DOI: 10.18721/JCSTCS.10307
УДК 004.896

# ПРИНЦИПЫ НЕГОЛОНОМНОЙ МЕХАНИКИ В УПРАВЛЕНИИ ДВИЖЕНИЕМ ГРУППЫ ТРАНСПОРТНЫХ РОБОТОВ

*А.С. Смирнов[1], Б.А. Смольников[1], В.А. Леонтьев[2]*

[1]Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация;

[2]Центральный научно-исследовательский и опытно-конструкторский институт робототехники и технической кибернетики, Санкт-Петербург, Российская Федерация

Обсуждены вопросы централизованного управления движением отдельного минипоезда, входящего в состав группы роботов и состоящего из 5-6 грузовых тележек, шарнирно связанных друг с другом. Эти тележки образуют своеобразный «неголономный хвост», боковые перемещения которого с трудом поддаются контролю и корректировке, тем самым представляя опасность для окружающих членов группы. Кроме ухудшения ходовой компактности, эти боковые колебания хвоста существенно снижают устойчивость движения цепочки тележек и даже влияют на динамику движения и маневрирования головного модуля. Для оценки этих опасностей и выбора предельно допустимой скорости движения минипоезда в статье построена и проанализирована математическая модель движения неголономной цепочки, позволяющая центральному оператору прогнозировать форму и размеры опасной зоны отдельного минипоезда, тем самым предотвращая возникновение нештатных ситуаций.

**Ключевые слова:** группа роботов; минипоезд; неголономный хвост; головной модуль; централизованное управление.

**Ссылка при цитировании:** Смирнов А.С., Смольников Б.А., Леонтьев В.А. Принципы неголономной механики в управлении движением группы транспортных роботов // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Информатика. Телекоммуникации. Управление. 2017. Т. 10. № 3. С. 83—91. DOI: 10.18721/JCSTCS.10307

# PRINCIPLES OF NONHOLONOMIC MECHANICS IN CONTROLLING A TRANSPORT ROBOT GROUP

*A.S. Smirnov[1], B.A. Smolnikov[1], V.A. Leontev[2]*

[1]Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russian Federation;

[2]State Scientific Center for Robotics and Technical Cybernetics (RTC), St. Petersburg, Russian Federation

The problems of centralized control of motion of a separate mini-train that is part of a robot group are discussed. Each mini-train consists of 5-6 trolleys jointly connected one by one. These trolleys are a kind of a «nonholonomic tail» whose lateral movements are difficult to control and adjust, thus being a danger to other members of the group. These lateral oscillations worsen the trajectory compactness, and they also significantly reduce the stability of the whole chain and affect the dynamics and maneuvering of the heading module. To estimate these dangers and select the maximum permissible speed of the mini-train, a mathematical model of motion of such nonholonomic chain is built and analyzed in the article. It allows the central operator to predict the shape and dimensions of the danger zone for a separate mini-train, and to therefore prevent the occurrence of abnormal situations.

**Keywords:** robot group; mini-train; nonholonomic movement; stability of movement; centralized control.

**Citation:** Smirnov A.S., Smolnikov B.A., Leontev V.A. Principles of Nonholonomic Mechanics in Controlling a Transport Robot Group. St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Computer Science. Telecommunications and Control Systems. 2017, Vol. 10, No. 3, Pp. 83–91. DOI: 10.18721/JCSTCS.10307

## Введение

Постепенное внедрение разнообразных роботов в реальную жизнь современного общества поднимает множество проблем их рационального использования в различных ситуациях, причем эти проблемы не только носят экономический характер, но и порождают вопросы выделения сфер их применения, разработки специальных правил общения и/или обращения с ними и т. д. [1, 2]. Особенно важную роль эти вопросы сыграют в тех ситуациях, когда вместо одиночных роботов различных конструкций и различного назначения будут создаваться для решения тех или иных задач специализированные группы роботов, содержащие либо несколько роботов, либо несколько десятков роботов [3]. Именно такие группы смогут стать серьезным стимулом экономического или военного прогресса, и именно здесь на первый план выйдут требования к формированию рациональных принципов эксплуатации групп роботов и законов управления ими [4, 5].

