

DOI: 10.18721/JCSTCS.12304
УДК 621.39

ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ СОВМЕСТНОГО ПРИМЕНЕНИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ FTN-СИГНАЛОВ И ПОЛЯРНОГО КОДИРОВАНИЯ

А.С. Овсянникова, С.В. Завьялов, С.В. Волвенко

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Российская Федерация

Для развития будущих поколений сетей связи требуется повышать как спектральную, так и энергетическую эффективность. Первого можно добиться за счет применения оптимальных сигналов faster than Nyquist (FTN), которые занимают меньшую полосу частот по сравнению с «классическими» сигналами и могут быть переданы с увеличенной символьной скоростью. Повышение энергетической эффективности связано с применением кодов с исправлением ошибок, в частности, полярных кодов и турбокодов. Использование перечисленных выше методик в совокупности позволит приблизиться к границе Шеннона. В данной статье выполнена оценка эффективности совместного применения оптимальных сигналов и полярных кодов, а также приведено сравнение полярных кодов и турбокодов с точки зрения приближения к границе Шеннона.

Ключевые слова: faster than Nyquist, полярное кодирование, турбокодирование, спектральная эффективность, энергетическая эффективность, предел Шеннона.

Ссылка при цитировании: Овсянникова А.С., Завьялов С.В., Волвенко С.В. Оценка эффективности совместного применения оптимальных FTN-сигналов и полярного кодирования // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Информатика. Телекоммуникации. Управление. 2019. Т. 12. № 3. С. 48–57. DOI: 10.18721/JCSTCS.12304

THE EFFICIENCY ESTIMATION OF THE JOINT APPLICATION OF OPTIMAL FTN SIGNALS AND POLAR CODING

A.S. Ovsyannikova, S.V. Zavjalov, S.V. Volvenko

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University,
St. Petersburg, Russian Federation

To develop future generations of networks it is necessary to improve both spectral and energy efficiency. The first one may be improved due to the application of optimal faster than Nyquist (FTN) signals which occupy less bandwidth comparing to «classic» signals and may be transmitted with increased symbol rate. Improvement of energy efficiency is associated with the application of error-correcting coding, in particular, polar coding and turbo coding. The using of the techniques mentioned above in total allows becoming closer to the Shannon limit. In this paper, the efficiency of the joint application of optimal signals and polar coding was estimated and polar codes and turbo codes were compared in terms of the distance to the Shannon limit.

Keywords: faster than Nyquist, polar coding, turbo coding, spectral efficiency, energy efficiency, Shannon limit.

Citation: Ovsyannikova A.S., Zavjalov S.V., Volvenko S.V. The efficiency estimation of the joint application of optimal FTN signals and polar coding. St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Computer Science. Telecommunications and Control Systems, 2019, Vol. 12, No. 3, Pp. 48–57. DOI: 10.18721/JCSTCS.12304

Введение

Развитие многообещающих сетей широкополосного доступа пятого и следующих поколений связано с вопросами повышения спектральной и энергетической эффективности [1–6]. Использование «классических» сигналов не позволяет достичь значительных результатов в этой области. Намного более интересные результаты могут быть получены благодаря применению сигналов по технологии «быстрее чем Найквист» (faster than Nyquist – FTN), основной принцип которых – передача с увеличенной символьной скоростью R [7–9]. Однако увеличение символьной скорости обычно приводит к необходимости усложнения алгоритмов приема.

Разновидностью FTN-сигналов являются оптимальные сигналы увеличенной длительности [10, 11]. Форма импульса таких сигналов может быть получена в результате решения оптимизационной задачи с различными ограничениями [10–15]. Ограничения могут быть: скорость спада уровня внеполосных излучений, помехоустойчивость приема, пик-фактор случайной последовательности сигналов. При использовании ограничения на помехоустойчивость приема определенного уровня может быть реализован вариант приема сигналов с помощью алгоритма когерентного поэлементного приема [10, 11]. В таком случае скорость обработки информации повышается, упрощается структура и уменьшается стоимость конечного оборудования. В то же время помехоустойчивость приема близка к помехоустойчивости «классических» сигналов с прямоугольной формой импульса, передаваемых без интерференции во временной области [10, 11].

Кроме того, отметим, что использование оптимальных сигналов увеличенной длительности позволяет уменьшить занимаемую полосу частот ΔF , поэтому спектральная эффективность $R/\Delta F$ может быть значительно улучшена при минимальных энергетических затратах (не более 0,5 дБ), если символьная скорость R тоже велика.

Дополнительная возможность улучшения энергетической эффективности связа-

на с применением кодов с исправлением ошибок. Одним из вариантов таких кодов являются полярные коды, которые в последнее время набирают все большую популярность [16–18]. Данные коды рекомендованы для применения в сетях пятого и дальнейших поколений сетей связи [19].

