассона;  $\alpha$  – коэффициент линейного температурного расширения;  $\theta$  – температурное поле в заготовке.

Следовательно, общая постановка плоской задачи термоупругости в декартовых координатах заключается в определении восьми функций: напряжений  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy}$ , деформаций  $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_{xy}$ , перемещений  $u_x, u_y$ , удовлетворяющих при отсутствии объемных сил двум уравнениям равновесия [5]:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = 0, \quad (2)$$

трем первым соотношениям из (1) между деформациями и напряжениями и трем соотношениям между деформациями и перемещениями [5]:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u_x}{\partial x}, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial u_y}{\partial y}, \quad \varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right). \quad (3)$$

Для моделирования температурного поля при решении системы (1)–(3) использовалась двумерная численная электромагнитно-тепловая модель, описанная в [4] и дополненная модулем расчета прочностных характеристик (рис. 2). Для учета механических свойств материала были заданы: модуль упругости (модуль Юнга), коэффициент Пуассона, плотность материала. Так как коэффициент Пуассона и плотность материала при изменении температуры меняются незначительно по сравнению с изменением модуля упругости, их значения были приняты постоянными, а для модуля упругости учитывалась его зависимость от температуры.

### Решение задачи моделирования

В результате решения электромагнитно-тепловой задачи получено поле температур в поперечном сечении заготовки, после чего значения температур в каждом узле сетки конечно-

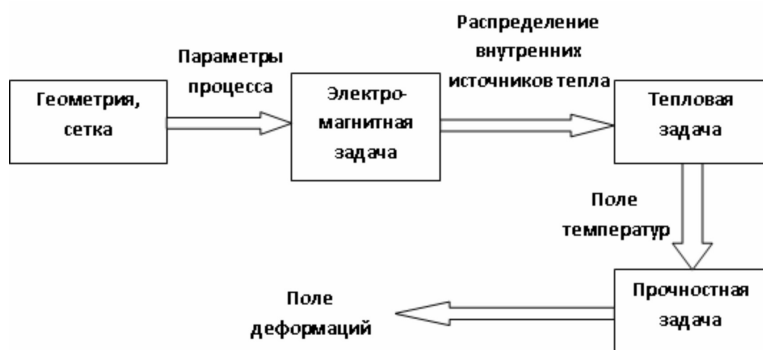


Рис. 2. Блок-схема решения взаимосвязанной электромагнитно-тепловой задачи и задачи термоупругости

элементной модели были переписаны в соответствующие узлы сетки прочностной модели процесса нагрева, служащие исходными данными для расчета заготовки на прочность. Для простоты переноса температуры из тепловой задачи в прочностную использовалось одинаковое разбиение модели на конечные элементы, что позволило перенести температуру «из узла в узел».

В результате решения прочностной задачи на

выходе модели получили поля упругих деформаций, некоторые из них приведены на рис. 3. Следует отметить, что на рисунке приведен предел текучести алюминия при 20 °С, при этом температура нагрева составляла 500 °С, радиус заготовки 0,175 м.

Полученные результаты показали, что в процессе индукционного нагрева алюминиевых заготовок в них возникают недопустимые с точки

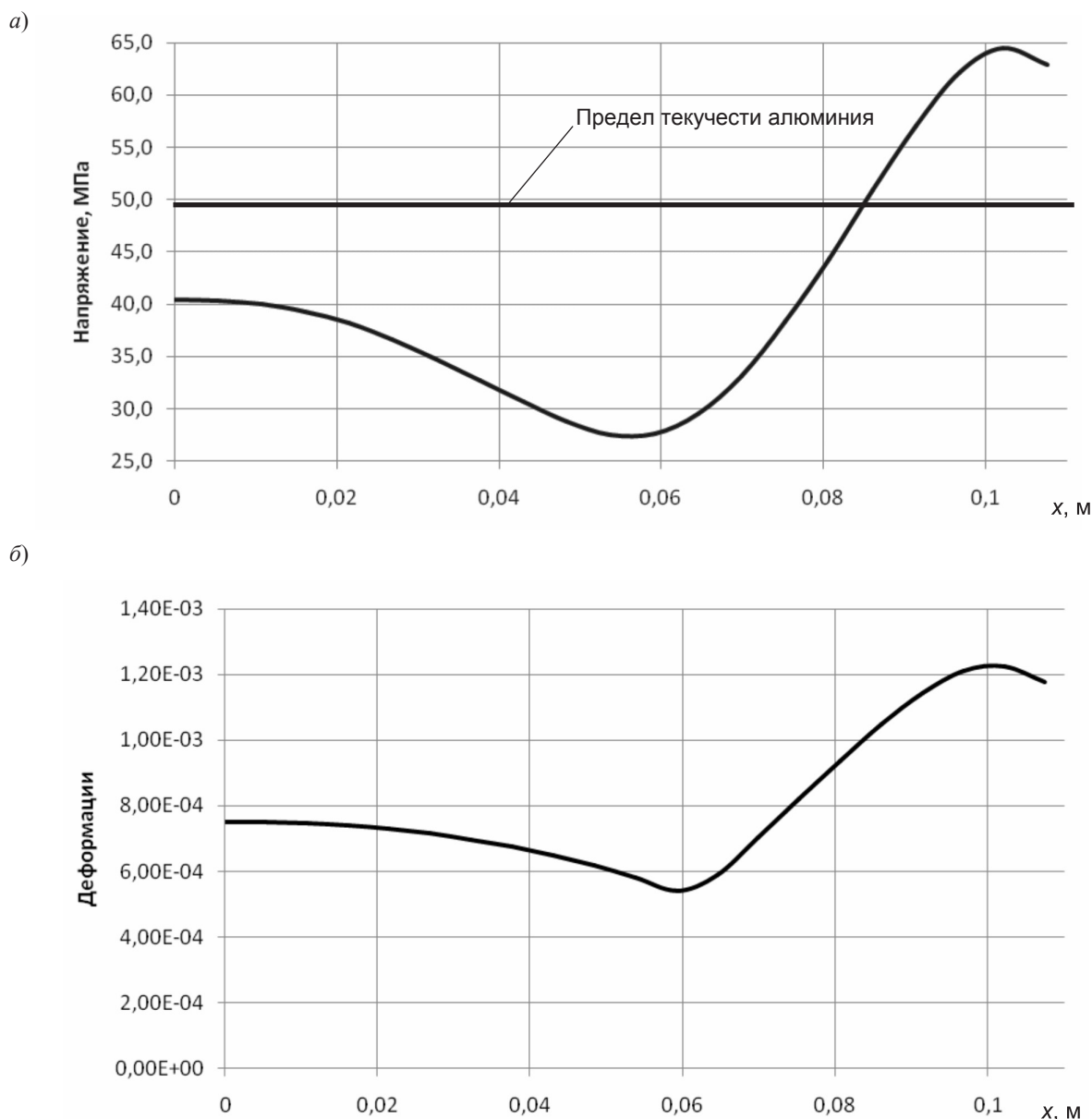


Рис. 3. Результаты моделирования полей напряжений и полей упругих деформаций алюминиевых заготовок в конце процесса индукционного нагрева:

а – распределение эквивалентных по Мизесу напряжений по радиусу заготовки в конце процесса нагрева при разнице температур между поверхностью и центром 82 °С; б – распределение эквивалентных по Мизесу упругих деформаций по радиусу заготовки в конце процесса нагрева при разнице температур между поверхностью и центром 82 °С

зрения технологии пластические деформации, которые могут привести к появлению остаточных напряжений и различного рода брака в заготовке. В частности, происходит превышение напряжения допустимого значения предела упругости на 15 МПа при значении деформации  $\varepsilon \approx 0,001$ . Таким образом, можно получить численно-эмпирическое значение предельного уровня упругих деформаций, при превышении которого напряжения превышают предел упругости.

Полученная модель может использоваться в дальнейшем для формулировки и решения задачи оптимального управления процессом индук-

ционного нагрева алюминиевых заготовок, вращающихся в магнитном поле постоянного тока, с учетом технологических ограничений не только на максимально допустимую температуру, но и на такие важные параметры, как прочностные свойства материала.

С ее помощью можно оценивать трудноизмеримые с практической точки зрения величины, такие, как возникающие упругие деформации и напряжения в заготовке. Для уточнения модели в дальнейшем планируется решить задачу упруго-пластических деформаций и напряжений.

Работа выполнена при поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Коршиков, С.Е. Моделирование полей температур и термонапряжений в процессе нагрева алюминиевых заготовок, вращающихся в магнитном поле постоянного тока [Текст] / С.Е. Коршиков, Н.В. Заикина, Г.С. Рыбалко // Тр. конф. молодых ученых: Вып. 4. Математ. моделирование и ПО. –СПб.: СПбГУИТМО, 2009. –С. 127–132.
2. Труды междунар. симп. Heating by electromagnetic sources HES-07. –Padua, Italy, 19–22 Июня, 2007.
3. Заикина, Н.В. Моделирование и управление температурными полями в процессе индукционного нагрева заготовок, вращающихся в магнитном поле постоянного тока [Текст] / Н.В. Заикина, Ю.Э. Плешивцева // Вестник Самарского гос. техн. ун-та. Сер. Технические науки. –2009. –№ 3 (25). –С. 215–223.
4. Коршиков, С.Е. Моделирование и параметри-

ческое исследование энергосберегающей технологии индукционного нагрева алюминиевых заготовок, вращающихся в магнитном поле постоянного тока [Текст] / С.Е. Коршиков // Актуальные вопросы развития современной науки, техники и технологий. Матер. II Всерос. науч.-практич. (заочной) конф. –М.: Изд.-полиграф. комплекс НИИРРР, 2010 –С.70–73.

5. Тимошенко, С.П. Теория упругости [Текст] / С.П. Тимошенко, Дж. Гудьер; Пер. с англ.; Под ред. Г.С. Шапиро. –2-е изд. –М.: Наука. Гл. ред. физматлит, 1979. –560 с.

6. [Электронный ресурс] / Режим доступа: <http://www.ansys.com>

7. Magnusson, N. Prospects for rotating billet superconducting induction heating [Text] / N. Magnusson // Proc. of the International Symp. on Heating by Electromagnetic Sources. – Padua, 2007. –P. 479–486.

УДК 004.021

Л.М. Яковис, С.А. Герок

### СИСТЕМНЫЙ ПОДХОД К ПРОЕКТИРОВАНИЮ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ КОМПЛЕКСОВ (НА ПРИМЕРЕ УПРАВЛЯЕМЫХ ПРОЦЕССОВ ПРИГОТОВЛЕНИЯ МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ СМЕСЕЙ)

Технологические комплексы (ТК) непрерывных производств представляют собой системы, перерабатывающие потоки ряда исходных материалов в материальные потоки готовой продукции. Составляющими этих систем являются различные технологические операции,

разделенные «развязывающими» их буферными емкостями. Управляющими воздействиями служат интенсивности входных и промежуточных материальных потоков, а также режимные параметры отдельных технологических операций [1, 2].





Автоматизированный технологический комплекс (АТК) представляет собой совокупность технологической и управляющей систем. Традиционная схема проектирования АТК предусматривает последовательную разработку этих двух составляющих. При этом нередко технологи не учитывают возможности систем автоматизации, с одной стороны, и требования, выполнение которых обеспечит эффективность автоматизации, с другой стороны. В свою очередь, «автоматчики» вынуждены создавать систему автоматизации как некий «довесок» к технологическому процессу, который, в принципе, может функционировать и без такой системы. В целом подобная последовательная схема разработки АТК приводит к неоптимальным решениям как в части технологических структур и оборудования, так и в части автоматизированного контроля и управления. Новая альтернативная схема создания АТК предусматривает комплексную разработку технологической и информационно-управленческой структур.

Необходимость системного проектирования АТК все более осознается разработчиками как технологии, так и автоматизации [3], однако создание методологии такого подхода находится в начальной стадии. Одна из первых работ в области совместной оптимизации динамических операторов объекта и регулятора – статья [4]. Она, однако, в силу сложности предлагаемых расчетных процедур имеет, главным образом, теоретическое значение. В [5, 6] рассматриваются задачи выбора объемов буферных емкостей с учетом возможностей оперативного управления работой и ремонтным обслуживанием оборудования. В [7] изучаются задачи статической многокритериальной оптимизации, возникающие при проектировании химико-технологических процессов с учетом возможностей выбора режимных параметров в ходе эксплуатации технологического объекта.

Вместе с тем остается «неохваченным» широкий класс технологических процессов, для которых на стадии проектирования технологии важно учитывать эффекты управления, обеспечивающего как бесперебойную работу в оптимальном режиме, так и соблюдение жестких требований к качеству продукции. В предлагаемой работе предпринята попытка дать общую постановку и наметить схему решения задач системного проектирования АТК с учетом требований к количе-

ству и качеству продукции.

**Постановка задачи.** Общий смысл задачи состоит в том, чтобы из множества возможных вариантов АТК выбрать такой, который гарантирует заданные количественные и качественные показатели выпускаемой продукции, обеспечивая максимальный экономический эффект. Дадим формализованную постановку задачи совместного проектирования ТК и АСУ, для чего введем следующие обозначения:

$w \in W$  – вектор варьируемых параметров комплекса технических средств (КТС), определяющий топологию технологической схемы, тип и характеристики оборудования, тип и вместимость буферных емкостей, тип и точность дозаторов и приборов контроля характеристик материалов и т. д.;

$v \in V(w)$  – вектор параметров алгоритма управления, определяющий способ оптимизации режима ТП, тип и характеристики законов регулирования материальных потоков, дискретность управления и т. д.;

$Q(w, v)$  – вектор, определяющий производительность АТК по различным сортам продукции за плановый период, например, за год;

$\alpha(w, v)$  – вектор, определяющий текущие значения показателей качества продукции;

$C$  – вектор, определяющий прибыльность единицы продукции разных сортов;

$S(w, v)$  – проектная стоимость АТК;

$E$  – коэффициент экономической эффективности капитальных затрат.

Тогда наиболее эффективным можно считать вариант АТК, задаваемый парой  $w^*, v^*$ , которая дает решение задачи максимизации того или иного экономического показателя, например:

$$J(w, v) = C^T Q(w, v) - ES(w, v). \quad (1)$$

Будем полагать, что показатели качества продукции  $\alpha(w, v)$  должны находиться в диапазоне от  $\alpha^{\min}$  до  $\alpha^{\max}$ , в то время как расчетная производительность АТК  $Q(w, v)$  должна быть в пределах от  $Q^{\min}$  до  $Q^{\max}$ . Тогда приходим к задаче

$$\max_{w, v} \left\{ J(w, v) \left| \begin{array}{l} Q^{\min} \leq Q(w, v) \leq Q^{\max}, \\ \alpha^{\min} \leq \alpha(w, v) \leq \alpha^{\max}, \\ w \in W, v \in V(w). \end{array} \right. \right\} \quad (2)$$

Необходимо отметить, что сформулированная задача носит сугубо детерминированный характер, в то время как реальное назначение системы

управления состоит в подавлении непредсказуемых возмущающих воздействий. В этой связи введем в рассмотрение вектор параметров возмущений  $z \in Z(w)$ , определяющий вероятностные характеристики неуправляемых воздействий на количественные и качественные показатели продукции. Возмущения вызваны вариациями свойств вовлекаемых в производство материалов, погрешностями реализации управляющих воз-

действий, неточностью используемых при расчетах моделей и т. д.

Поскольку возмущения носят случайный характер, то имеет смысл максимизация лишь среднего значения целевой функции при условии достаточно высокой вероятности соблюдения допусков по количеству и качеству продукции. При этом задача (2) может быть переформулирована в виде [8]:

$$\max_{w,v} \left\{ \bar{J}(w,v) \left| \begin{array}{l} Q^{\min} + \rho_Q \sigma_Q(w,v) \leq \bar{Q}(w,v) \leq Q^{\max} - \rho_Q \sigma_Q(w,v), \\ \alpha^{\min} + \rho_\alpha \sigma_\alpha(w,v) \leq \bar{\alpha}(w,v) \leq \alpha^{\max} - \rho_\alpha \sigma_\alpha(w,v), \\ w \in W, v \in V(w), \end{array} \right. \right\} \quad (3)$$

где верхняя черта обозначает математическое ожидание соответствующей величины;  $\sigma_Q$  и  $\sigma_\alpha$  – среднеквадратические отклонения соответствующих переменных от расчетных значений  $\bar{Q}$  и  $\bar{\alpha}$ , вызванные действием случайных возмущений (их свойства определяются вектором  $z$ );  $\rho_Q$  и  $\rho_\alpha$  – константы, зависящие от типа распределения возмущений и допустимого риска нарушения ограничений (на практике применяются значения 2 или 3, соответствующие правилам «двух или трех сигм»).