Следует подчеркнуть, чем отличается в смысле управляемости группа роботов от группы живых организмов. Основные отличия в «мышлении» роботов по сравнению с мышлением живых организмов состоят в том, что они лишены чувства страха перед уничтожением или внезапным повреждением (разумеется, в пределах заданной программы поведения), хотя в случае крайней необходимости могут совершать такие действия, как самоподрыв или иной экстремальный акт. Кроме того, в случае возникновения любых непредвиденных обстоятельств робот не может столь же целесообразно найти рациональный выход из сложившейся ситуации, как это может сделать человек [6]. Особенно заметно это различие в поведении проявляется при групповом использовании людей или роботов [7]. В группе людей-исполнителей каждый индивидуум выбирает принцип локальной оптимизации своих действий, тогда как в группе роботов-исполнителей, обладающих менее совершенной и менее универсальной сенсорикой, их действия должны контролироваться и координироваться неким центральным оператором, обладающим глобальной информацией о текущем расположении и состоянии группы и окружающей среды [8]. Эта глобальность является важным преимуществом группы роботов перед группой людей, однако она требует и более четкого управления со стороны центрального оператора.

Разумеется, конкретный режим группового управления определяется заданными целями и ресурсами проводимой операции, однако в ней всегда первостепенную роль играет тесное и целенаправленное взаимодействие отдельных роботов [9]. Характер этого взаимодействия зависит как от конструктивных особенностей роботов, так и от типа совместно выполняемых операций [10]. Именно эти факторы определяют идеологию и технологию процессов управления групповым поведением. Следует также подчеркнуть тесную взаимосвязь алгоритмов управления с конструктивными особенностями роботов, образующих группу, т. к. именно эти особенности нередко предопределяют как стратегию, так и тактику действий центрального оператора [11, 12].

### Постановка задачи

Обратимся к рассмотрению весьма специфической группы транспортных роботов, используемых в цехах крупных автомобильных заводов [13, 14]. Основная функция этих роботов – развозка деталей и устройств по автосборочным линиям и конвейерам [15]. В силу большого разнообразия и большого количества доставляемых деталей, транспортные роботы представляют собой подобие автопоездов с электротягой, снующих по огромной цеховой территории по самым разнообразным трассам и с разными скоростями [16]. Головной модуль каждого минипоезда снабжен системой управления и аппаратурой наблюдения за окружающей обстановкой. Прицепленные к нему грузовые тележки не имеют собственной системы управления и образуют пассивную неголономную цепочку, состоящую из 5-6 отдельных звеньев.

Рассматривая этот минипоезд как отдельного робота с весьма длинной хвостовой частью, отметим, что он представляет собой нестандартно управляемый неполноприводный объект, обладающий в процессе движения переменной конфигурацией, которая зависит от режима движения головного модуля, и испытывающий серьезные проблемы с устойчивостью движения по некоторым траекториям. Под переменной конфигурацией здесь понимается переменная геометрия ломаной линии, образованной межшарнирными отрезками цепочки тележек.

Эти проблемы приобретают особую важность, если учесть, что на существующих крупных автозаводах число подобных транспортных минипоездов, перемещающихся в одном цеху, может достигать 100 единиц и более. В таких условиях во избежание их столкновений необходимо гарантировать четкую динамическую конфигурацию хвостовой части каждого робота, поведение которой при неполноприводном управлении требует повышенного внимания центрального оператора.

Цель настоящей статьи – построение и анализ математической модели неголономной цепочки грузовых тележек, следующих за тяговым модулем, а также прогнозирование текущей конфигурации цепочки с учетом неголономных связей.

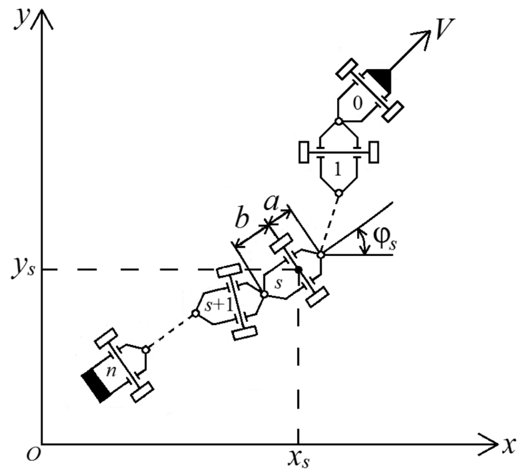
### Построение и анализ математической модели