Очевидно, что совместное применение оптимальных сигналов и кодов с исправлением ошибок должно обеспечить приближение к границе Шеннона. Граница Шеннона представляет собой зависимость теоретически достижимой энергетической эффективности E_b/N_0 (E_b – энергия бита, N_0 – спектральная плотность средней мощности шума) от спектральной эффективности $R/\Delta F$ в канале с аддитивным белым гауссовским шумом (АБГШ) с емкостью C [20, 21]:

$$E/N_0 = (2^{R/\Delta F} - 1) / (R / \Delta F). \quad (1)$$

Цель данной статьи – оценка эффективности совместного применения полярных кодов и оптимальных сигналов, а также сравнение полярных кодов и турбокодов [22, 23], которые широко применяются в четвертом поколении сетей связи.

Оптимальные сигналы увеличенной длительности

Рассмотрим случайную последовательность $s(t)$ оптимальных сигналов длительностью $T_s = LT$, где T – длительность одного модуляционного символа с формой импульса $a(t)$, несущей частотой f_0 и амплитудой A_0 , передаваемых со скоростью $R = r/T$:

$$s(t) = A_0 \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a(t - k/R) d^{(k)} \cos(2\pi f_0 t + \varphi^{(k)}), \quad (2)$$

где $d^{(k)}$ – k -й модуляционный символ, $\varphi^{(k)}$ – начальная фаза k -го символа. Будем использовать простейший вид модуляции ФМ2 ($d^{(k)} = \pm 1$, $\varphi^{(k)} = 0$).

Среди оптимизационных критериев выделяют критерий обеспечения заданной скорости спада уровня внеполосных излучений, которая определяется взвешивающей функцией $g(f) = f^{2n}$ ($n = 1, 2, \dots$). Формы импульсов $a(t)$, удовлетворяющие данному требованию, могут быть получены

путем минимизации оптимизационного функционала J [10–13]:

$$\arg \left\{ \min_{a(t)} (J) \right\},$$

$$J = \int_{-\infty}^{+\infty} g(f) \left| \int_{-\infty}^{+\infty} a(t) \exp(-j2\pi ft) dt \right|^2 df. \quad (3)$$

При решении оптимизационной задачи также вводятся дополнительные ограничения, например, на помехоустойчивость приема, которая зависит от уровня межсимвольной интерференции. Данное ограничение учитывает символьную скорость передачи R и может быть численно выражено с помощью коэффициента взаимной корреляции K_0 :

$$K = \max_{r=1..(RTL-1)} \left\{ \int_{r/R}^{LT} a(t) a(t-r/R) dt \right\} < K_0. \quad (4)$$

Для численного решения оптимизационной задачи удобно представить импульс в виде ограниченного ряда Фурье. Тогда оптимизационная задача минимизации функционала может быть преобразована в задачу поиска коэффициентов разложения $\{a_k\}_{k=1}^m$, минимизирующих функцию многих переменных следующего вида:

$$\min_{\{a_k\}_{k=1}^m} J \left(\{a_k\}_{k=1}^m \right),$$

$$J \left(\{a_k\}_{k=1}^m \right) = \frac{T_s}{2} \sum_{k=1}^m \left(\frac{2\pi}{T_s} k \right)^{2n} a_k^2. \quad (5)$$

Формы оптимальных импульсов длительностью $T_s = 12T, 14T, 16T$ и их энергетические спектры представлены на рис. 1.