**Схема решения.** Рассмотрим далее некоторые варианты упрощения сформулированной задачи. Учтем, что обычно управляющие воздействия удастся разделить на две группы, одна из которых, задаваемая вектором  $v_q$ , «отвечает», главным образом, за производи-

тельность (управление направлением движения материальных потоков и интенсивностью потоков, направляемых в технологические агрегаты), а другая, задаваемая  $v_\alpha$ , – за качество (управление пропорциями различных материалов и такими режимными параметрами ТП, как температура, давление и т. д.). С учетом сделанных допущений может быть предложена следующая схема приближенной декомпозиции задачи (3).

На первом этапе для каждого допустимого варианта КТС  $w \in W$  рассчитываются параметры приближенно оптимального алгоритма управления производительностью  $v_q^*(w) \in V_q(w)$ , причем параметры управления, «отвечающего» за качество, фиксируются на некотором среднем уровне  $\tilde{v}_\alpha(w) \in V_\alpha(w)$ :

$$v_q^*(w) = \arg \max_{v_q} \left\{ \bar{J}(w, v_q, \tilde{v}_\alpha(w)) \left| \begin{array}{l} Q^{\min} + \rho_Q \sigma_Q(w, v_q, \tilde{v}_\alpha(w)) \leq \bar{Q}(w, v_q, \tilde{v}_\alpha(w)) \leq \\ Q^{\max} - \rho_Q \sigma_Q(w, v_q, \tilde{v}_\alpha(w)), \\ w \in W, v_q \in V_q(w). \end{array} \right. \right\} \quad (4)$$

Аналогичная задача решается для системы управления показателями качества продукции. При

этом для каждого  $w \in W$  определяются параметры субоптимального алгоритма управления качеством:

$$v_\alpha^*(w) = \arg \max_{v_\alpha} \left\{ \bar{J}(w, \tilde{v}_q(w), v_\alpha) \left| \begin{array}{l} \alpha^{\min} + \rho_\alpha \sigma_\alpha(w, \tilde{v}_q(w), v_\alpha) \leq \bar{\alpha}(w, \tilde{v}_q(w), v_\alpha) \leq \\ \alpha^{\max} - \rho_\alpha \sigma_\alpha(w, \tilde{v}_q(w), v_\alpha), \\ w \in W, v_\alpha \in V_\alpha(w). \end{array} \right. \right\} \quad (5)$$

На втором этапе с учетом решенных задач (4) и (5) делается выбор наиболее рацио-

нальных в экономическом плане параметров КТС:

$$w^* = \arg \max_w \left\{ \bar{J}(w) \left| \begin{array}{l} Q^{\min} + \rho_Q \sigma_Q(w) \leq \bar{Q}(w) \leq Q^{\max} - \rho_Q \sigma_Q(w), \\ \alpha^{\min} + \rho_\alpha \sigma_\alpha(w) \leq \bar{\alpha}(w) \leq \alpha^{\max} - \rho_\alpha \sigma_\alpha(w), \\ w \in W, \end{array} \right. \right\} \quad (6)$$



где для сокращения записи обозначено

$$\bar{J}(w) = \bar{J}(w, v_q^*(w), v_\alpha^*(w)),$$

$$\bar{Q}(w) = \bar{Q}(w, v_q^*(w), v_\alpha^*(w)),$$

$$\bar{\alpha}(w) = \bar{\alpha}(w, v_q^*(w), v_\alpha^*(w)),$$

$$\sigma_\alpha(w) = \sigma_\alpha(w, v_q^*(w), v_\alpha^*(w)),$$

$$\sigma_q(w) = \sigma_q(w, v_q^*(w), v_\alpha^*(w)).$$

Таким образом, итоговое решение задачи (3) задается тройкой векторов  $w^*$ ,  $v_q^*(w^*)$ ,  $v_\alpha^*(w^*)$ .

Обычно типоразмеры КТС выбираются из ограниченного ряда, так что компоненты вектора  $w$  имеют ограниченное множество дискретных значений. При этом выбор оптимума  $w^*$  путем решения задачи (6) производится с использованием того или иного метода направленного перебора вариантов [9].

Что касается задач (4) и (5) оптимизации управления при фиксированном варианте КТС, то здесь может использоваться хорошо зарекомендовавшая себя на практике эвристическая схема двухуровневой системы, где на верхнем уровне оптимизируется режим ТП, а на нижнем производится его стабилизация в окрестности «спущенного сверху» режимного задания в условиях действия случайных возмущений [8].

Суть такой схемы управления заключается в следующем. Как уже говорилось, типичная черта многих непрерывных процессов – наличие существенных возмущений, обусловленных целым рядом факторов. Вследствие возмущений возникают отклонения количественных и качественных показателей продукции  $Q$  и  $\alpha$  от расчетных значений, что может приводить к нарушениям ограничений типа неравенств в (2). Чтобы предотвратить такие нарушения, приходится при решении задачи (2) отступать от первоначальных границ неравенств, что достигается согласно (3) соответствующим их ужесточением, тем большим, чем больше нестабильность показателей.

При использовании линейных или линеаризованных моделей производственных операций и экономических критериев типа (1) решение задачи (2) лежит на границах допустимых областей, а сужение этих границ ведет к уменьшению значения  $J(w^*, v^*)$ , что равносильно экономическим потерям. Отсюда ясна целесообразность снижения фигурирующих в (3) среднеквадратических отклонений.

Применительно к задаче (4) речь идет об оптимизации производительности агрегатов  $\bar{Q}$  и минимизации отклонений  $\sigma_Q$  от оптимальной производительности путем оперативного управления интенсивностью или (и) перераспределением материальных потоков. Оперативное управление материальными потоками позволяет уменьшить запасы в буферных емкостях, требуемые для обеспечения бесперебойной работы АТК, и благодаря учету этого эффекта на стадии проектирования можно уменьшить объемы закладываемых в проект буферных емкостей [5, 6]. Применительно к задаче (5) речь идет о выборе режимных параметров, «отвечающих» за оптимизацию показателей качества продукции  $\bar{\alpha}$  и о разработке системы регулирования «реального времени», минимизирующей отклонения  $\sigma_\alpha$  от заданий верхнего уровня путем компенсации случайных возмущений.

Эффективность систем стабилизации зависит от динамических характеристик объекта и управляющей им системы и может быть различной для разных вариантов АТК, определяемых парой  $w, v$ . Таким образом, учет динамики управляемых технологических операций и прогнозирование эффективности систем стабилизации режима этих операций на ранних стадиях проектирования АТК необходимы в тех многочисленных областях производства, где существенную роль играют разного рода возмущающие факторы, и где различные варианты ТК существенно влияют на динамику систем управления. Формализованная постановка и способы решения задачи двухуровневого управления ТП рассмотрены в [8, 10].

**Системное проектирование АТК при существенной нестабильности характеристик исходных материалов.** При значительных по амплитуде возмущениях или (и) весьма жестких технологических допусках на показатели качества производимой продукции центральной задачей системного проектирования АТК становится выбор наиболее экономичного варианта, снижающего влияние возмущений на качество продукции до допустимых пределов. В силу характерных для объектов управления непрерывными ТП инерционности и запаздывания системы регулирования «справляются» лишь с относительно низкочастотными возмущениями. Если этого оказывается недостаточно, чтобы «влезть» в технологические допуски по качеству продукции, то для подавления высокочастотных составляющих возмущений

приходится специальным образом формировать динамические показатели объекта управления.

На практике для этого используются разнообразные системы усреднения и гомогенизации. В сущности, эти системы представляют собой большие емкости с принудительным перемешиванием поступающих в них материалов. Они применяются в производстве агломерата, окатышей, в горно-обогатительном производстве, в производстве строительных материалов, в нефтепереработке и т. п., то есть там, где перерабатывается неоднородное по свойствам природное сырье. В силу дороговизны усреднительных агрегатов основные затраты при создании и эксплуатации АТК в перечисленных областях производства приходятся на КТС, т. е. определяются значением  $w$ . В таких условиях с позиций максимизации  $\bar{J}$  наиболее выгодно максимально увеличить диапазон допустимых вариаций выходных переменных за счет выбора режимных значений показателей качества продукции в центре технологических допусков:

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{2}(\alpha^{\min} + \alpha^{\max}). \quad (7)$$

**Проектирование смесительно-усреднительных АТК.** Рассмотрим в качестве практически важного приложения изложенной выше методики задачу проектирования смесительно-усреднительных АТК [11]. Во многих отраслях производства распространены процессы получения материалов с заданными стабильными показателями путем смешивания ряда исходных материалов с различными и изменяющимися во времени свойствами.

Указанная цель достигается как за счет целенаправленного управления интенсивностями потоков смешиваемых материалов, так и за счет сглаживания случайных возмущений при принудительном усреднении каждого из компонентов и (или) приготовляемой смеси в оборудованных системами усреднения буферных емкостях. Типичная схема приготовления смеси включает последовательность непрерывных технологических операций усреднения исходных материалов, их дозирования в смеситель и окончательного усреднения полученной смеси.

При этом ограничения на допустимые вариации показателей качества продукции преобразуются к виду

$$\sigma_{\alpha} \leq \frac{\alpha^{\max} - \alpha^{\min}}{2\rho_{\alpha}}. \quad (8)$$

В свою очередь задача управления ТП рассматриваемого типа может быть формализована в форме минимизации среднеквадратического показателя стабильности выходных переменных:

$$v_{\alpha}^*(w) = \arg \min_{v_{\alpha}} \{ \sigma_{\alpha}^T(w, \tilde{v}_q(w), v_{\alpha}) \times \\ \times G \sigma_{\alpha}(w, \tilde{v}_q(w), v_{\alpha}) \mid w \in W, v_{\alpha} \in V_{\alpha}(w) \}, \quad (9)$$

где  $G$  – диагональная матрица, элементы которой определяют значимость различных показателей качества (они могут быть, например, обратно пропорциональны квадратам соответствующих технологических допусков).

Задача оптимизации параметров КТС, наиболее экономичным образом обеспечивающих требуемое качество продукции, принимает в рассматриваемом варианте вид

$$w^* = \arg \max_w \left\{ \bar{J}(w) \mid \sigma_{\alpha}(w) = \sigma_{\alpha}(w, v_q^*(w), v_{\alpha}^*(w)) \leq \frac{\alpha^{\max} - \alpha^{\min}}{2\rho_{\alpha}}, \right. \\ \left. w \in W. \right\} \quad (10)$$

Важная составная часть проблемы системного проектирования технологических схем смесеприготовления – задача выбора оптимальных объемов усреднительных емкостей, обеспечивающих производство кондиционной смеси при наименьших затратах. Такой выбор должен осуществляться с учетом возможностей АСУ приготовлением смесей и исходить из условия минимизации суммарных затрат на создание и эксплуатацию усреднительных сооружений.

**Динамическая модель управляемого процесса смесеприготовления.** Основу рассматриваемых расчетных методов составляет динамическая модель процесса смесеприготовления, базирующаяся на соотношениях материального баланса [11]:

$$\alpha(t) = F[\beta_y(t)]; \quad (11)$$

$$\beta_y(t) = \int_0^t h_y(\theta, t) \beta_c(t - \tau_y - \theta) d\theta; \quad (12)$$

$$\beta_c(t) = \int_0^t h_c(\theta, t) \beta_d(t - \tau_c - \theta) d\theta; \quad (13)$$

$$\beta_d(t) = \sum_{j=1}^m \beta_j(t) q_j(t) / \sum_{j=1}^m q_j(t); \quad (14)$$

$$\beta_j(t) = \int_0^t h_j(\theta, t) \beta_{uj}(t - \tau_j - \theta) d\theta; \quad (15)$$

$$\beta_{uj}(t) = \bar{\beta}_j + \Delta\beta_{uj}(t). \quad (16)$$

Здесь  $\alpha(t)$  – вектор текущих значений показателей качества готовой смеси;  $\beta(t)$ ,  $\beta_c(t)$  и  $\beta_d(t)$  – векторы текущих значений показателей состава смеси на выходе усреднительной емкости, смесителя и дозирочного блока соответственно;  $\beta_{uj}(t)$  и  $\beta_j(t)$  – векторы текущих значений показателей состава  $j$ -го из  $m$  компонентов на входе и выходе агрегата предварительного усреднения;  $q_j(t)$  – текущее значение массового расхода  $j$ -го компонента на выходе соответствующего дозатора;  $\Delta\beta_{uj}(t)$  – текущие отклонения состава  $j$ -го компонента от среднестатистического значения  $\bar{\beta}_j$ ;  $h_j$ ,  $h_c$ ,  $h_y$  и  $\tau_j$ ,  $\tau_c$ ,  $\tau_y$  – весовые функции и транспортные запаздывания, определяющие динамические модели участков предварительного усреднения, смешивания (возможно с совместной переработкой – например, с измельчением) и окончательного усреднения (или гомогенизации, если речь идет о жидких либо тонкодисперсных средах).

Стабилизация выходных переменных  $\alpha(t)$  в окрестности задания (7) осуществляется путем целенаправленной корректировки расходов смешиваемых материалов  $q_j(t)$  на основе зашумленных случайными помехами  $g_j$  измерений состава

$$\tilde{\beta}_j(kT_{uj}) = \beta_j(kT_{uj} - \tau_{uj}) + g_j(kT_{uj} - \tau_{uj}), \quad (17)$$

$$j = \overline{0, m}, \quad k = 1, 2, \dots,$$

где для единообразия записи введено обозначение  $\beta_0(t) = \beta_c(t)$ ,  $T_{uj}$  и  $\tau_{uj}$  – соответственно цикличность и длительность определения состава в  $j$ -й точке контроля.

Управляющие воздействия  $q_{pj}(t)$  реализуются со случайной погрешностью  $\Delta q_j(t)$ , так что

$$q_j(t) = q_{pj}(t) + \Delta q_j(t), \quad j = \overline{1, m}. \quad (18)$$

Нелинейная зависимость показателей качества смеси от ее состава (11) может иметь различный вид в конкретных прикладных задачах, однако чаще всего используются так называемые *модульные характеристики*

$$\alpha_l(t) = \frac{a_l^T \beta_y(t)}{b_l^T \beta_y(t)}, \quad l = 1, 2, \dots, L,$$

где  $a_l$  и  $b_l$  – заданные векторные константы.

Простейший тип динамических моделей смесительных и усреднительных систем задается инерционными звеньями первого порядка. Для этого варианта фигурирующие в (12), (13) и (15) весовые функции принимают вид

$$h_y(\theta) = e^{-\theta/T_y} / T_y, \quad h_c(\theta) = e^{-\theta/T_c} / T_c,$$

$$h_j(\theta) = e^{-\theta/T_j} / T_j,$$

причем постоянные времени  $T_y$ ,  $T_c$  и  $T_j$  определяются типом и размерами соответствующих агрегатов. Блок-схема модели смесительно-усреднительного АТК приведена на рис. 1.

Необходимые для расчетов вероятностные характеристики случайных возмущений

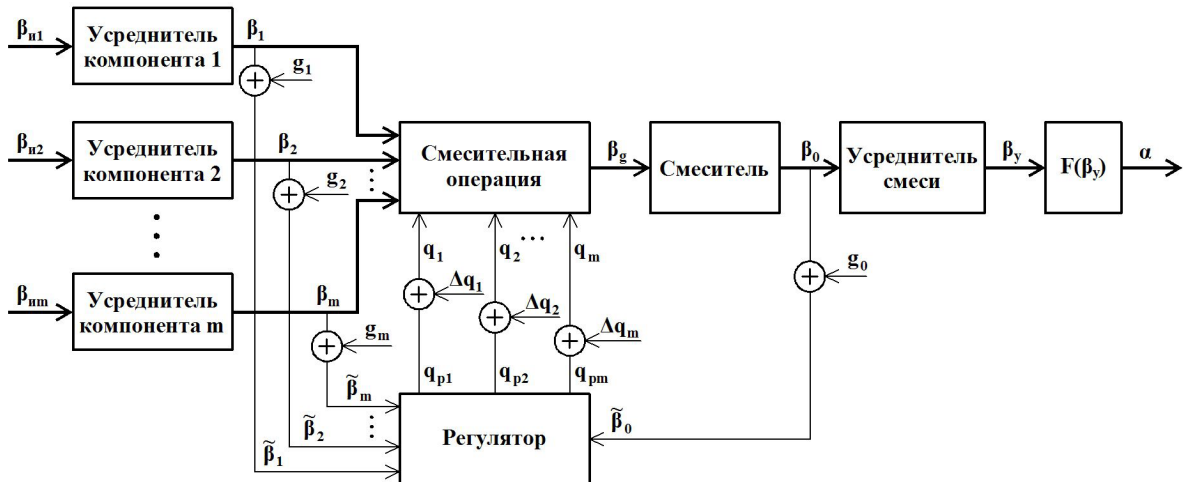


Рис. 1. Блок-схема модели смесительно-усреднительного АТК



определяются векторами СКО измерительных ошибок  $\sigma_{g_0}, \sigma_{g_1}, \dots, \sigma_{g_m}$ , а также корреляционными функциями погрешностей дозирования  $R_{\Delta q_1}(\theta), \dots, R_{\Delta q_m}(\theta)$  и матричными корреляционными функциями флуктуаций состава смешиваемых материалов  $R_{\beta_1}(\theta), \dots, R_{\beta_m}(\theta)$ . Учитывая прикладной характер расчетов на ранних стадиях проектирования АТК, допустимы простые аппроксимации вида

$$R_{\Delta q_j}(\theta) = D_{\Delta q_j} e^{-\gamma_{\Delta q_j} |\theta|} \text{ и } R_{\beta_j}(\theta) = D_{\beta_j} e^{-\gamma_{\beta_j} |\theta|},$$

где  $D_{\Delta q_j}$  и  $D_{\beta_j}$  обозначают дисперсию и корреляционную матрицу.

Перечисленные вероятностные характеристики оцениваются по паспортным данным соответствующих анализаторов состава и дозирующих устройств, а также по данным геологоразведки месторождений, откуда должны поступать смешиваемые материалы на проектируемый объект.

Системное проектирование смесительно-усреднительных АТК представляет собой частный случай общей схемы, определяемой соотношениями (9) и (10). В предположении, что все первоначально отобранные варианты обеспечивают требуемую производительность АТК, вектор вариантов КТС  $w$  может быть представлен совокупностью необходимых для расчетов параметров:

- смесительного и усреднительного оборудования  $\overline{S_0, S_m}; \overline{T_0, T_m}; \tau_0, \tau_m$ ;
- системы контроля и управления  $\overline{S_{n0}, S_{nm}}; \overline{T_{n0}, T_{nm}}; \tau_{n0}, \tau_{nm}$ ,

где  $S$  обозначает приведенные затраты на приобретение, установку и эксплуатацию соответствующего оборудования.

Вектор параметров алгоритма управления  $v_\alpha$  задается элементами передаточной матрицы многомерного линейного регулятора, формируемого с использованием линеаризации модели управляемого процесса (11)–(18) и предназначенного для стабилизации выходных переменных на заданном уровне (7). В духе системного подхода при синтезе закона регулирования учитывается не только динамика объекта, охваченного обратной связью, но и динамика предыдущих и последующего участков усреднения исходных материалов и смеси [11].

Вектор параметров случайных возмущений  $z$  задается вероятностными характеристиками:

- вариаций состава смешиваемых материалов  $\overline{R_{\beta_1}(\theta), R_{\beta_m}(\theta)}$ ;

- погрешностей дозирования  $\overline{R_{\Delta q_1}(\theta), R_{\Delta q_m}(\theta)}$ ;
- измерительных ошибок  $\sigma_{g_0}, \sigma_{g_m}$ .

Согласно общей схеме для каждого первоначально отобранного для анализа набора параметров КТС АТК  $w$  необходимо дать расчетную оценку достижимой (с учетом управления) степени стабильности  $\sigma_\alpha(w)$  и, сравнив ее с предельным значением (8), выяснить, допустим ли данный вариант. Наконец, среди всех принципиально пригодных вариантов КТС следует выбрать наиболее экономичный по затратам.

### Опыт системного проектирования АТК.

Рассмотренная выше расчетная схема применена для анализа и оптимизации вариантов АТК сырьевых переделов цементных заводов [11]. Цементная сырьевая смесь готовится из поступающих с карьеров карбонатного (известняк, мел, мергель) и алюминатного (глина) сырьевых материалов с добавлением железосодержащих отходов металлургического производства. Обычно общее число смешиваемых материалов  $m$  составляет 3 или 4. В качестве четырех основных характеристик химического состава  $\beta$  используются процентные концентрации оксидов кальция, кремния, алюминия и железа. В роли систем предварительного усреднения выступают штабельные усреднительные склады, а в роли систем окончательного усреднения смеси – гомогенизационные силосы. Смешивание сырьевых материалов осуществляется в работающих на проход сырьевых мельницах.

Наиболее сложной стадией системного проектирования АТК является количественная оценка достижимой степени стабильности показателей продукции  $\sigma_\alpha(w)$  для различных вариантов КТС  $w$ . Для многомерных стохастических динамических объектов с запаздыванием, содержащих нелинейные зависимости между переменными (а именно к таким объектам приводят соотношения (11)–(18), описывающие управляемые процессы смесеприготовления), «формульный» анализ поведения замкнутой системы управления по данным распределенного дискретного контроля крайне сложен. Наиболее практичный способ исследования таких систем – имитационное моделирование на компьютере.

Для создания имитационных моделей динамических систем, включающих объект с действующими на него возмущениями, регулятор и разнообразные средства анализа результатов моделирования, разработаны мощные программные системы. Реализованные в них принципы

визуального программирования позволяют пользователю в типичных ситуациях не иметь дела с формированием программного кода, собирая «экспериментальную установку» из требуемых блоков путем их соединения на экране монитора средствами графики. Имитационная модель смесительно-усреднительного АТК цементного производства разработана на основе универсальной программной среды Matlab-Simulink [12]. Имея блочную структуру, она, в целом, соответствует математическому описанию (11)–(18). Случайные возмущения генерируются с помощью датчиков случайных чисел. Для обеспечения требуемых амплитудных и динамических характеристик случайных сигналов применяются соответствующим образом рассчитанные формирующие фильтры.

Разработанная имитационная модель применяется при проектировании одного из строящихся цементных заводов. Проектная производительность сырьевого передела составляет 400 т/ч. За основу были взяты проектные предложения известной зарубежной фирмы, однако по предложению заказчика прорабатывались многочисленные другие варианты.

Предложенная потенциальным исполнителем схема имеет следующие особенности: предусмо-

трены индивидуальные усреднительные склады для основных компонентов смеси – мела и глины; предусмотрено высокоточное весовое дозирование материалов в установку помола; не предусмотрены гомогенизационные силосы сырьевой муки на выходе установки помола.

Технологическая схема должна быть оснащена АСУТП смесеприготовления, осуществляющей стабилизацию на заданном уровне трех модульных характеристик ( $L = 3$ ). Схема контроля химического состава смеси подразумевает использование дискретного рентгеноспектрального анализатора (РСА) с частотой анализа усредненных (накопительных) проб раз в час.

В ходе расчетов наряду с основным вариантом АТК рассматривался ряд других вариантов, отличающихся числом сырьевых компонентов (3 или 4); типами и количеством применяемых усреднительных сооружений сырьевых материалов и смеси (схемы без предварительного усреднения мела и (или) глины, схемы с различными по объему гомогенизационными силосами смеси); типами и точностью дозирования материалов (точные весовые дозаторы и менее дорогостоящие схемы с применением объемного (относительно неточного) дозирования всех смешиваемых материалов); типами и параметрами системы контроля

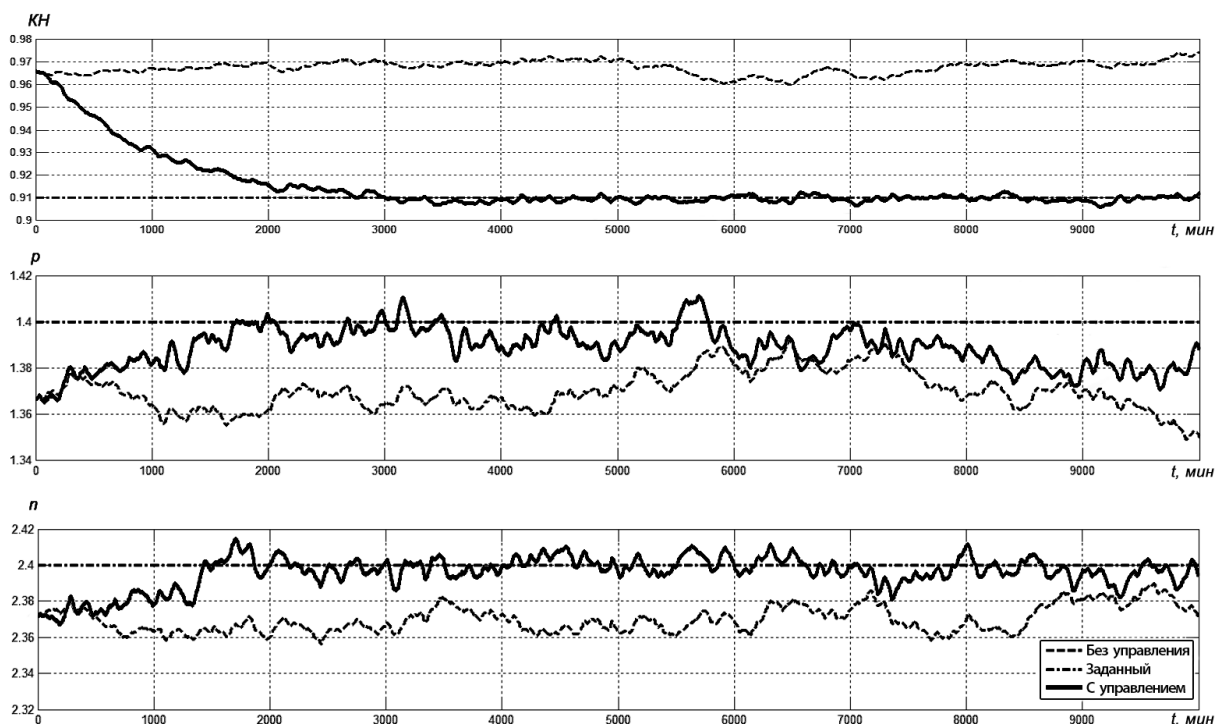


Рис. 2. Изменения трех модульных характеристик смеси в схемах с управлением и без

(схемы с различными по стоимости, частоте контроля и точности анализаторами химического состава).

На рис. 2 приведен типичный фрагмент данных моделирования – графики изменения во времени модульных характеристик в управляемой и неуправляемой схемах смесеприготовления, свидетельствующие об эффективности регулирования показателей качества смеси.

Всего в процессе автоматизированных расчетов проанализировано порядка 220 первоначально отобранных вариантов, из которых требованиям по стабильности модульных показателей удовлетворяют лишь порядка 150. Оказалось, в частности, что первоначальный базовый вариант КТС, предложенный инофирмой, гарантирует попадание в технологические допуски лишь при слишком оптимистических оценках усреднительной способности штабельных складов. Результаты расчетов с привлечением данных о суммарных затратах на реализацию допустимых вариантов были использованы экспертами-специалистами на дальнейших стадиях проектирования для выбора окончательного решения.

Следует отметить, что вместимость систем гомогенизации и усреднения для высокопроиз-

водительных технологических линий цементного производства составляет тысячи и десятки тысяч тонн, а их стоимость измеряется миллионами или десятками миллионов долларов. Отсюда должна быть ясна цена нерациональных решений при проектировании автоматизированных технологий данного и подобного типов.

В статье, применительно к автоматизированым технологическим комплексам непрерывных производств, предпринята попытка объединить «под одной крышей» традиционно «не пересекающиеся» проблемы разработки объекта управления и управляющей им системы. Выявлен экономический смысл такого совместного рассмотрения, и в общем виде показано, каким образом могут ставиться и решаться проблемы подобного рода. Реализация предлагаемой методики с использованием компьютерного имитационного моделирования рассмотрена применительно к смесительно-усреднительным АТК. На примере АТК сырьевых переделов цементных заводов пояснена особая актуальность системного проектирования для многотоннажных производств, связанных с переработкой неоднородного по свойствам природного сырья.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Первозванский, А.А.** Математические модели в управлении производством [Текст] / А.А. Первозванский. –М.: Наука, 1975. –616 с.
2. **Дудников, Е.Е.** Типовые задачи оперативного управления непрерывным производством [Текст] / Е.Е. Дудников, Ю.М. Цодиков. –М.: Энергия, 1979. –272 с.
3. **Головицына, М.В.** Интернет университет информационных технологий. Учебная программа «Автоматизированное проектирование промышленных изделий» [Электронный ресурс] / М.В. Головицына // 3.1. Системный подход к задаче автоматизированного проектирования технологического процесса. –Режим доступа: <http://www.intuit.ru/departments/hardware/autrpgi/3/>
4. **Солодовников, В.В.** Синтез САУ в допустимом множестве динамических характеристик объекта управления и управляющих подсистем [Текст] / В.В. Солодовников, В.И. Тумаркин // Техническая кибернетика. –1980. –№ 6. –С. 126–135.
5. **Первозванская, Т.Н.** Элементы теории управления запасами [Текст] / Т.Н. Первозванская, А.А. Первозванский. –Л.: ЛГУ, 1983. –108 с.
6. **Гельфанд, Я.Е.** Выбор размеров буферных емкостей в химико-технологических схемах с учетом стратегий управления ремонтами [Текст] / Я.Е. Гельфанд, Я.М. Лурье, Ю.П. Савицкий // Автоматика и телемеханика. –1980. –№ 1. –С. 138–145.
7. **Островский, Ю.М.** Многокритериальная оптимизация технологических процессов в условиях неопределенности [Текст] / Ю.М. Островский, Г.М. Волин // Автоматика и телемеханика. –2007. –№ 3. –С. 165–180.
8. **Яковис, Л.М.** Как сблизить теорию и практику управления технологическими процессами [Текст] / Л.М. Яковис // Сб. докл. IV Всерос. науч. конф. Управление и информационные технологии. –СПб., 10–12 окт. 2006. –С. 22–28.
9. **Первозванский, А.А.** Поиск [Текст] / А.А. Первозванский. –М.: Наука, 1970. –263 с.
10. **Yakovis, L.** Approximate solution for problem of dynamical optimization of process control [Электронный ресурс] / L. Yakovis // Proc. of 6th EUROMECH Nonlinear Dynamics Conf. –SPb, June 30–July 4, 2008.
11. **Яковис, Л.М.** Многокомпонентные смеси для строительства: Расчетные методы оптимизации состава [Текст] / Л.М. Яковис. –Л.: Стройиздат, 1988. –296 с.
12. Официальный сайт MathWorks [Электронный ресурс] / Режим доступа: <http://www.mathworks.com>

## МИКРОПРОГРАММНО-АППАРАТНОЕ ВОССТАНОВЛЕНИЕ ЛОГИКИ ПРОГРАММИРУЕМЫХ ЛОГИЧЕСКИХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ СХЕМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ФУНКЦИОНАЛЬНО-ПОЛНЫХ ТОЛЕРАНТНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

В современных системах управления космических аппаратов, вооружения и военной техники, АЭС и медицинских систем широко применяются программируемые логические интегральные схемы (ПЛИС). Аппаратура должна быть высоконадежной, в связи с этим появляется задача создания отказоустойчивых ПЛИС, поскольку нередко отсутствует возможность замены микросхемы [1].