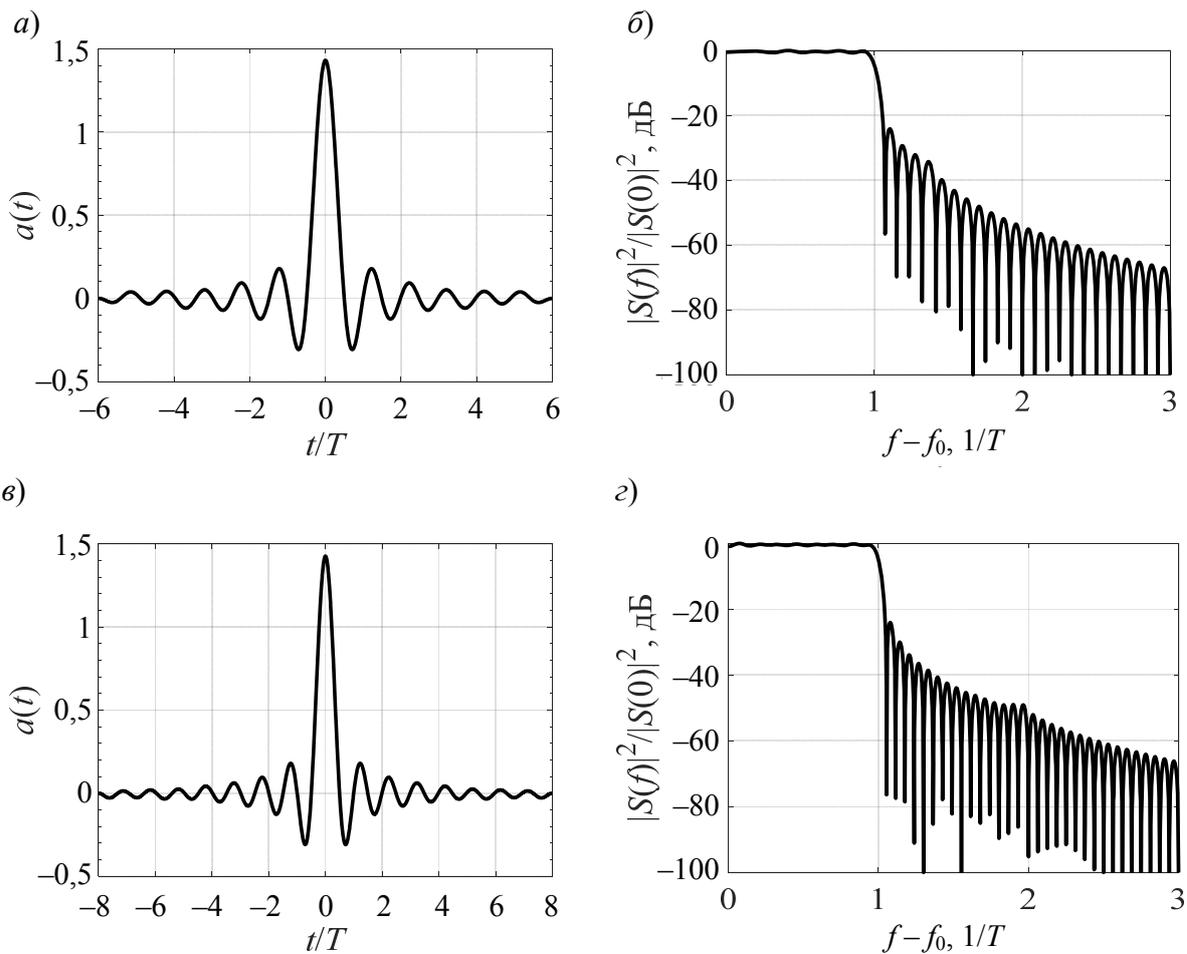


Рис. 1. Формы оптимальных импульсов и соответствующие им энергетические спектры:

$$n = 2, K_0 = 0,01, R = 2/T$$

Fig. 1. Optimal pulse shapes and corresponding energy spectra:

$$n = 2, K_0 = 0,01, R = 2/T$$

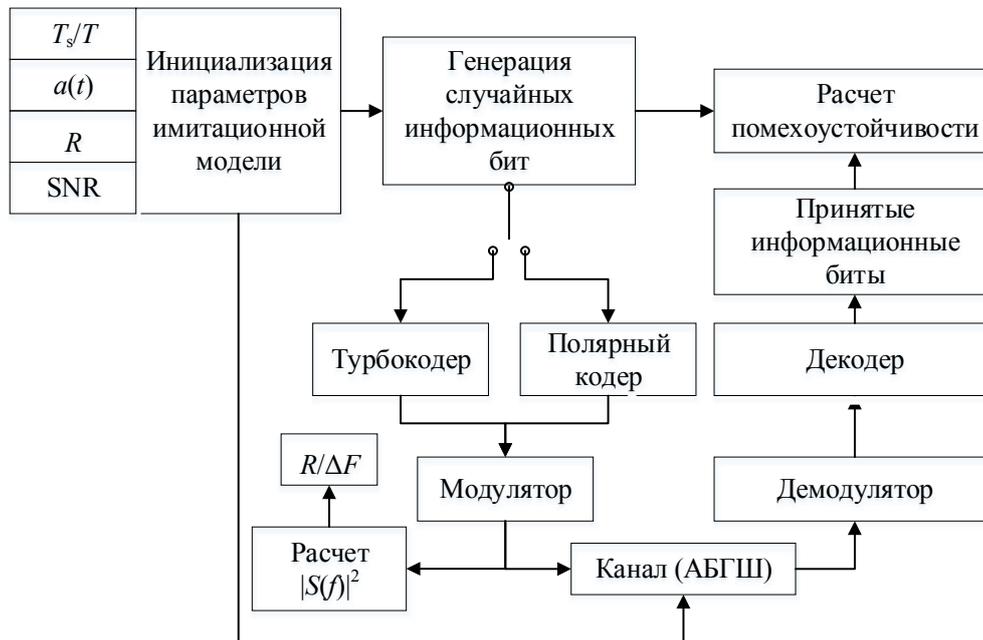


Рис. 2. Имитационная модель
Fig. 2. Simulation model

Имитационная модель

Блок-схема имитационной модели, разработанной в системе Matlab при использовании библиотеки LTE System Toolbox 5G Library, показана на рис. 2. Первым делом необходимо инициализировать параметры имитационной модели. Далее формируется случайная последовательность информационных битов и применяется либо полярное кодирование, либо турбокодирование. Кодовая скорость равна 1/2, размер входного блока составляет 128 битов, а размер кодового блока – 256 битов. Двойной бинарный циклический рекурсивный систематический сверточный код используется в турбокодере. Полярный код представлен следующими параметрами: количество битов CRC равно 24, количество битов проверки на четность равно нулю, входные биты подвергаются перемежению, выходные – не подвергаются*.