Отказы, возникающие в ПЛИС, делят на функциональные и параметрические. К функциональным относят потерю информации в конфигурационной и пользовательской памяти, «залипание» информации в ячейках памяти, невозможность перезаписи, отказы внутренних блоков [2].

Логические блоки в настоящее время занимают не более 10 % кристалла, но методы «саморемонта» этих блоков пока ограничиваются процедурами замены отказавших ячеек резервными, т. к. это реализовано и для ячеек матрицы памяти. Однако в случае исчерпания резервов такие логические блоки не могут использоваться [3].

Предлагается программно-, точнее – микропрограммно-аппаратная реализация восстановления логики с использованием аппаратно адаптированного алгоритма ПЛА [4, 5]. При этом логические функции могут быть восстановлены за несколько тактов, что, конечно, снижает быстродействие, но создает возможность реализации ПЛИС хотя бы части алгоритмов, допускающих снижение производительности.

**Постановка задачи.** Рассмотрим биты констант – масок для алгоритма ПЛА [4, 5]. Константы хранятся в ПЗУ, и если ресурсы ПЛИС позволяют, возможно параллельное аппаратное

вычисление нескольких конъюнкций (максимальное быстродействие). В крайнем случае реализуется вычисление по отдельным конъюнкциям (минимальное быстродействие).

Основная маска ( $o$ ) выделяет путем поразрядной конъюнкции значащие биты во входном векторе, а дополнительная ( $d$ ) проверяет путем суммирования по модулю два значения этого значащего бита:

$$z_i = (x_i x_{io}) \oplus x_{id} = \overline{x_i x_{io} x_{id}} \vee x_i x_{io} \overline{x_{id}}. \quad (1)$$

Преобразуя для представления выражение (1) в ФПТ [6] базисе  $x_1 x_2 \vee x_3 x_4$ , получим:

$$z_i = \overline{x_i x_{io} x_{id}} \vee x_i x_{io} \overline{x_{id}}; \quad (2)$$

$$\overline{\overline{\overline{z_i}} = \overline{\overline{\overline{x_i x_{io} x_{id}} \vee x_i x_{io} \overline{x_{id}}}} = \overline{x_i x_{io} x_{id}} \vee x_i \vee x_{io} x_{id}. \quad (3)$$

Такое представление требует трех элементов  $x_1 x_2 \vee x_3 x_4$  при условии наличия парафазных входов, либо шести при отсутствии таковых (для получения инверсий  $x_i, x_{io}, x_{id}$ ) (рис. 1).

В принципе, необходима инверсия только  $x_i$ , разряды масок-констант  $x_{io}, x_{id}$  можно формировать сразу в инверсном виде.

Реализация в традиционном базисе 4 И-НЕ имеет вид:

$$z_i = \overline{x_i x_{id}} \vee \overline{x_{io} x_{id}} \vee \overline{x_i x_{io} x_{id}}; \quad (4)$$

$$\overline{\overline{\overline{z_i}} = \overline{\overline{\overline{x_i x_{id}} x_{io} x_{id} x_i x_{io} x_{id}}} = \overline{x_i x_{id} x_{io} x_{id} x_i x_{io} x_{id}}. \quad (5)$$

Такое представление требует четырех элементов 4И-НЕ при условии наличия парафазных входов, либо семи при отсутствии таковых (рис. 2).

В случае если по всем разрядам  $z_i$  данной конъюнкции заданной разрядности получены нули, то все соответствующие выходные функ-

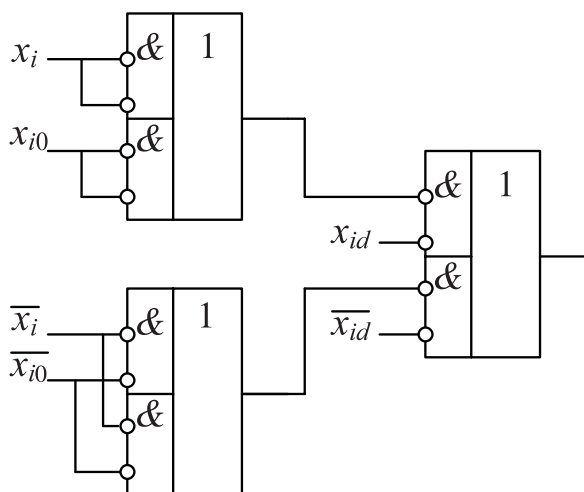


Рис. 1. Вычисление одного разряда  $x_i$  в базисе  $x_1 x_2 \vee x_3 x_4$

ции получают единицы, т. е. выходной вектор путем поразрядной дизъюнкции суммируется с маской  $z_o$  заданной разрядности.

**Экспериментальная часть.** Рассмотрим получение функции равенства данной конъюнкции единице. По всем разрядам  $z_i$  данной восьмиразрядной конъюнкции заданной разрядности получены нули:

$$z = \overline{z_1 z_2 z_3 z_4 z_5 z_6 z_7 z_8}. \quad (6)$$

Преобразуем это выражение, используя двойную инверсию, для реализации в ФПТ базисе  $x_1 x_2 \vee x_3 x_4$ :

$$z = \overline{\overline{z_1 z_2 z_3 z_4 z_5 z_6 z_7 z_8}}. \quad (7)$$

Преобразуем выражения под двойной инверсией, исключив нижнюю инверсию:

$$z = \overline{(z_1 z_2 z_3 z_4) \vee (z_5 z_6 z_7 z_8)}. \quad (8)$$

Введем еще четыре двойные инверсии:

$$z = \overline{\overline{(z_1 z_2 z_3 z_4)} \vee \overline{\overline{(z_5 z_6 z_7 z_8)}}}. \quad (9)$$

Преобразуем еще раз выражения под двойными инверсиями, исключив нижние инверсии:

$$z = (z_1 \vee z_2) \cdot (z_3 \vee z_4) \vee (z_5 \vee z_6) \cdot (z_7 \vee z_8). \quad (10)$$

С учетом инверсий на входах ФПТ элементов, получим:

$$z = \overline{\overline{(z_1 \vee z_2)} \cdot \overline{\overline{(z_3 \vee z_4)}} \vee \overline{\overline{(z_5 \vee z_6)}} \cdot \overline{\overline{(z_7 \vee z_8)}}}. \quad (11)$$

Таким образом, необходимо четыре элемента

для реализации четырех дизъюнкций

$$\overline{\overline{z_1 \vee z_2}}; \overline{\overline{z_3 \vee z_4}}; \overline{\overline{z_5 \vee z_6}}; \overline{\overline{z_7 \vee z_8}}. \quad (12)$$

Два элемента необходимы для реализации конъюнкций:

$$\overline{\overline{(z_1 \vee z_2)} \cdot \overline{\overline{(z_3 \vee z_4)}}}; \quad (13)$$

$$\overline{\overline{(z_5 \vee z_6)} \cdot \overline{\overline{(z_7 \vee z_8)}}}. \quad (14)$$

Седьмой элемент реализует дизъюнкцию, последний элемент выполняет верхнюю инверсию, итого восемь элементов, задержка – четыре элемента. Это без учета необходимости инверсирования  $z_i$ .

Рассмотрим реализацию в базисе 4И-НЕ:

$$z = \overline{\overline{z_1 z_2 z_3 z_4 z_5 z_6 z_7 z_8}}. \quad (15)$$

Вводя еще две двойных инверсии, получим:

$$z = \overline{\overline{\overline{z_1 z_2 z_3 z_4} \cdot \overline{\overline{z_5 z_6 z_7 z_8}}}}. \quad (16)$$

Без учета инверсий получаем шесть элементов против восьми элементов ФПТ, задержка одинакова: четыре элемента.

Это неплохое соотношение, практически новый закон. Таким образом, для реализации вычисления восьмиразрядной конъюнкции при наличии парафазных входов необходимо 32 против 38 (табл. 1).

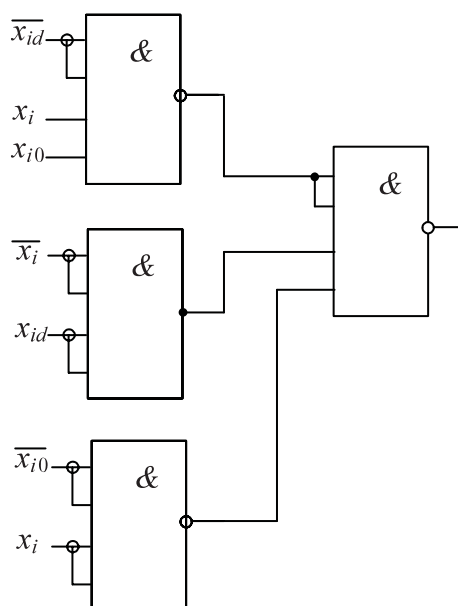


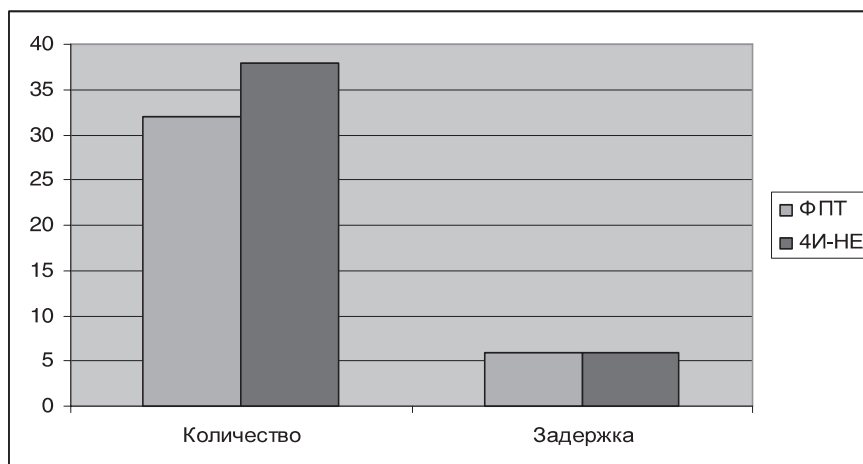
Рис. 2. Вычисление одного разряда  $x_i$  в базисе 4И-НЕ



Таблица 1

Сравнение ФПТ/4И-НЕ затрат на реализацию восьмиразрядной конъюнкции при наличии парафазных входов

| Количество ФПТ       | Задержка ФПТ | Количество 4И-НЕ     | Задержка 4И-НЕ |
|----------------------|--------------|----------------------|----------------|
| $8 \cdot 3 + 8 = 32$ | 6            | $8 \cdot 4 + 6 = 38$ | 6              |



Оценим затраты на реализацию двухбайтной конъюнкции. В этом случае при ФПТ реализации:

$$z = z_1 z_2 z_3 z_4 z_5 z_6 z_7 z_8 \cdot z_9 z_{10} z_{11} z_{12} z_{13} z_{14} z_{15} z_{16}. \quad (17)$$

Далее, выражение (17) может быть представлено в двух частях:

$$z_a = (z_1 \vee z_2) \cdot (z_3 \vee z_4) \vee (z_5 \vee z_6) \cdot (z_7 \vee z_8); \quad (18)$$

$$z_b = (z_1 \vee z_2) \cdot (z_3 \vee z_4) \vee (z_5 \vee z_6) \cdot (z_7 \vee z_8). \quad (19)$$

Тогда, поскольку (18) и (19) требуют по восемь элементов, для реализации выражения (17) необходимо  $8 + 8 = 16$  элементов плюс еще один элемент для реализации последней конъюнкции (16) – всего 17 элементов, задержка  $4 + 1 = 5$ .

Подсчитаем затраты на реализацию двухбайтной конъюнкции в базисе 4И-НЕ:

$$z = z_1 z_2 z_3 z_4 z_5 z_6 z_7 \dots z_{16}. \quad (20)$$

Далее получим:

$$z = z_1 z_2 z_3 z_4 \dots z_{13} z_{14} z_{15} z_{16}. \quad (21)$$

Необходимо 10 элементов 4И-НЕ, задержка четыре.

Для 4И-НЕ получаем выигрыш в быстродействии.

Рассуждая аналогично, можно получить оценки для 32-разрядной конъюнкции (табл. 2).

**Анализ полученных результатов.** С использованием мультиплексора на восемь переменных для реализации восьми функций потребуется  $127 \cdot 8 = 1016$  ФПТ элементов (это 8128 транзисторов!). Задержка равна семи [7].

Предлагаемая реализация потребует для  $n$  конъюнкций восемь переменных  $(31) \cdot n$  элементов блока конъюнкций БК и блоков значения конъюнкций + блоков функций БФ. Задержка также равна семи. При этом настроечных входов будет  $(8 + 8 + 8) \cdot n$ , где 8 – разрядность основной маски, дополнительной маски и маски функций протит 256.

Блоки функций (БФ) реализуют соответствующий разряд функции, если соответствующая конъюнкция равна единице. При этом один разряд выходной функции, например,  $z_{b1}$  равен:

$$z_{b1} = \bar{z}_1 z_{101} \vee \bar{z}_2 z_{102} \vee \dots \vee \bar{z}_8 z_{108}. \quad (22)$$

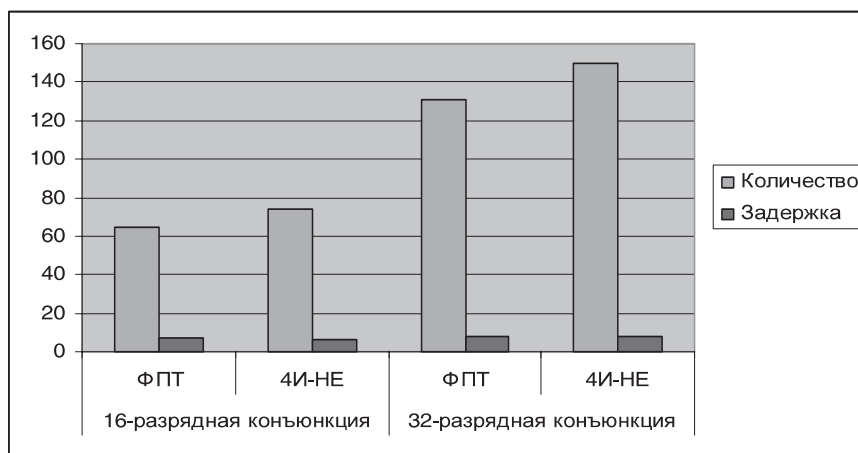
Блок вычисления систем логических функций по алгоритму ПЛА представлен на рис. 3.

Блок вычисления систем логических функций по алгоритму ПЛА настраивается константами  $x_o, x_d, z_o$  по числу конъюнкций  $n$ . То есть такие тройки констант  $x_o, x_d, z_o$  необходимы для каждой из  $n$  конъюнкций. Вычисления проводятся по заданному входному вектору  $\bar{X}$ .

Таблица 2

Сравнение ФПТ/4И-НЕ затрат на реализацию 16 и 32-разрядной конъюнкции при наличии парафазных входов

|                         | Количество ФПТ          | Задержка ФПТ | Количество 4И-НЕ        | Задержка 4И-НЕ |
|-------------------------|-------------------------|--------------|-------------------------|----------------|
| 16-разрядной конъюнкции | $16 \cdot 3 + 17 = 65$  | $2 + 5 = 7$  | $16 \cdot 4 + 10 = 74$  | $2 + 4 = 6$    |
| 32-разрядной конъюнкции | $32 \cdot 3 + 35 = 131$ | $2 + 6 = 8$  | $32 \cdot 4 + 22 = 150$ | $2 + 6 = 8$    |



Блоки конъюнкций БК совместно с блоками значений конъюнкций БЗК вычисляют значения конъюнкций. Если конъюнкция истинна, т. е. рав-

на единице, то в блоках функций БФ активируются разряды, соответствующие маске  $z_o$  для данной конъюнкции.

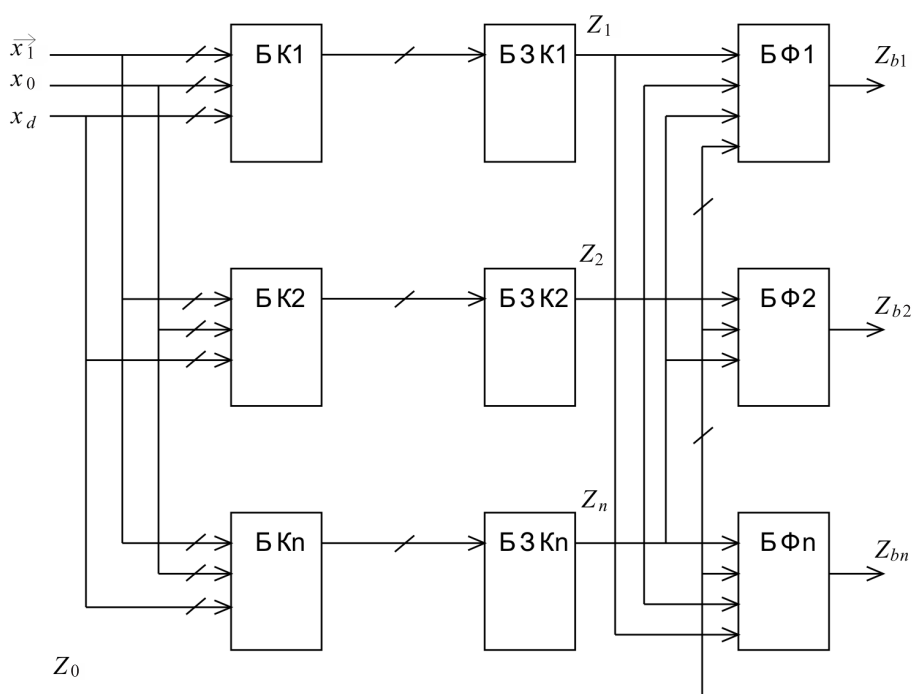


Рис. 3. Блок вычисления систем логических функций по алгоритму ПЛА

Оценим сложность реализации блоков функций БФ:

$$z_{bi} = \overline{z_1 z_{io1}} \vee \overline{z_2 z_{io2}} \vee \overline{z_3 z_{io3}} \vee \overline{z_4 z_{io4}} \vee \overline{z_5 z_{io5}} \vee \overline{z_6 z_{io6}} \vee \overline{z_7 z_{io7}} \vee \overline{z_8 z_{io8}}. \quad (23)$$

Преобразуем для представления в ФПТ базисе:

$$\overline{z_{bi}} = \overline{z_1 z_{io1} \vee z_2 z_{io2} \vee z_3 z_{io3} \vee z_4 z_{io4} \vee z_5 z_{io5} \vee z_6 z_{io6} \vee z_7 z_{io7} \vee z_8 z_{io8}} = 0. \quad (24)$$

Далее

$$z = (\overline{z_1 z_{io1} \vee z_2 z_{io2}})(\overline{z_3 z_{io3} \vee z_4 z_{io4}}) \vee (\overline{z_5 z_{io5} \vee z_6 z_{io6}})(\overline{z_7 z_{io7} \vee z_8 z_{io8}}) = 0. \quad (25)$$

Таким образом, необходимо четыре элемента для реализации четырех функций:

$$\overline{z_1 z_{io1}} \vee \overline{z_2 z_{io2}}; \overline{z_3 z_{io3}} \vee \overline{z_4 z_{io4}}; \overline{z_5 z_{io5}} \vee \overline{z_6 z_{io6}}; \overline{z_7 z_{io7}} \vee \overline{z_8 z_{io8}}. \quad (26)$$

Два элемента необходимо для реализации конъюнкций:

$$(\overline{z_1 z_{io1}} \vee \overline{z_2 z_{io2}})(\overline{z_3 z_{io3}} \vee \overline{z_4 z_{io4}}); \quad (27)$$

$$(\overline{z_5 z_{io5}} \vee \overline{z_6 z_{io6}})(\overline{z_7 z_{io7}} \vee \overline{z_8 z_{io8}}). \quad (28)$$

Последний, седьмой элемент реализует дизъюнкцию 25, итого семь элементов, задержка три элемента. Это без учета инверсирования  $z_i$ , что опять-таки можно обеспечить путем инверсии разрядов маски выходов  $z_o$ . Таким образом, реализация блоков функций эквивалентна по сложности реализации блоков значений конъюнкций.

Аналогично описанному выше нетрудно показать, что реализация в базисе 4И-НЕ потребует 13 элементов при задержке четыре (табл. 3).

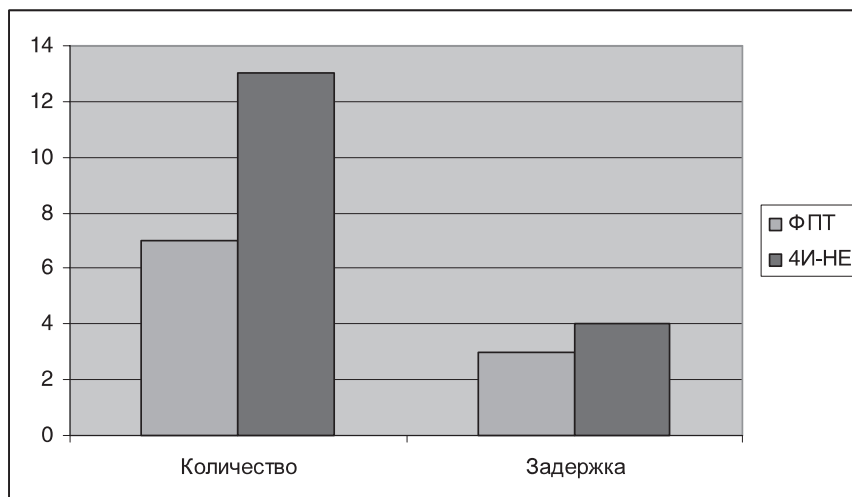
Всего получаем  $(8 \cdot 3 + 7 + 7) \cdot n = 38 \cdot n$  элементов для  $n$  конъюнкций против 1016 ФПТ элементов для реализации восьми мультиплексоров, выполняющих роль ПЗУ логических функций.

Таким образом, целесообразна реализация логических блоков ПЛИС с использованием предложенного подхода. В случае недостаточности количества конъюнкций для реализации систем логических функций возможна многотактная реализация с многократной загрузкой масок – констант, например, из внешнего ПЗУ. В случае отказов отдельных блоков рекомендуется реализация части функций или многотактная реализация с многократной загрузкой масок.

Таблица 3

Сравнение ФПТ/4И-НЕ затрат на реализацию восьмиразрядного блока функции при наличии парафазных входов

| Количество ФПТ | Задержка ФПТ | Количество 4И-НЕ | Задержка 4И-НЕ |
|----------------|--------------|------------------|----------------|
| 7              | 3            | 13               | 4              |



#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Тюрин, С.Ф.** Отказоустойчивая ПЛИС со скользящим резервированием на основе ФПТ элементов [Текст] / С.Ф. Тюрин, О.А. Громов, А.А. Сулейманов, А.В. Греков // Вестник ПГТУ. Сер. Электротехника, информационные технологии, системы управления. –Пермь: Изд-во ПНИПУ, 2011. –№ 5. –С. 102–114.
2. **Ахметов, А.О.** Оценка радиационной стойкости ПЛИС EPF10K50ф. Altera с использованием методики независимого функционального контроля [Текст] / А.О. Ахметов, Д.В. Бобровский, О.А. Калашников [и др.] // Радиационная стойкость электронных систем: Науч.-техн. сб. –М.: НИЯУ МИФИ, 2010. –С. 31–32.
3. **Цыбин, С.** Интерфейсная ПЛИС повышенной надежности [Текст] / С. Цыбин, А. Быстрицкий // Электроника НТБ. –2006. –№ 7. –С. 60–65.
4. **Алексенко, А.Г.** Проектирование радиоэлектронной аппаратуры на микропроцессорах [Текст] / А.Г. Алексенко, А.А. Голицын, А.Д. Иванников. –М.: Радио и связь, 1984. –С. 109–111.
5. **Лазарев, В.Г.** Построение программируемых управляющих устройств [Текст] / В.Г. Лазарев, Е.И. Пийль, Е.Н. Турута. –М.: Энергоиздат, 1984. –193 с.
6. **Тюрин, С.Ф.** Базисный элемент программируемых логических интегральных схем [Текст] / С.Ф. Тюрин, О.А. Громов // Вестник Ижевского гос. техн. ун-та. –2010. –№3. –С. 122–126.
7. **Тюрин, С.Ф.** Сравнительный анализ реализации генераторов логических функций на основе ФПТ элементов и элементов 4И-НЕ [Текст] / С.Ф. Тюрин, О.А. Громов, А.А. Сулейманов, А.В. Греков // Вестник ПГТУ. Сер. Электротехника, информационные технологии, системы управления. –Пермь: Изд-во ПНИПУ, 2011. –№ 5. –С. 187–198.

## КЛАСТЕРНЫЙ И ДИСКРИМИНАНТНЫЙ АНАЛИЗ РЕГИОНАЛЬНЫХ РЫНКОВ СТРАХОВАНИЯ

Неоднородность региональных рынков страхования затрудняет проведение единой политики, способствующей совершенствованию общенационального рынка страховых услуг.

Для создания эффективной системы стимулирования развития страхования в России необходимы комплексные исследования, направленные на сравнительный анализ состояния рынков страхования в субъектах РФ, выявление факторов, оказывающих существенное влияние на привлекательность региональных страховых рынков и уровень их развития, статистическое оценивание происходящих структурных сдвигов в этом секторе.

Проведенный анализ показал, что региональные страховые рынки сильно отличаются по значениям ключевых индикаторов, характеризующих развитие страхового бизнеса [1].

Удельные веса федеральных округов в общих страховых взносах, выплатах и численности населения РФ приведены в табл. 1.

В связи с этим важной задачей является проведение многомерной классификации регионов РФ по уровню развития рынка страховых услуг.

В исследовании рассматривалась система показателей, комплексно характеризующих страховой бизнес в регионах, а также позволяющих элиминировать различия в численности населения.

Для выделения однородных регионов Приволжского ФО по уровню развития рынка страхования использован кластерный анализ [2–4].

Общая модель кластеризации имеет вид:

$$d_{ab} = \alpha_{\ell} d_{\ell b} + \alpha_f d_{fb} + \beta d_{\ell f} + \gamma (d_{\ell b} - d_{fb}), \quad (1)$$

Таблица 1

Удельные веса федеральных округов  
по страховым показателям в 2009 г., %

| Федеральный округ | Взносы | Выплаты | Население |
|-------------------|--------|---------|-----------|
| Центральный       | 44,3   | 39,7    | 26,1      |
| Северо-Западный   | 10,1   | 10,9    | 9,5       |
| Южный             | 8,8    | 9,6     | 16,1      |
| Приволжский       | 15,3   | 16,6    | 21,3      |
| Уральский         | 8,2    | 8,8     | 8,6       |
| Сибирский         | 9,3    | 10,0    | 13,8      |
| Дальневосточный   | 4,0    | 4,4     | 4,6       |
| Итого             | 100,0  | 100,0   | 100,0     |



Таблица 2

Данные по страховым премиям на душу населения и значения факторов  
по Приволжскому федеральному округу

| Регион                     | $\frac{y}{z}$ | $x_1$  | $x_2$    |
|----------------------------|---------------|--------|----------|
| 1. Республика Башкортостан | 0,490         | 14,252 | 183,263  |
| 2. Республика Марий Эл     | 0,191         | 7,843  | 93,7269  |
| 3. Республика Мордовия     | 0,249         | 8,384  | 112,4144 |
| 4. Республика Татарстан    | 0,860         | 14,180 | 245,9192 |
| 5. Удмуртская Республика   | 0,580         | 9,581  | 158,8486 |
| 6. Чувашская Республика    | 0,254         | 8,593  | 121,028  |
| 7. Пермский край           | 0,788         | 16,119 | 223,8446 |
| 8. Кировская область       | 0,343         | 10,112 | 107,386  |
| 9. Нижегородская область   | 0,705         | 13,090 | 175,7453 |
| 10. Оренбургская область   | 0,446         | 10,184 | 203,295  |
| 11. Пензенская область     | 0,178         | 10,172 | 106,8358 |
| 12. Самарская область      | 0,714         | 15,805 | 220,4508 |
| 13. Саратовская область    | 0,537         | 9,061  | 124,7887 |
| 14. Ульяновская область    | 0,238         | 9,756  | 115,1463 |

где  $\alpha_\ell, \alpha_f, \beta, \gamma$  – параметры, определяющие алгоритм образования кластеров;  $d_{\ell b}, d_{fb}, d_{\ell f}$  – расстояние между соответствующими кластерами.

При определенных значениях параметров  $\alpha_\ell, \alpha_f, \beta, \gamma$  общее уравнение (1) преобразуется в конкретный алгоритм. В данном исследовании использовался алгоритм «средняя связь»:

$$d_{ab} = \frac{N_\ell}{N_\ell + N_f} d_{\ell b} + \frac{N_f}{N_\ell + N_f} d_{fb}, \quad (2)$$

где  $N_\ell, N_f$  – соответственно кластеры  $\ell$  и  $f$  с числом объектов  $N$ .

Зависимость (2) получена из общего уравнения (1) при следующих значениях параметров:

$$\alpha_\ell = \frac{N_\ell}{N_\ell + N_f}; \alpha_f = \frac{N_f}{N_\ell + N_f} \text{ и } \beta = \gamma = 0.$$

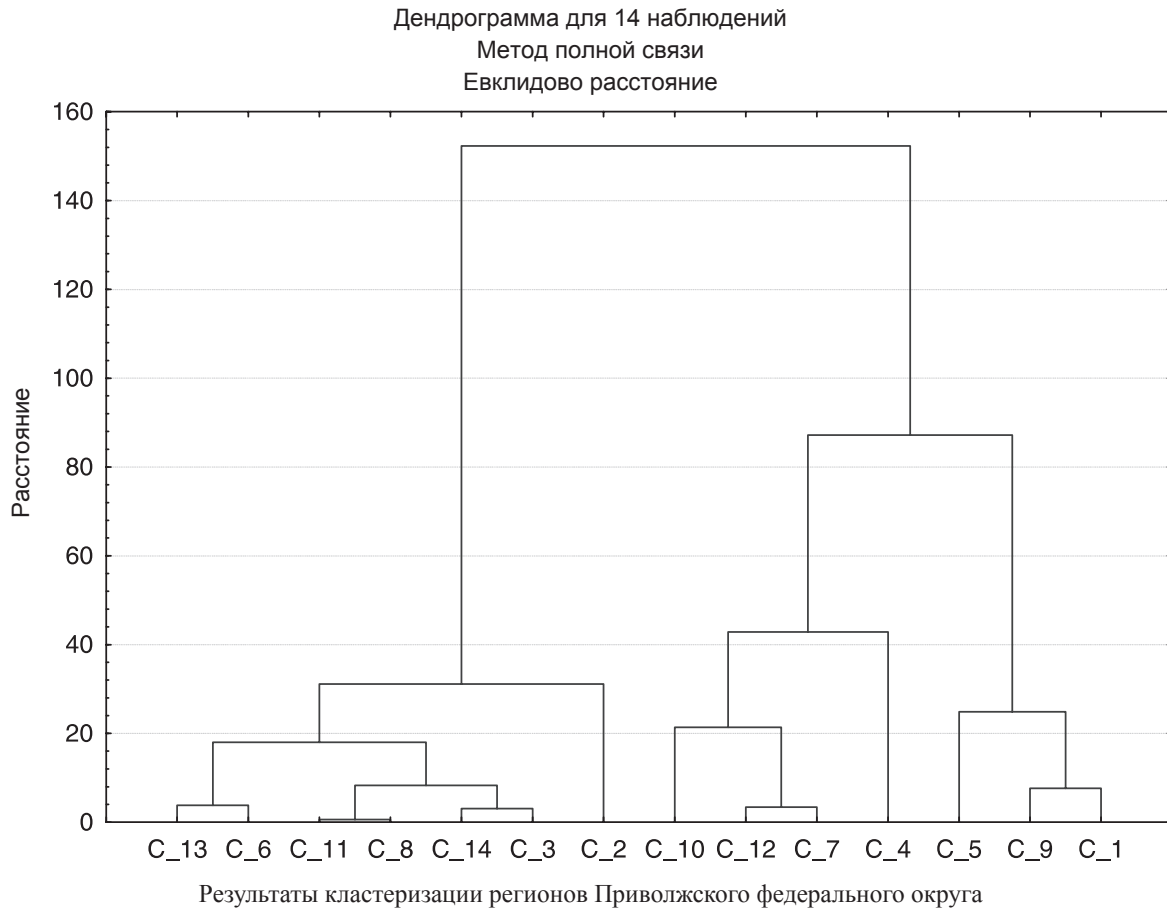
Кластеризация регионов проводилась по следующим показателям:  $\frac{y}{z}$  – страховые премии (страхование жизни и личное страхование) на

душу населения, тыс. руб.;  $x_1$  – среднедушевые денежные доходы населения в месяц, тыс. руб.;  $x_2$  – валовой региональный продукт на душу населения, тыс. руб. [5]. Статистические данные для кластеризации регионов Приволжского ФО приведены в табл. 2.