Последовательность кодовых битов поступает на вход модулятора оптимальных сигналов. После этого можно рассчитать энергетический спектр сформированного

сигнала, а также полосу занимаемых частот ΔF . В нашем случае будем определять ΔF по уровню энергетического спектра -30 дБ и -60 дБ. Спектральная эффективность $R/\Delta F$ рассчитывается для полученного значения ΔF . Затем сформированный сигнал проходит через блок, имитирующий канал с АБГШ.

Смесь сформированного сигнала и шума поступает на вход блока демодулятора. В данном блоке используется алгоритм когерентного поэлементного приема с мягкими решениями. Полученная последовательность мягких решений используется в блоке декодера соответствующего помехоустойчивого кода. Таким образом есть возможность найти энергетическую эффективность, представляющую собой отношение сигнал-шум E/N_0 , при котором достигается целевая вероятность ошибки $p_{\text{ош}} = 10^{-3}$.

В результате для заданного набора имитационных параметров будет получена одна точка в системе с координатами $\{E/N_0; R/\Delta F\}$. Помимо сравнения эффективности разных схем кодирования с исправлением ошибок также стоит рассмотреть эффективность как расстояние до кривой Шеннона. Обозначим минимальное расстояние между полученной точкой и множеством точек, описывающих кривую Шеннона, как d_{min} .

* GPP TS 38.212. 3rd Generation partnership Project; Technical Specification Group Radio Access Network; NR; Multiplexing and channel coding (Release 15), v15.0.0, 2017-12.

Результаты

Результаты имитационного моделирования для оптимальных сигналов длительностью $T_s = 12T, 14T, 16T$ можно увидеть на

рис. 3 а). Отметим, что символьная скорость R была выбрана равной $1/T$ и $2/T$. Точки, соответствующие «классическим» ФМ2 сигналам, приведены для сравнения.

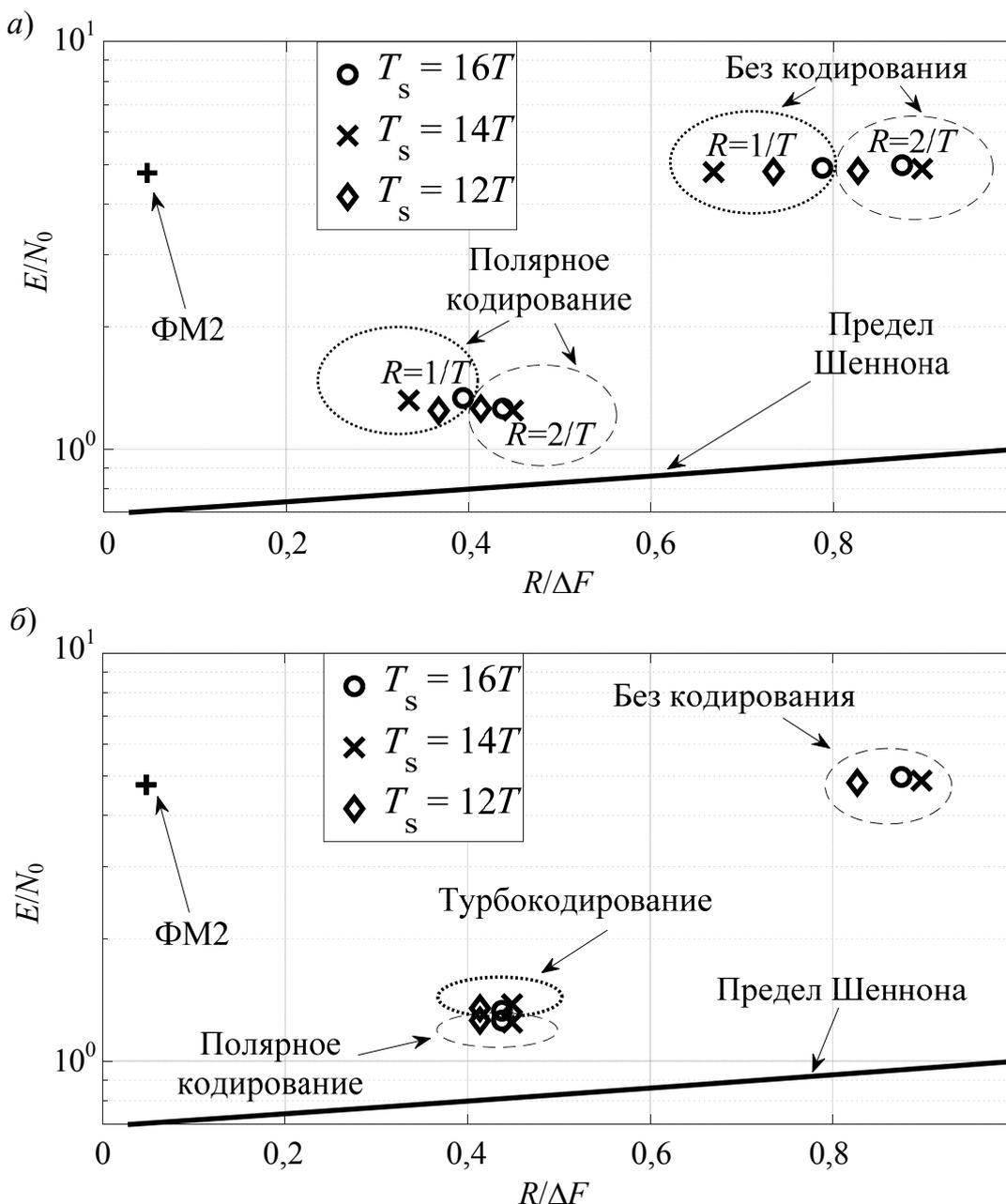


Рис. 3. Энергетическая и спектральная эффективность при использовании полярного кодирования и оптимальных сигналов с различной символьной скоростью (а), сравнение полярных кодов и турбокодов при символьной скорости $R = 2/T$ (б)