Результаты кластерного анализа представлены на рисунке.

При граничном значении равном  $d_{\text{гр}} = 0,7 d_{\text{max}} \times (d_{\text{гр}} = 0,7 \cdot 152 = 106,4)$  можно выделить два кластера. Первый: Саратовская область (С13), Чувашская Республика (С6), Пензенская (С11), Кировская (С8), Ульяновская области (С14), Республики Мордовия (С3) и Марий Эл (С2). Второй: Оренбургская (С10) и Самарская (С12) области, Пермский край (С7), Республика Татарстан (С4), Удмуртская Республика (С5), Нижегородская область (С9) и Республика Башкортостан (С1).

Эти два кластера отличаются по уровню раз-



вития рынка страхования. Среднее значение страховых премий на душу населения для первого кластера в 1,7 раза меньше среднего значения по всем регионам Приволжского ФО. В этот кластер вошли регионы с низким уровнем развития страхования. Общая средняя для всех регионов равна  $\frac{y}{z} = 0,470$ ; для первого кластера –  $(\frac{y}{z})_1 = 0,284$  и

второго –  $(\frac{y}{z})_2 = 0,655$ .

Среднее значение страховых премий на душу населения для второго кластера в 1,4 раза больше среднего значения по всем регионам. В этот кластер вошли регионы с более высоким уровнем развития страхового рынка. Это обусловлено тем, что в данных регионах более высо-

Таблица 3

Статистические данные показателя и факторов

| Регион (область) | $\frac{y}{z}$ | $x_1$  | $x_2$    |
|------------------|---------------|--------|----------|
| 15. Белгородская | 0,199         | 12,758 | 208,6947 |
| 16. Воронежская  | 0,308         | 10,305 | 126,1734 |
| 17. Липецкая     | 0,156         | 12,274 | 222,5679 |
| 18. Московская   | 0,498         | 19,713 | 245,9035 |
| 19. Тамбовская   | 0,103         | 11,253 | 109,7056 |

Таблица 4

Результаты дискриминантного анализа

| Регион                     | Кластеры | Вероятность отнесения<br>к кластеру 1 | Вероятность отнесения<br>к кластеру 2 |
|----------------------------|----------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| 1. Республика Башкортостан | G_2:2    | 0,016537                              | 0,983463                              |
| 2. Республика Марий Эл     | G_1:1    | 0,999983                              | 0,000017                              |
| 3. Республика Мордовия     | G_1:1    | 0,999578                              | 0,000422                              |
| 4. Республика Татарстан    | G_2:2    | 0,000000                              | 1,000000                              |
| 5. Удмуртская Республика   | G_2:2    | 0,271564                              | 0,728436                              |
| 6. Чувашская Республика    | G_1:1    | 0,998299                              | 0,001701                              |
| 7. Пермский край           | G_2:2    | 0,000008                              | 0,999992                              |
| 8. Кировская область       | G_1:1    | 0,999773                              | 0,000227                              |
| 9. Нижегородская область   | G_2:2    | 0,020545                              | 0,979455                              |
| 10. Оренбургская область   | G_2:2    | 0,000504                              | 0,999496                              |
| 11. Пензенская область     | G_1:1    | 0,999894                              | 0,000106                              |
| 12. Самарская область      | G_2:2    | 0,000019                              | 0,999981                              |
| 13. Саратовская область    | G_1:1    | 0,990642                              | 0,009358                              |
| 14. Ульяновская область    | G_1:1    | 0,999458                              | 0,000542                              |
| 15. Белгородская область   | ---      | 0,000755                              | 0,999245                              |
| 16. Воронежская область    | ---      | 0,995939                              | 0,004061                              |
| 17. Липецкая область       | ---      | 0,000090                              | 0,999910                              |
| 18. Московская область     | ---      | 0,000001                              | 0,999999                              |
| 19. Тамбовская область     | ---      | 0,999890                              | 0,000110                              |

Таблица 5

Коэффициенты дискриминантных функций (ДФ)

| Переменная и константа | Первая ДФ и коэффициенты | Вторая ДФ и коэффициенты |
|------------------------|--------------------------|--------------------------|
| $\frac{y}{z}$          | -14,1822                 | -10,1108                 |
| $x_1$                  | 1,7292                   | 1,6225                   |
| $x_2$                  | 0,1813                   | 0,3437                   |
| $A_0$                  | -16,6926                 | -42,8325                 |



кие доходы на душу населения, объем валового регионального продукта отличается в лучшую сторону и более развита территориальная сеть страховых услуг.

Кластерный анализ позволил выделить однородные регионы с точки зрения развития их рынка страхования. Задача заключается в том, чтобы отнести к этим кластерам другие регионы, не участвующие в кластеризации, с целью определения уровня их развития в сфере страхования. Для этого используется дискриминантный анализ, который относится к методам многомерной классификации, но при этом базируется на иных предпосылках. Основное отличие его от кластерного анализа заключается в том, что в ходе дискриминантного анализа новые кластеры не образуются, а формулируется правило, по которому новые единицы совокупности относятся к одному из уже существующих кластеров. Основанием для отнесения объекта (региона) к определенному кластеру служит величина дискриминантной функции, рассчитанная по соответствующим значениям дискриминантных переменных. Линейная дискриминантная функция в общем виде запишется:

$$F(x) = A_0 + A_1x_1 + A_2x_2 + \dots + A_kx_k, \quad (3)$$

где  $A_0, A_1, A_2, \dots, A_k$  – коэффициенты функции;  $x_1, x_2, \dots, x_k$  – дискриминантные переменные.

На примере регионов Центрального ФО выполнен дискриминантный анализ. Статистические данные для дискриминантного анализа приведены в табл. 3.

Классификация 14 регионов Приволжского и пяти регионов Центрального ФО приведена в табл. 4. Для пяти регионов Центрального ФО проставлены пропуски, т. к. они не участвовали в кластеризации. Из таблицы 4 видно, что регионы с высокой вероятностью относятся к соответствующим кластерам.

Таким образом, Воронежская и Тамбовская

области относятся к первому кластеру, а Белгородская, Липецкая и Московская области – ко второму кластеру. В табл. 5 приведены коэффициенты дискриминантных функций. Так как получены два кластера, то соответственно имеем две дискриминантные функции:

$$y_1 = -16,6926 - 14,1822 \frac{y}{z} + 1,7292x_1 + 0,1813x_2;$$

$$y_2 = -42,8325 - 10,1108 \frac{y}{z} + 1,6225x_1 + 0,3437x_2.$$

Эти функции можно использовать для определения принадлежности регионов к кластерам с низким или высоким уровнем развития рынка страхования. Подставив значения факторов в эти функции, определив  $y_1$  и  $y_2$ , по максимальному значению этих функций можно сделать вывод о принадлежности региона к первому или второму кластеру.

Например, для Белгородской области дискриминантные функции равны:

$$y_1 = -16,6926 - 14,1822 \cdot 0,199 + 1,7292 \cdot 12,758 + 0,1813 \cdot 208,6947;$$

$$y_2 = -42,8325 - 10,1108 \cdot 0,199 + 1,6225 \cdot 12,758 + 0,3437 \cdot 208,6947;$$

$$y_1 = 40,3825; \quad y_2 = 47,5838.$$

Следовательно, Белгородская область относится ко второму кластеру, который характеризуется более высоким уровнем развития страхового рынка.

Критерий лямбда Уилкса равен 0,1795, что свидетельствует о надежной дискриминации (чем ближе этот критерий к нулю, тем лучше классификация).

Таким образом, с использованием дискриминантного анализа можно решать задачу отнесения регионов к выделенным кластерам по уровню развития страхового рынка.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Зубков, А.Ф.** Статистический анализ и прогнозирование развития российского рынка страхования [Текст] / В.Н. Деркаченко, Д.Л. Анцев // Научно-технические ведомости. Сер. Информатика. Телекоммуникации. Управление. – 2011. – № 2. – С. 191–195.
2. **Деркаченко, В.Н.** Методы социально-экономического прогнозирования: Учебник [Текст] / В.Н. Деркаченко, А.Ф. Зубков. – Пенза: Изд-во ПГТА, 2008. – С. 156–184.
3. **Зубков, А.Ф.** Методология построения прогнозных моделей, кластерные технологии в социально-

экономических исследованиях: Монография [Текст] / А.Ф. Зубков, В.Н. Деркаченко. –Пенза: Изд-во ПГТА, 2005. –С.57–95.

4. **Деркаченко, В.Н.** Многомерные статистические методы: Учебник [Текст]/ А.Ф. Зубков, В.Н. Деркачен-

ко. –Пенза: Изд-во ПГТА, 2011. –С.74–107.

5. Российский статистический ежегодник 2010 [Текст] / Статистический сборник. –М.: Росстат, 2010. –С. 626–633.





## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

### КОНТАКТНЫЕ ДАННЫЕ

**АНТОНОВ Валерий Иванович** – заведующий кафедрой высшей математики Санкт-Петербургского государственного политехнического университета, доктор технических наук, профессор.

195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29

**БАРМИН Максим Анатольевич** – старший преподаватель кафедры прикладной информатики Пензенской государственной технологической академии.

440605, г. Пенза, проезд Байдукова, ул. Гагарина д. 1а/11

**БЕЛЬТОВ Андрей Георгиевич** – генеральный директор ЦНИИЭИСУ, кандидат технических наук.

123104, Москва, Тверской бульвар, д. 7/2

**ВАРГАУЗИН Виктор Анатольевич** – доцент кафедры радиотехники и телекоммуникаций Санкт-Петербургского государственного политехнического университета, кандидат технических наук.

195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29, корп. 2. Тел. +7(812)552-61-89, e-mail: var@mail.spbstu.ru

**ВАСИЛЬЕВА Татьяна Павловна** – аспирант кафедры прикладной математики и информатики Пермского государственного национального исследовательского университета.

614990, г. Пермь, ул. Букирева, д. 15. E-mail: vasilyeva\_09@mail.ru

**ВУ ван Куанг** – студент кафедры систем автоматического управления Санкт-Петербургского государственного политехнического университета.

195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29

**ГЕРОК Сергей Александрович** – аспирант кафедры механики и процессов управления Санкт-Петербургского государственного политехнического университета.

195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29. Тел. +7(812)552-77-78

**ГЛАГОЛЕВ Сергей Николаевич** – ректор Белгородского государственного технологического университета имени В.Г. Шухова, доктор экономических наук, профессор.

308012, г. Белгород, ул. Костюкова, д. 46

**ГРЕКОВ Артём Владимирович** – преподаватель кафедры программного обеспечения вычислительной техники и автоматизированных систем Пермского военного института внутренних войск МВД России.

614112, г. Пермь, ул. Гремячий Лог, д. 1. E-mail: grekartemvl@mail.ru

**ГРИГОРЬЕВ Лев Юрьевич** – генеральный директор компании «Бизнес Инжиниринг Групп».

191015, Санкт-Петербург, Фуражный пер., д. 3. Тел. +7(812)640-74-81, e-mail: griglev@gmail.com

**ГРИГОРЯН Наира Климентовна** – ассистент кафедры автоматизации производственных процессов Кубанского государственного технологического университета.

350072, г. Краснодар, ул. Московская, д. 2. Тел. +7(861)255-93-92, e-mail: naira-57@mail.ru

**ДЕМУРИН Владимир Борисович** – аспирант кафедры вычислительной техники и АСУ Кубанского государственного технологического университета.

350000, г. Краснодар, ул. Красная, д. 135. Тел. +7(861)255-15-09, e-mail: dvbili@yandex.ru

**ДЕРКАЧЕНКО Валентин Николаевич** – профессор кафедры прикладной математики и исследования операций в экономике Пензенской государственной технологической академии, кандидат технических наук.

440605, г. Пенза, проезд Байдукова, ул. Гагарина, д. 1а/11

**ДОНДИК Евгений Михайлович** – доцент кафедры автоматизированных систем управления Рязанского государственного радиотехнического университета, кандидат технических наук.

390005, г. Рязань, ул. Гагарина, д. 59/1. E-mail: dondik3be@yandex.ru

**ДОСКАЛОВ Михаил Валерьевич** – инженер ОАО «Интелтех».

197342, Санкт-Петербург, ул. Кантемировская, д. 8

**ЗАГАЙНОВ Артем Игоревич** – аспирант кафедры высшей математики Санкт-Петербургского государственного политехнического университета.

195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29

**ЗУБКОВ Александр Фёдорович** – декан факультета Института промышленной экономики, информатики и сервиса Пензенской государственной технологической академии, кандидат технических наук, профессор.

440605, г. Пенза, проезд Байдукова, ул. Гагарина, д. 1а/11. E-mail: zubkov@pgta.ru

**КАНУННИКОВА Елена Александровна** – кандидат технических наук, доцент кафедры математического и программного обеспечения информационных систем Белгородского государственного университета – национального исследовательского университета.

308015, г. Белгород, ул. Победы, д. 85. E-mail: postgr@list.ru

**КОРШИКОВ Степан Евгеньевич** – аспирант кафедры управления и системного анализа в теплоэнергетике Самарского государственного технического университета.

443011, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 244. Тел. +7(846)332-42-34, E-mail: stepankor2310@rambler.ru

**КОСТИН Евгений Владимирович** – аспирант кафедры электропривода и автоматизации технологических процессов Норильского индустриального института.

663310, г. Норильск, ул. 50-лет Октября, д. 7. Тел. +7(3919)47-39-19, e-mail: kostin\_engenii@bk.ru

**КУДРЯВЦЕВ Дмитрий Вячеславович** – доцент кафедры компьютерных интеллектуальных технологий в проектировании Санкт-Петербургского государственного политехнического университета, кандидат технических наук.

195220, Санкт-Петербург, ул. Обручевых, д. 1. Тел. +7(911)739-02-48, e-mail: dmitry.ku@gmail.com

**КУЗНЕЦОВ Андрей Николаевич** – аспирант кафедры компьютерных систем и программных технологий Санкт-Петербургского государственного политехнического университета.

195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 21. E-mail: andrei.n.kuznetsov@gmail.com

**КУЛЕШОВ Игорь Александрович** – заместитель генерального директора ОАО «Интелтех» по научной работе, кандидат военных наук, доцент.

197342, Санкт-Петербург, ул. Кантемировская, д. 8

**МЕДОВЩИКОВ Максим Игоревич** – аспирант кафедры автоматизации производственных процессов Кубанского государственного технологического университета.

350072, г. Краснодар, ул. Московская, д. 2. Тел. +7(861)255-93-92, e-mail: medovshikov.max@gmail.com

**МОРОЗОВ Евгений Викторович** – преподаватель, ассистент кафедры автоматической электросвязи Сибирского государственного университета телекоммуникаций и информатики.

630102, г. Новосибирск, НСО Кирова, д. 86. Тел. +7(383)269-82-42, e-mail: Joni6127@rambler.ru

**МЫЗНИКОВА Бэла Исаковна** – доцент кафедры информационных систем и математических методов в экономике Пермского государственного национального исследовательского университета, кандидат физико-математических наук.

614990, г. Пермь, ул. Букирева, д. 15

**НАБАТОВ Артем Владимирович** – старший преподаватель кафедры автоматизированного управления войсками Пермского военного института внутренних войск МВД России.

614112, г. Пермь, ул. Гремячий Лог, д. 1. E-mail: artem3178@mail.ru

**ОВСЯННИКОВ Михаил Владимирович** – доцент кафедры компьютерных систем автоматизации производства Московского государственного технического университета имени Н.Э. Баумана, кандидат технических наук.