Fig. 3. Energy efficiency vs. spectral efficiency of optimal signals with different symbol rate in the case of polar coding (a), comparison between polar codes and turbo codes for symbol rate $R = 2/T$ (b)

Таблица 1

Уровень приближения к границе Шеннона
 (ΔF определяется по уровню -30 дБ энергетического спектра)

Table 1

The degree of approaching the Shannon limit
 (ΔF is determined for the level of -30 dB of energy spectrum)

T_s	d_{\min}					
	Турбокодирование		Полярное кодирование		Без кодирования	
	$R = 2/T$	$R = 1/T$	$R = 2/T$	$R = 1/T$	$R = 2/T$	$R = 1/T$
$16T$	0,50	0,52	0,43	0,52	3,31	3,34
$14T$	0,54	0,52	0,41	0,52	3,24	3,37
$12T$	0,52	0,51	0,44	0,44	3,26	3,33
«Классические» сигналы с ФМ2	3,80					

ΔF определяется по уровню -30 дБ энергетического спектра. Применение кодов с исправлением ошибок позволяет достичь выигрыша в E/N_0 при фиксированной вероятности ошибок, когда полоса занимаемых частот определяется по уровню -30 дБ, но приводит к ухудшению спектральной эффективности (рис. 3) из-за снижения скорости передачи полезной информации. Переход к увеличенной символической скорости позволяет получить выигрыш по спектральной эффективности в 19 %. Может показаться, что выигрыш в $R/\Delta F$ должен быть больше, но мы должны принять во внимание, что оптимальные сигналы были получены для фиксированных значений ограничений $n = 2$, $K_0 = 0,01$. Увеличение такого параметра оптимизационной задачи, как символическая скорость передачи, приведет к увеличению полосы частот ΔF , определяемой по заданному уровню энергетического спектра. В результате значение $R/\Delta F$ изменяется менее чем в два раза. Однако из-за фиксации параметра $K_0 = 0,01$ помехоустойчивость приема данных сигналов практически не меняется.

Сравнение полярных кодов и турбокодов (рис. 3 б и табл. 1) показывает преимущества полярных кодов. В среднем

применение полярных кодов позволяет приблизиться к границе Шеннона на 11 %. Выигрыш по сравнению с «классическими» сигналами с ФМ2 составляет около 86 %.

Отмеченные эффекты имеют место и в случае определения полосы занимаемых частот по уровню -60 дБ (рис. 4, табл. 2). Расстояние до границы Шеннона увеличивается в среднем на 5 %.

Выводы

Принимая все во внимание, мы можем подтвердить эффективность совместного применения оптимальных сигналов увеличенной длительности и кодов с исправлением ошибок с точки зрения приближения к границе Шеннона. Кроме того, полярное кодирование более эффективно по сравнению с турбокодами. Получение данного вывода позволяет предположить, что существует возможность преобразования выигрыша в спектральной эффективности в выигрыш в энергетической эффективности.

Дальнейшие исследования включают последующее увеличение символической скорости (до значений $10/T$) при усложнении алгоритмов приема с применением кодов с исправлением ошибок. На данный момент