105005, Москва, ул. 2-я Бауманская, д. 5. Тел. +7(499)263-68-54

**ПЕТРИЧЕНКО Григорий Семенович** – заведующий кафедрой автоматизации производственных процессов Кубанского государственного технологического университета, кандидат технических наук, доцент.

350072, г. Краснодар, ул. Московская, д. 2. Тел. +7(861)255-93-92, e-mail: Petry\_gr@mail.ru



**ПИСАРЕВ Александр Иванович** – заведующий кафедрой электропривода и автоматизации технологических процессов Норильского индустриального института, кандидат технических наук, доцент.

663310, г. Норильск, ул. 50-лет Октября, д. 7. Тел. +7(3919)47-39-19, e-mail: apissarev@yandex.ru

**ПОТАПЕНКО Анатолий Николаевич** – профессор кафедры электротехники и автоматики Белгородского государственного технологического университета имени В.Г. Шухова, кандидат технических наук.

308012, г. Белгород, ул. Костюкова, д. 46. Тел. +7(4722)55-63-03, e-mail: potapenko@intbel.ru

**ПОТАПЕНКО Татьяна Анатольевна** – аспирант Белгородского государственного технологического университета имени В.Г. Шухова.

308012, г. Белгород, ул. Костюкова, д. 46. E-mail: ttwiggy@rambler.ru

**ПЫЛЬКИН Александр Николаевич** – декан факультета вычислительной техники, заведующий кафедрой вычислительной и прикладной математики Рязанского государственного радиотехнического университета, доктор технических наук, профессор.

390005, г. Рязань, ул. Гагарина, д. 59/1. E-mail: vpm@rsreu.ru

**ПЫШКИН Евгений Валерьевич** – доцент кафедры компьютерных систем и программных технологий Санкт-Петербургского государственного политехнического университета, кандидат технических наук.

195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 21. Тел. +7(812)297-42-18, e-mail: pyshkin@ftk.spbstu.ru

**РУСАКОВ Сергей Владимирович** – заведующий кафедрой прикладной математики и информатики Пермского государственного национального исследовательского университета, доктор физико-математических наук.

614990, г. Пермь, ул. Букирева, д. 15

**СКОРОБОГАТОВА Наталья Евгеньевна** – ведущий инженер кафедры автоматизированных систем управления Рязанского государственного радиотехнического университета, аспирант.

390005, г. Рязань, ул. Гагарина, д. 59/1.

**СОЛДАТЕНКОВ Алексей Сергеевич** – старший преподаватель кафедры электротехники и автоматики Белгородского государственного технологического университета имени В.Г. Шухова.

308012, г. Белгород, ул. Костюкова, д. 46. Тел. +7(4722)55-63-03

**СТОГНИЙ Игорь Александрович** – аспирант кафедры компьютерных систем автоматизации производства Московского государственного технического университета имени Н.Э. Баумана.

105005, Москва, ул. 2-я Бауманская, д. 5. Тел. +7(499)263-68-54, e-mail: Stognij-Igor@yandex.ru

**ТАРАТУХИН Виктор Владимирович** – профессор базовой кафедры корпоративных информационных систем НИУ ВШЭ, кандидат технических наук, доктор философии.

101000, Москва, Мясницкая, д. 20

**ТЮРИН Сергей Феофентович** – профессор кафедры автоматики и телемеханики Пермского национального исследовательского политехнического университета, доктор технических наук, Заслуженный изобретатель РФ.

614990, г. Пермь, Комсомольский пр., д. 29. E-mail: tyurinsergfeo@rambler.ru

**ЦИКИН Игорь Анатольевич** – заведующий кафедрой радиотехники и телекоммуникаций Санкт-Петербургского государственного политехнического университета, доктор технических наук, профессор.

195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29, корп. 2. Тел. +7(812)552-61-89, e-mail: tsikin@mail.spbstu.ru

**ШЕРЫХАЛИНА Наталья Михайловна** – доцент кафедры компьютерной математики Уфимского государственного авиационного технического университета, кандидат физико-математических наук.

450000, г. Уфа, ул. К. Маркса, д. 12. Тел. +7(347) 273-32-00, e-mail: n\_sher@mail.ru

**ЯКОВИС Леонид Моисеевич** – профессор кафедры механики и процессов управления Санкт-Петербургского государственного политехнического университета, доктор технических наук.

195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29. Тел. +7(812)552-77-78, e-mail: leonid@yakovis.com

## **АННОТАЦИИ**

### **КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА**

Бельтов А.Г., Доскалов М.В., Кулешов И.А. АНАЛИЗ МЕТОДОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫХ СЕТЕЙ.

Рассмотрены проблемы теоретического анализа телекоммуникационных сетей и сформулирован ряд требований, которым должны удовлетворять методы их исследования.

МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ. ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫЕ СЕТИ. ЭФФЕКТИВНОСТЬ СЕТЕЙ.

Кузнецов А.Н., Пышкин Е.В. ФУНКЦИОНАЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ МУЗЫКИ И ПОДХОДЫ К СТРУКТУРНОМУ СИНТЕЗУ.

Проанализированы проблемы машинного моделирования творческого процесса человека на примере музыки. Основное внимание уделено представлению музыкального произведения с помощью функций. Данное представление имеет ряд существенных преимуществ по сравнению с традиционно применяемыми формами: графами, множествами событий или геометрических фигур – как для ручного, так и для автоматического анализа музыки. Среди этих преимуществ – выражение структуры произведения, использование понятий из области музыковедения, возможность представления произведения в заданном функциональном базисе с использованием функциональных схем, что создает основу для постановки задачи структурного синтеза применительно к музыке.

ИНФОРМАЦИОННЫЙ ПОИСК. МУЗЫКА. ПОИСК МУЗЫКИ. ТВОРЧЕСТВО. ИСКУССТВЕННЫЙ ИНТЕЛЛЕКТ. ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ДЕКОМПОЗИЦИЯ. МУЗЫКОВЕДЕНИЕ. СТРУКТУРНЫЙ СИНТЕЗ.

Григорьев Л.Ю., Кудрявцев Д.В. ОРГАНИЗАЦИОННОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ НА ОСНОВЕ ОНТОЛОГИЙ: МЕТОДОЛОГИЯ И СИСТЕМА ОРГ-МАСТЕР.

Автоматизированная поддержка организационного проектирования используется для идентификации, описания, анализа и изменения организационной структуры, бизнес-процессов, системы целей и показателей деятельности предприятия, а также для выпуска нормативно-регламентирующей документации и информационно-аналитических материалов. Для устранения проблемы существующих систем, заключающейся в многообразии и несогласованности языков моделирования организаций, предложено использовать онтологический подход. Дано описание методологии и программного средства ОРГ-Мастер, реализующих такой подход.

ОРГАНИЗАЦИОННОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ. ОНТОЛОГИЯ. МОДЕЛИРОВАНИЕ ОРГАНИЗАЦИЙ. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ЗНАНИЙ.

Морозов Е.В. ОЦЕНКА ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ ИНВАРИАНТНОЙ СИСТЕМЫ СВЯЗИ С ДВУХЗНАЧНОЙ АМПЛИТУДНОЙ МОДУЛЯЦИЕЙ.

Для передачи сообщений по линейным каналам связи с гладкими замираниями предложено использовать новый вид модуляции – двухзначную инвариантную амплитудную модуляцию (ДИАМ). Дана оценка помехоустойчивости ДИАМ и приведены результаты сравнения верности передачи сообщений в системе с ДИАМ и в системе с инвариантной амплитудной модуляцией и блочной передачей сигналов по каналу с гладкими замираниями. Показан выигрыш в верности передачи при использовании ДИАМ.

ЛИНЕЙНЫЕ КАНАЛЫ СВЯЗИ С ГЛАДКИМИ ЗАМИРАНИЯМИ. ДВУХЗНАЧНАЯ ИНВАРИАНТНАЯ АМПЛИТУДНАЯ МОДУЛЯЦИЯ (ДИАМ). ГРУППЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ КАНАЛА СВЯЗИ. ИНВАРИАНТЫ ГРУППЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ. ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ ИНВАРИАНТНОЙ СИСТЕМЫ СВЯЗИ.



Варгаузин В.А., Цикин И.А. СРАВНИТЕЛЬНАЯ ЭФФЕКТИВНОСТЬ СОВРЕМЕННЫХ СИГНАЛЬНО-КОДОВЫХ КОНСТРУКЦИЙ В СИСТЕМАХ РАДИОСВЯЗИ.

Изучена эффективность сигнально-кодowych конструкций (СКК), построенных на основе решетчато-кодовой модуляции, многоуровневой кодовой модуляции, кодовой модуляции с битовым перемежением. Проведено сравнение показателей энергетической и спектральной эффективности различных СКК, полученных методом моделирования, с аналогичными показателями для передачи без кодирования в сочетании со спектрально-эффективными методами модуляции МФМ и КАМ, а также с границей Шеннона.

СИГНАЛЬНО-КОДОВАЯ КОНСТРУКЦИЯ. КОДИРОВАНИЕ. МОДУЛЯЦИЯ. ГРАНИЦА ШЕННОНА.

Солдатенков А.С., Потапенко А.Н., Глаголев С.Н. РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ АВТОМАТИЗИРОВАННЫМ ИНДИВИДУАЛЬНЫМ ТЕПЛОВЫМ ПУНКТОМ.

Рассмотрены вопросы математического моделирования управления процессом отопления здания при зависимом теплоснабжении на основе автоматизированного индивидуального теплового пункта. Представлены математическая модель и результаты расчетов.

ИНДИВИДУАЛЬНЫЙ ТЕПЛОВОЙ ПУНКТ. АВТОМАТИЧЕСКОЕ РЕГУЛИРОВАНИЕ. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ.

Демури В.Б. МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ УПРАВЛЕНЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ В ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЕ ГОСТИНИЧНОГО КОМПЛЕКСА.

Проведено исследование моделей и процедур принятия управленческих решений в информационной системе гостиничного комплекса. Предложены регуляризованные процедуры принятия многокритериальных управленческих решений в условиях неопределенности.

НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬ. МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ. ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ ПРОЦЕДУРЫ.

Шерыхалина Н.М. МЕТОД ФИЛЬТРАЦИИ ЧИСЛЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ С ВОССТАНОВЛЕНИЕМ ЗНАЧЕНИЙ КОЭФФИЦИЕНТОВ.

Предложен новый метод численной фильтрации данных вычислительного эксперимента, не имеющий большинства недостатков известных ранее методов. На конкретных примерах показана эффективность предложенного метода.

ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТЕЙ. УТОЧНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ. ЧИСЛЕННАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ.

Дондик Е.М., Пылькин А.Н., Скоробогатова Н.Е. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ СЕЛЕКЦИИ РАСПОЗНАВАЕМЫХ ЗНАКОВ ДАКТИЛЬНОЙ РЕЧИ.

Рассмотрен способ селекции и распознавания структур переменного образа, находящегося в непрерывном движении и воспроизводящего некоррелированные информационные символы, на примере распознавания знаков дактильной речи, демонстрируемой рукой человека.

ПЕРЕМЕННЫЙ ОБРАЗ. ДАКТИЛЬНАЯ РЕЧЬ. СЕЛЕКЦИЯ ОБРАЗОВ. ВЕКТОРЫ.

Петриченко Г.С., Григорян Н.К., Медовщиков М.И. МЕТОДИКА РАЗРАБОТКИ ЭКСПЕРТНОЙ СИСТЕМЫ РУКОВОДИТЕЛЯ ДЛЯ ПРИНЯТИЯ УПРАВЛЕНЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ.

Рассмотрены требования, предъявляемые к экспертной системе, реализующей логико-вероятностный подход. Изучены принципы построения экспертной системы как части интеллектуальной информационной системы руководителя электронной библиотеки. Также описаны правила формирования базы знаний и язык эксперта, позволяющие учитывать условные вероятности для продукционных правил.

ЭКСПЕРТНАЯ СИСТЕМА. БАЗА ЗНАНИЙ. ИНТЕРФЕЙС ЭКСПЕРТА. ЛОГИКО-ВЕРОЯТНОСТНЫЙ ПОДХОД. ЭЛЕКТРОННАЯ БИБЛИОТЕКА. УПРАВЛЕНИЕ. ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ.

Костин Е.В., Писарев А.И. НЕЙРОСЕТЕВАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ПЛАВКИ МЕДНОГО НИКЕЛЬСОДЕРЖАЩЕГО СЫРЬЯ В ПЕЧАХ ВАНЮКОВА.

Предложена нейросетевая модель процесса плавки медного никельсодержащего сырья в печах Ванюкова. Сложность задачи обусловлена многофакторностью процесса. Особенность модели заключается в использовании системы нейронных сетей на базе классификатора Кохонена и сети радиально-базисных функций.

НЕЙРОСЕТЕВАЯ МОДЕЛЬ. ПЕЧЬ ВАНЮКОВА. RBF СЕТЬ. РАДИАЛЬНО-БАЗИСНАЯ ФУНКЦИЯ АКТИВАЦИИ. СЕТЬ КОХОНЕНА.



Васильева Т.П., Мызникова Б.И., Русаков С.В. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ГРАДОФОРМИРОВАНИЯ: ВЕРОЯТНОСТНЫЙ ПОДХОД.

Предложена модель, включающая описание двух взаимодействующих подсистем: «население» и «градообразующая база». Представлено построение матрицы вероятностей распределения потоков характеристик между отраслевыми блоками, а также матрицы вероятностей миграции населения между федеральными округами. Дана интерпретация результатов моделирования, полученных с помощью реальных статистических данных.

ГРАДООБРАЗУЮЩАЯ БАЗА. НАСЕЛЕНИЕ. МАКРОСИСТЕМНЫЙ ПОДХОД. ПОТОКИ ПРОДУКЦИИ. МИГРАЦИЯ.

Таратухин В.В., Овсянников М.В., Стогний И.А. ПРИМЕНЕНИЕ ЭВРИСТИЧЕСКИХ ПРАВИЛ В ЗАДАЧЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РАЗНОРОДНЫХ РЕСУРСОВ ПРЕДПРИЯТИЯ.

Рассмотрена интеграция трех технологий управления процессами: построение модели типового бизнес-процесса, распределения ресурсов и мониторинга потока работ в единый подход, включающий ряд этапов. Для этапа распределения ресурсов сформулирована задача распределения ресурсов, экземпляры которых обладают различными свойствами, и предложен алгоритм ее решения.

УПРАВЛЕНИЕ ПРОЦЕССАМИ. ЗАДАЧА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕСУРСОВ. КОМБИНИРОВАННЫЕ ЭВРИСТИЧЕСКИЕ ПРАВИЛА.

Потапенко А.Н., Канунникова Е.А., Потапенко Т.А. ОСОБЕННОСТИ МЕТОДА ИНВЕРСИИ ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ВНЕШНИХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ, СВЯЗАННЫХ С ЭЛЕКТРИЧЕСКИМИ ПОЛЯМИ В АТМОСФЕРЕ.

Исследованы особенности модифицированного метода инверсии на примере определения электрического поля относительно заземленного стержневого молниеприемника с учетом облака и его граничной поверхности. Представлены результаты расчетов и их сравнительный анализ.

ВНЕШНЯЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА. МОДИФИЦИРОВАННЫЙ МЕТОД ИНВЕРСИИ. СТЕРЖНЕВОЙ МОЛНИЕПРИЕМНИК. СИСТЕМА МОЛНИЕЗАЩИТЫ.

Антонов В.И., Загайнов А.И., Ву ван Куанг ДИНАМИЧЕСКИЙ ФРАКТАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ВАРИАБЕЛЬНОСТИ СЕРДЕЧНОГО РИТМА.

Изучение вариабельности сердечного ритма (последовательности временных интервалов между нормальными QRS-комплексами электрокардиограммы) с помощью фрактального метода исследования переходит к устойчивой тенденции. Описаны трудности, связанные с применением метода, предложен альтернативный подход к их решению. На основе данного подхода создано собственное программное обеспечение, работа которого продемонстрирована на примере нормального кардиоритма.

ВАРИАБЕЛЬНОСТЬ СЕРДЕЧНОГО РИТМА. ФРАКТАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ. КОРРЕЛЯЦИОННАЯ РАЗМЕРНОСТЬ.

Коршиков С.Е. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОЛЕЙ УПРУГИХ ДЕФОРМАЦИЙ В ПРОЦЕССЕ ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА ВРАЩАЮЩИХСЯ ЗАГОТОВОК.

Рассмотрена задача математического моделирования полей термических деформаций инновационной энергосберегающей технологии нагрева алюминиевых заготовок, вращающихся в магнитном поле постоянного тока. Изложена методика решения прочностной задачи с использованием конечно-элементного пакета прикладного анализа ANSYS.

УПРУГАЯ ДЕФОРМАЦИЯ. НАПРЯЖЕНИЯ. ПРОЧНОСТНАЯ ЗАДАЧА. ИНДУКЦИОННЫЙ НАГРЕВ. МОДЕЛИРОВАНИЕ.

Яковис Л.М., Герок С.А. СИСТЕМНЫЙ ПОДХОД К ПРОЕКТИРОВАНИЮ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ КОМПЛЕКСОВ (НА ПРИМЕРЕ УПРАВЛЯЕМЫХ ПРОЦЕССОВ ПРИГОТОВЛЕНИЯ МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ СМЕСЕЙ).

Дана формализованная постановка и схема приближенного решения задач совместной разработки технологических комплексов и систем управления применительно к производствам непрерывного типа. Приведен пример применения разработанных методов к задаче проектирования автоматизированных комплексов приготовления многокомпонентных смесей.

АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ КОМПЛЕКСЫ. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ. ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ. ОПТИМИЗАЦИЯ. ПРИГОТОВЛЕНИЕ СМЕСЕЙ.

Тюрин С.Ф., Греков А.В., Набатов А.В. МИКРОПРОГРАММНО-АППАРАТНОЕ ВОССТАНОВЛЕНИЕ ЛОГИКИ ПРОГРАММИРУЕМЫХ ЛОГИЧЕСКИХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ СХЕМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ФУНКЦИОНАЛЬНО-ПОЛНЫХ ТОЛЕРАНТНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ.

Рассмотрено восстановление логики ПЛИС путем микропрограммно-аппаратной реализации логических функций, обеспечивающее в критических ситуациях вычисление систем логических функций при исчерпании резервов за несколько тактов. Аппаратную часть предложено строить с использованием элементов с ФПТ базисом.

НАДЕЖНОСТЬ. ОТКАЗЫ. БАЗИСНАЯ ФУНКЦИЯ. ФУНКЦИОНАЛЬНО-ПОЛНЫЙ ТОЛЕРАНТНЫЙ ЭЛЕМЕНТ.

Зубков А.Ф., Деркаченко В.Н., Бармин М.А. КЛАСТЕРНЫЙ И ДИСКРИМИНАНТНЫЙ АНАЛИЗ РЕГИОНАЛЬНЫХ РЫНКОВ СТРАХОВАНИЯ.

Проведен анализ рынков страхования по основным показателям и выявлена их неоднородность. Предложена методика выявления однородных регионов по уровню развития страхового рынка на основе кластерного анализа. Получены дискриминантные функции, позволяющие относить регионы к выделенным кластерам.

СТРАХОВАНИЕ. КЛАСТЕРНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ. ОДНОРОДНЫЕ РЕГИОНЫ. ДИСКРИМИНАНТНЫЙ АНАЛИЗ. ДИСКРИМИНАНТНЫЕ ФУНКЦИИ. КЛАССИФИКАЦИЯ.

## ABSTRACTS

### KEYWORDS

Bel'tov A.G., Doskalov M.V., Kuleshov I.A. METHODS OF INVESTIGATING THE TELECOMMUNICATION NETWORKS.

Problems of the telecommunication networks theoretical analysis are examined, so to define requirements that research methods must fit.

MODELLING. TELECOMMUNICATION NETWORKS. NETWORKING EFFICIENCY.

Kuznetsov A.N., Pyshkin E.V. FUNCTION-BASED MUSIC REPRESENTATION AND APPROACHING STRUCTURAL SYNTHESIS.

Paper introduces some problems of human creative process machine modeling through the example of music. Authors make an attempt to rediscover the function-based music representation. Both for automated and manual music analysis, functional way to represent music has some advantages comparing to widely used approaches based on graph, geometric or event-set models, namely: better representation of the composition's structure, ability to use proper concepts and terms in regards to the musicology, and good possibility to visualize music structure with use of functional flow block diagrams. The formal model of function-based music representation together with an example of constructing a functional basis gives links to the problems of structural synthesis in regards to music.

INFORMATION RETRIEVAL. MUSIC. MUSIC RETRIEVAL. CREATIVITY. ARTIFICIAL INTELLIGENCE. FUNCTIONAL DECOMPOSITION. MUSICOLOGY. BASIS. STRUCTURAL SYNTHESIS.

Grigoriev L.Yu., Kudryavtsev D.V. ONTOLOGY-BASED ORGANIZATIONAL DESIGN: ORG-MASTER METHODOLOGY AND TOOL.

Computer-aided organizational design implies identification, description, analysis, design and change of organizational structure, business-processes, system of goals and measures of an enterprise. Such systems also produce regulating and analytical documents. Ontologies can be used to solve the main problem of existing systems – multitude and inconsistency of enterprise modelling languages. The article describes ORG-Master methodology and tool for ontology-based organizational design.

ORGANIZATIONAL DESIGN. ONTOLOGY. ENTERPRISE MODELLING. ENTERPRISE ENGINEERING. KNOWLEDGE REPRESENTATION.

Morozov E.V. THE ESTIMATION OF THE NOISE STABILITY OF THE INVARIANT COMMUNICATION SYSTEM WITH TWO-VALUE MODULATION.

It are suggested to use a new kind of modulation – two-value invariant amplitude modulation (TIAM) – for message transfer on linear communication channels with a smooth dying down. Noise stability TIAM is estimated, and results of comparison of fidelity of message transfer in system with TIAM and in system with invariant amplitude modulation and block signaling are resulted. The prize in fidelity of transfer is shown at use TIAM.

LINEAR COMMUNICATION CHANNELS. THE SMOOTH DYING DOWN. TWO-VALUE INVARIANT AMPLITUDE MODULATION (TIAM). COMMUNICATION CHANNEL TRANSFORMATIONS. INVARIANTS OF GROUP OF TRANSFORMATIONS. THE NOISE STABILITY OF THE INVARIANT COMMUNICATION SYSTEM.



Vargauzin V.A., Tsikin I.A. COMPARATIVE EFFICIENCY OF MODERN CODED MODULATION TECHNIQUE FOR RADIO COMMUNICATIONS.

Comparative of modern coded modulation technique on the base of Trellis Coded Modulation, MultiLevel Coded Modulation, Bit-Interleaved Coded Modulation is considered. The resulting simulation performance of energy and spectral efficiency is compared with those for transmission without coding as well as Shannon limit.

CODED MODULATION. ENCODING. MODULATION. SHANNON LIMIT.

Soldatenkov A.S., Potapenko A.N., Glagolev S.N. RESEARCH AND INVESTIGATION OF MATHEMATICAL MANAGEMENT MODEL BY THE AUTOMATED INDIVIDUAL THERMAL POINT.

The article are considered problems connected with mathematical modeling of management by heating process of a building at a dependent heat supply by automated individual thermal point. The mathematical model and calculations results are presented.

INDIVIDUAL THERMAL POINT. AUTOMATIC CONTROL. MATHEMATICAL MODELLING.

Demurin V.B. MULTICRITERIA OPTIMIZATION FOR DECISION MAKING IN A HOTEL MANAGEMENT INFORMATION SYSTEM.

Paper introduces models and procedures for hotel management information systems. Regularizable procedures for multicriteria decision making in conditions of uncertainty are proposed. The research results may be considered as a foundation for multicriteria choice of the hotel room.

UNCERTAINTY CONDITIONS. MULTICRITERIA OPTIMIZATION. INTELLIGENT PROCEDURES.

Sherikhalina N.M. THE METHOD OF NUMERICAL RESULTS FILTRATION WITH RESTORATION OF COEFFICIENTS VALUES.

New method of numerical filtration of computation results is offered, which has not a majority of disadvantages of known methods. Efficiency of the method suggested is shown on different examples.

ERROR ESTIMATION. RESULTS IMPROVEMENT. NUMERICAL FILTRATION.

Dondik E.M., Pylkin A.N., Skorobogatova N.E. MATHEMATICAL REPRESENTATION OF THE DACTYL LANGUAGE RECOGNIZABLE SIGNS SELECTION.

The way of breeding and identification of patterns of alternating image that is in constant motion and reproducing uncorrelated information symbols, for example, character recognition daktil speech demonstrated by the hand of man.

VARIABLES FORM. DAKTILNAYA ADDRESS. SELECTION. THE FAN VECTORS.

Petrichenko G.S., Grigoryan N.K., Medovshikov M.I. EXPERT SYSTEM DEVELOPMENT METHOD FOR THE MANAGING DECISION MAKING.

This work presents the expert system requirements, which can realize the approach including methods of the logic and probability theory. In clause construction expert system principles are considered as parts of intellectual information system of the electronic library head. Also formation knowledge base rules and expert language are described, besides they allow to consider conditional probabilities for production rules.

EXPERT SYSTEM. KNOWLEDGE BASE. EXPERT INTERFACE. APPROACH WITH LOGIC METHODS AND PROBABILITY THEORY. ELECTRONIC LIBRARY. MANAGEMENT. DECISION-MAKING.

Kostin E.V., Pisarev A.I. NEURAL NETWORK MODEL FOR THE COPPER NICKEL-CONTAINING RAW MATERIALS SMELTING PROCESS IN VANYUKOV FURNACES.

The paper proposed a neural network model of the smelting process of copper-containing raw materials Nickels in furnaces Vanyukov. The complexity of the problem is caused by multifactorial process. Feature of the model lies in the use of neural network based on classifier Kohonen networks and radial basis functions network.

NEURAL NETWORK MODEL. FURNACE VANYUKOV. RBF NETWORK. RADIAL BASIS FUNCTION ACTIVATION. THE KOHONEN NETWORK.

Vasilyeva T.P., Myznikova B.I., Rusakov S.V. URBAN DEVELOPMENT MODELLING: PROBABILISTIC APPROACH.

In this paper, model including the description of two cooperating subsystems – «population» and «city-forming base» is presented. Construction of probability matrix of characteristics streams distribution between branch blocks, and probability matrix of migration between federal districts is presented. Interpretation of modelling results received by means of the real statistical data is given.

CITY-FORMING BASE. POPULATION. MACROSYSTEM APPROACH. PRODUCTION STREAMS. MIGRATION.

Taratoukhin V.V., Ovsyannikov M.V., Stogniy I.A. APPLICATION OF COMBINED HEURISTIC RULES IN THE PROBLEM OF HETEROGENEOUS RESOURCES ALLOCATION.

The paper considers the integration of three technologies of process management: to construct a model typical business processes, allocate resources and monitoring of the workflow in a single approach, which includes several steps. For stage resource allocation problem is formulated as resource allocation, copies of which have different properties and an algorithm for its solution.

PROCESS MANAGEMENT. RESOURCES ALLOCATION. COMBINE HEURISTIC RULES.

Potapenko A.N., Kanunnikova E.A., Potapenko T.A. FEATURES OF THE INVERSION METHOD FOR THE NUMERICAL DECISION OF THE EXTERNAL REGIONAL PROBLEMS CONNECTED WITH ELECTRIC FIELDS IN ATMOSPHERE.

The article are investigated features of the modified inversion method on an example with electric field definition concerning earthed lightning conductor rod taking into account a cloud and its boundary surface. Calculations results and their comparative analysis are presented.

THE EXTERNAL REGIONAL PROBLEM. THE MODIFIED INVERSION METHOD. THE LIGHTNING CONDUCTOR ROD. LIGHTNING STRIKE PROTECTION SYSTEM.

Antonov V.I., Zagaynov A.I., Vu van Quang THE DYNAMIC FRACTAL ANALYSIS OF HEART RATE VARIABILITY.

In the present study investigation of heart rate variability (sequence of time intervals between normal QRS-complexes of the electrocardiogram) by means of fractal method comes to a sustainable trend. The presented paper describes a number of difficulties associated with the use of the method and offers an alternative approach to solving them. Software based on this approach is created. Its work is demonstrated by the normal cardiac rhythm.

HEART RATE VARIABILITY. FRACTAL ANALYSIS. CORRELATION DIMENSION.

Korshikov S.E. MODELLING OF ELASTIC STRAIN FIELDS IN INDUCTION HEATING PROCESS OF ROTATING BILLETS.

In article the problem of mathematical modeling of the thermal deformations fields of innovative energy-saving technology of heating of aluminum billets by rotating in a DC magnetic field is considered. The method of structural problem solution by using finite element analysis package ANSYS are stated.

ELASTIC STRAIN. STRESSES. STRUCTURAL PROBLEM. INDUCTION HEATING. MODELLING.

Yakovis L.M., Gerok S.A. A SYSTEMS APPROACH TO THE DESIGNING OF COMPUTERIZED TECHNOLOGICAL COMPLEXES (AS AN EXAMPLE OF CONTROLLED PROCESSES FOR THE PREPARATION OF MULTICOMPONENT MIXES).

Given is a formalized statement and a pattern for an approximate solution of tasks for a joint development of technological complexes and control systems as applied to continuous processes. An example is given to use the developed methods for the task of the designing of computerized complexes for multicomponent mix preparation.

COMPUTERIZED TECHNOLOGICAL COMPLEXES. MATHEMATICAL MODELS. SIMULATION. OPTIMIZATION. MIX PREPARATION.

Tyurin S.F., Grekov A.V., Nabatov A.V. MICROHARDWARE-SOFTWARE RESTORATION OF LOGIC OF PROGRAMMED LOGIC INTEGRATED SCHEMES WITH USE IS FUNCTIONAL – FULL TOLERANT ELEMENTS.

The article considers the proposed restoration of the FPGA logic by microhardware-software implementation of logical functions, providing critical situations calculation of systems of boolean functions in the exhaustion of reserves for a few bars. The hardware part is proposed to build with the use of elements with FCT basis.

DEPENDABILITY. FAILURES. BASIS FUNCTION. FUNCTIONALLY-COMPLETE TOLERANT ELEMENT.





Zubkov, A.F., Derkachenko V.N., Barmin M.A. CLUSTER AND DISCRIMINANT ANALYSIS OF THE REGIONAL INSURANCE MARKET.

In the article the analysis of insurance markets and the main indicators revealed their heterogeneity. A technique to identify homogeneous regions in terms of the insurance market on the basis of cluster analysis. Obtained discriminant functions to refer to regions of the clusters.

INSURANCE. CLUSTER TECHNOLOGIES. HOMOGENEOUS REGIONS. DISCRIMINANT ANALYSIS. DISCRIMINANT FUNCTION. CLASSIFICATION.

**НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЕ ВЕДОМОСТИ СПбГУ**

**№ 1 (140) 2012**

Учредитель – Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

Издание зарегистрировано в Госкомпечати РФ, свидетельство № 013165 от 23.12.94

Редакция журнала

канд. техн. наук, д-р экон. наук, профессор *А.В. Бабкин* – научный редактор

*Е.А. Калинина* – литературный редактор, корректор

*Г.А. Пышкина* – ответственный секретарь, выпускающий редактор

Телефон редакции 552-62-16, 297-18-21

E-mail: [infocom@spbstu.ru](mailto:infocom@spbstu.ru)

Компьютерная верстка *А.Н. Смирнов*

Директор Издательства Политехнического университета *А.В. Иванов*

Лицензия ЛР № 020593 от 07.08.97

---

Подписано в печать 29.02.2012. Формат 60×84 1/8. Бум. тип. № 1.  
Печать офсетная. Усл. печ. л. 15,34. Уч.-изд. л. 15,34. Тираж 1000. Заказ

---

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет  
Издательство Политехнического университета  
член Издательско-полиграфической ассоциации университетов России  
Адрес университета и издательства: 195251, Санкт-Петербург, Политехническая ул., д. 29.