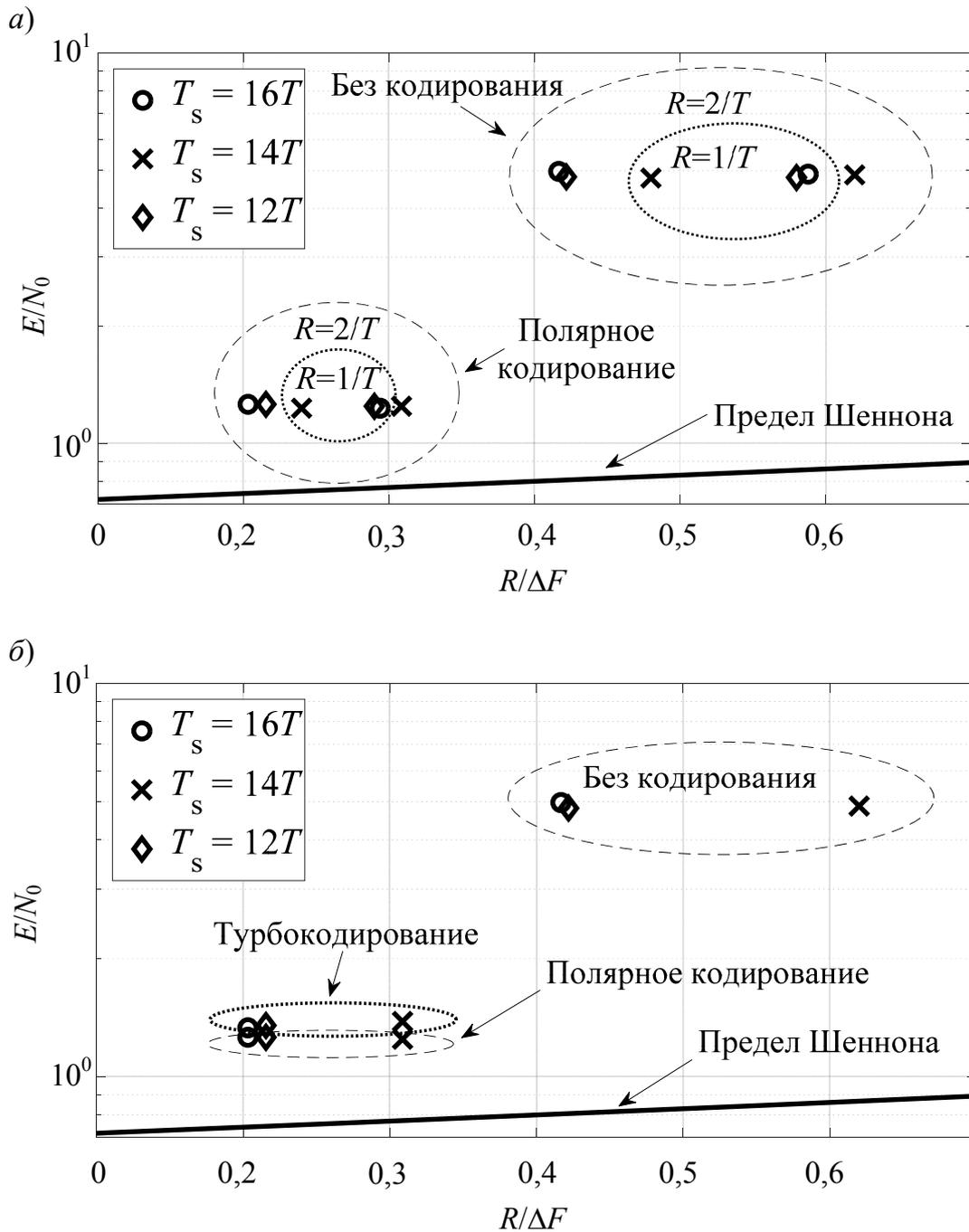


Рис. 4. Энергетическая и спектральная эффективность полярных кодов при различной символьной скорости (а); сравнение полярных кодов и турбокодов при символьной скорости $R = 2/T$ (б)

Fig. 4. Energy efficiency vs. spectral efficiency of optimal signals with different symbol rate in the case of polar coding (a), comparison between polar codes and turbo codes for symbol rate $R = 2/T$. ΔF is determined for the level of -60 dB of energy spectrum (b)

Таблица 2

Уровень приближения к границе Шеннона
(ΔF определяется по уровню -60 дБ энергетического спектра)

Table 2

The degree of approaching the Shannon limit
(ΔF is determined for the level of -60 dB of energy spectrum)

T_s	d_{\min}					
	Турбокодирование		Полярное кодирование		Без кодирования	
	$R = 2/T$	$R = 1/T$	$R = 2/T$	$R = 1/T$	$R = 2/T$	$R = 1/T$
16T	0,57	0,55	0,50	0,44	3,69	3,50
14T	0,58	0,54	0,45	0,46	3,46	3,52
12T	0,58	0,53	0,49	0,46	3,58	3,45

пока нет возможности получить оптимальные формы импульсов для символьной скорости R больше чем $2/T$. Следовательно, передача уже имеющихся сигналов с большей скоростью приведет к дополнительной интерференции, которая должна быть скомпенсирована на приеме за счет усложнения алгоритмов приема. Предварительные оценки показывают, что R может быть увеличена до $5/T$ с учетом применения кодов с исправлением ошибок и алгоритма приема «в целом» или алгоритма Витерби. Отметим, что в этом случае нет значительных энергетических потерь относительно помехоустойчивости, достигаемой без применения кодирования. Это может позволить увеличить спектральную эффектив-

ность более чем в два раза по сравнению с результатами, полученными в статье.

Другая область исследований включает в себя построение сигнально-кодовой конструкции, которая поможет максимизировать позитивный эффект от использования оптимальных сигналов и полярных кодов. Для этого потребуется использовать мягкие решения демодулятора оптимальных сигналов и изменить структуру полярного декодера.

Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ для государственной поддержки молодых российских ученых – кандидатов наук. Соглашение МК-1571.2019.8 № 075-15-2019-1155.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Guo Fan S., Zhou X., Ren Y., Li G.Y., Chen X. Faster-than-Nyquist signaling: An overview // IEEE Access. 2017. Vol. 5. Pp. 1925–1940.
 2. Gorlov A., Gelgor A., Popov E. Improving energy efficiency of partial response signals by using coded modulation // 2015 IEEE Internat. Black Sea Conf. on Communications and Networking. Constanta. 2015. Pp. 58–62.
 3. Petrov V., et al. Achieving end-to-end reliability of mission-critical traffic in softwarized 5G networks // IEEE Journal on Selected Areas in Communications. 2018. Vol. 36. No. 3. Pp. 485–501.
 4. Antonov E.O., Rashich A.V., Fadeev D.K., Tan N. Reduced complexity tone reservation peak-to-average power ratio reduction algorithm for

SEFDM signals // 2016 39th Internat. Conf. on Telecommunications and Signal Processing. Vienna, 2016. Pp. 445–448.
 5. Rashich A., Urvantsev A. Pulse-shaped multicarrier signals with nonorthogonal frequency spacing // 2018 IEEE Internat. Black Sea Conf. on Communications and Networking. Batumi, 2018. Pp. 1–5.
 6. Kholmov M., Fadeev D. The effectiveness of active constellation extension for PAPR reduction in SEFDM systems // 2018 IEEE Internat. Conf. on Electrical Engineering and Photonics. St. Petersburg, 2018. Pp. 116–118.
 7. Mazo J.E. Faster-than-Nyquist signaling // The Bell System Technical Journal. 1975. Vol. 54. No. 8. Pp. 1451–1462.

8. **Gattami A., Ringh E., Karlsson J.** Time localization and capacity of faster-than-Nyquist signaling // 2015 IEEE Global Communications Conf. 2015. Pp. 1–7.
9. **Zhou J., Li D., Wang X.** Generalized faster-than-Nyquist signaling // 2012 IEEE Internat. Symp. on Information Theory Proceedings. 2012. Pp. 1478–1482.
10. **Zavjalov S.V., Makarov S.B., Volvenko S.V.** Duration of nonorthogonal multifrequency signals in the presence of controlled intersymbol interference // 2015 7th Internat. Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops. Brno, 2015. Pp. 49–52.
11. **Zavjalov S.V., Volvenko S.V., Makarov S.B.** A method for increasing the spectral and energy efficiency SEFDM signals // IEEE Communications Letters. 2016. Vol. 20. Pp. 2382–2385.
12. **Waldman D.G., Makarov S.B.** Synthesis of spectral-effective modulation techniques for digital communication systems // Proc. of the 1st IEEE Internat. Conf. on Circuits and Systems for Communications. 2002. Pp. 432–435.
13. **Sadovaya Y., Gelgor A.** Synthesis of signals with a low-level of out-of-band emission and peak-to-average power ratio // 2018 IEEE Internat. Conf. on Electrical Engineering and Photonics. St. Petersburg, 2018. Pp. 103–106.
14. **Gelgor A., Gorlov A., Nguyen V.P.** Performance analysis of SEFDM with optimal subcarriers spectrum shapes // 2017 IEEE Internat. Black Sea Conf. on Communications and Networking. Istanbul, 2017. Pp. 1–5.
15. **Gelgor A., Gorlov A.** A performance of coded modulation based on optimal faster-than-Nyquist signals // 2017 IEEE Internat. Black Sea Conf. on Communications and Networking. Istanbul, 2017. Pp. 1–5.
16. **Arikan E.** Channel Polarization: A method for constructing capacity-achieving codes for symmetric binary-input memoryless channels // IEEE Transactions on Information Theory. 2009. Vol. 55. No. 7. Pp. 3051–3073.
17. **Trifonov P.** Randomized chained polar subcodes // 2018 IEEE Wireless Communications and Networking Conf. Workshops. Barcelona, 2018. Pp. 25–30.
18. **Trifonov P.** A score function for sequential decoding of polar codes // 2018 IEEE Internat. Symp. on Information Theory. Vail, CO, 2018. Pp. 1470–1474.
19. **Wang J., et al.** Spectral efficiency improvement with 5G technologies: Results from field tests // IEEE J. on Selected Areas in Communications. 2017. Vol. 35. No. 8. Pp. 1867–1875.
20. **Shannon C.E.** A mathematical theory of communication // The Bell System Technical Journal. 1948. Vol. 27. No. 4. Pp. 623–656.
21. **Shannon C.E.** Probability of error for optimal codes in a Gaussian channel // The Bell System Technical Journal. 1959. Vol. 38. No. 3. Pp. 611–656.
22. **Berrou C., Glavieux A., Thitimajshima P.** Near Shannon limit error-correcting coding and decoding: Turbo-codes. 1 // 1993 IEEE Internat. Conf. on Communications, Technical Program, Conf. Record. Geneva, 1993. Vol. 2. Pp. 1064–1070.
23. **Hui Jin, McEliece R.J.** Coding theorems for turbo code ensembles // IEEE Transactions on Information Theory. 2002. Vol. 48. No. 6. Pp. 1451–1461.

Статья поступила в редакцию 02.07.2019.

REFERENCES

1. **Guo Fan S., Zhou X., Ren Y., Li G.Y., Chen X.** Faster-than-Nyquist signaling: An overview. *IEEE Access*, 2017, Vol. 5, Pp. 1925–1940.
2. **Gorlov A., Gelgor A., Popov E.** Improving energy efficiency of partial response signals by using coded modulation. *2015 IEEE International Black Sea Conference on Communications and Networking*, Constanta, 2015, Pp. 58–62.
3. **Petrov V., et al.** Achieving end-to-end reliability of mission-critical traffic in softwarized 5G networks. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2018, Vol. 36, No. 3, Pp. 485–501.
4. **Antonov E.O., Rashich A.V., Fadeev D.K., Tan N.** Reduced complexity tone reservation peak-to-average power ratio reduction algorithm for SEFDM signals. *2016 39th International Conference on Telecommunications and Signal Processing*, Vienna, 2016. Pp. 445–448.
5. **Rashich A., Urvantsev A.** Pulse-shaped multicarrier signals with nonorthogonal frequency spacing. *2018 IEEE International Black Sea Conference on Communications and Networking*, Batumi, 2018, Pp. 1–5.
6. **Kholmov M., Fadeev D.** The effectiveness of active constellation extension for PAPR reduction in SEFDM systems. *2018 IEEE International Conference on Electrical Engineering and Photonics*, St. Petersburg, 2018, Pp. 116–118.

7. **Mazo J.E.** Faster-than-Nyquist signaling. *The Bell System Technical Journal*, 1975, Vol. 54, No. 8, Pp. 1451–1462.
8. **Gattami A., Rindh E., Karlsson J.** Time localization and capacity of faster-than-Nyquist signaling. *2015 IEEE Global Communications Conference*, 2015, Pp. 1–7.
9. **Zhou J., Li D., Wang X.** Generalized faster-than-Nyquist signaling. *Information Theory Proceedings, 2012 IEEE International Symposium on*, 2012, Pp. 1478–1482.
10. **Zavjalov S.V., Makarov S.B., Volvenko S.V.** Duration of nonorthogonal multifrequency signals in the presence of controlled intersymbol interference. *2015 7th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops*, Brno, 2015, Pp. 49–52.
11. **Zavjalov S.V., Volvenko S.V., Makarov S.B.** A method for increasing the spectral and energy efficiency SEFDM signals. *IEEE Communications Letters*, 2016, Vol. 20, Pp. 2382–2385.
12. **Waldman D.G., Makarov S.B.** Synthesis of spectral-effective modulation techniques for digital communication systems. *Proceedings of the 1st IEEE International Conference on Circuits and Systems for Communications*, 2002, Pp. 432–435.
13. **Sadovaya Y., Gelgor A.** Synthesis of signals with a low-level of out-of-band emission and peak-to-average power ratio. *2018 IEEE International Conference on Electrical Engineering and Photonics*, St. Petersburg, 2018, Pp. 103–106.
14. **Gelgor A., Gorlov A., Nguyen V.P.** Performance analysis of SEFDM with optimal subcarriers spectrum shapes. *2017 IEEE International Black Sea Conference on Communications and Networking*, Istanbul, 2017, Pp. 1–5.
15. **Gelgor A., Gorlov A.** A performance of coded modulation based on optimal faster-than-Nyquist signals. *2017 IEEE International Black Sea Conference on Communications and Networking*, Istanbul, 2017, Pp. 1–5.
16. **Arikan E.** Channel polarization: A method for constructing capacity-achieving codes for symmetric binary-input memoryless channels. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2009, Vol. 55, No. 7, Pp. 3051–3073.
17. **Trifonov P.** Randomized chained polar subcodes. *2018 IEEE Wireless Communications and Networking Conference Workshops*, Barcelona, 2018, Pp. 25–30.
18. **Trifonov P.** A score function for sequential decoding of polar codes. *2018 IEEE International Symposium on Information Theory*, Vail, CO, 2018, Pp. 1470–1474.
19. **Wang J., et al.** Spectral efficiency improvement with 5G technologies: results from field tests. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2017, Vol. 35, No. 8, Pp. 1867–1875.
20. **Shannon C.E.** A mathematical theory of communication. *The Bell System Technical Journal*, 1948, Vol. 27, No. 4, Pp. 623–656.
21. **Shannon C.E.** Probability of error for optimal codes in a Gaussian channel. *The Bell System Technical Journal*, 1959, Vol. 38, No. 3, Pp. 611–656.
22. **Berrou C., Glavieux A., Thitimajshima P.** Near Shannon limit error-correcting coding and decoding: Turbo-codes. 1. *1993 IEEE International Conference on Communications, Technical Program, Conference Record*, Geneva, 1993, Vol. 2, Pp. 1064–1070.
23. **Hui Jin, McEliece R.J.** Coding theorems for turbo code ensembles. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2002, Vol. 48, No. 6, Pp. 1451–1461.

Received 02.07.2019.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ / THE AUTHORS

ОВСЯННИКОВА Анна Сергеевна
OVSYANNIKOVA Anna S.
 E-mail: anny-ov97@mail.ru

ЗАВЬЯЛОВ Сергей Викторович
ZAVJALOV Sergey V.
 E-mail: zavjalov_sv@spbstu.ru

ВОЛВЕНКО Сергей Валентинович
VOLVENKO Sergey V.
 E-mail: volk@cee.spbstu.ru