Чтобы выяснить возникающие здесь неблагоприятные ситуации и оценить диапазон поперечных колебаний хвостовой части робота, рассмотрим упрощенную кинематическую картину этих колебаний, обусловленную неголономным характером движений каждой грузовой тележки (т. е. каждого звена цепочки) [17, 18]. Обозначая индексом $s$ номер $s$-го модуля этой цепочки, положим, что головной (т. е. тяговый) модуль имеет $s = 0$, так что декартовы координаты его центра (под которым будем понимать точку пересечения его продольной оси с осью качения его тяговой колёсной пары) будут $x_0$, $y_0$, а угол $\varphi_0$ будет углом между его продольной осью и осью $Ox$. Аналогичные обозначения примем и для прочих модулей цепочки (см. рисунок).

Положим теперь, что первый модуль по указанию центрального оператора совершает заданное движение по плоскости $Oxy$, а остальные модули, шарнирно связанные с ним и между собой, образуют протяженную кинематическую цепочку, звенья которой связаны между собой как голономными, так и неголономными связями [19]. Примем, что все звенья совершенно одинаковы, имеют длину между шарнирами $a+b$ и положение $s$-го модуля на плоскости $xy$ определяется обобщенными координатами $x_s$, $y_s$, $\varphi_s$, где $x_s$, $y_s$ – декартовы координаты его центра (точки пересечения продольной оси звена с осью колесной пары), а $\varphi_s$ – угол между продольной осью звена и осью $x$. Ясно, что между обобщенными координатами соседних модулей существуют следующие соотношения связи:

$$\begin{aligned} x_{s+1} &= x_s - b\cos\varphi_s - a\cos\varphi_{s+1}; \\ y_{s+1} &= y_s - b\sin\varphi_s - a\sin\varphi_{s+1}. \end{aligned} \qquad (1)$$

Кроме этих голономных связей суще-




Цепочка грузовых тележек

ствуют также и неголономные связи, выражающие требование коллинеарности вектора скорости центра $s$-го модуля с его продольной осью [20, 21]:

$$\dot{x}_s \sin\varphi_s - \dot{y}_s \cos\varphi_s = 0. \quad (2)$$

Далее будем считать, что головной модуль, отвечающий $s = 0$, является тягачом и совершает некоторое предписанное движение по плоскости $xy$, тогда как остальные $n$ звеньев образуют ее «неголономный хвост», характер движения которого мы и хотим изучить.

Подставляя теперь в соотношение (2) выражения для $x_s$, $y_s$, согласно (1) придем к следующей системе уравнений:

$$\dot{x}_0 \sin\varphi_0 - \dot{y}_0 \cos\varphi_0 = 0$$
$$\dot{x}_0 \sin\varphi_1 - \dot{y}_0 \cos\varphi_1 +$$
$$+ b\dot{\varphi}_0 \cos(\varphi_0 - \varphi_1) + a\dot{\varphi}_1 = 0$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$
$$\dot{x}_0 \sin\varphi_n - \dot{y}_0 \cos\varphi_n +$$
$$+ b\dot{\varphi}_0 \cos(\varphi_n - \varphi_0) + (a+b)\dot{\varphi}_1 \cos(\varphi_0 - \varphi_1) +$$
$$+ (a+b)\dot{\varphi}_2 \cos(\varphi_n - \varphi_2) + \ldots$$
$$\ldots + (a+b)\dot{\varphi}_{n-1} \cos(\varphi_1 - \varphi_{n-1}) + a\dot{\varphi}_n = 0.$$

Если считать, что в этой системе уравнений координаты тягового модуля заданы как функции времени $x_0(t)$, $y_0(t)$, то угол $\varphi_0$ найдется из первого уравнения, тогда как остальные $n$ уравнений будут вполне достаточны для нахождения $n$ переменных $\varphi_1$, $\varphi_2$, ..., $\varphi_n$. Поэтому систему (3) можно с полным правом назвать системой уравнений движения рассматриваемой неголономной цепочки. При этом, как видно, отпадает необходимость использования динамических свойств цепочки, а, следовательно, и динамических уравнений.

Таким образом, весь процесс движения цепочки предопределен движением ее головного звена и условиями неголономных связей. Интересно отметить, что согласно стандартному определению числа степеней свободы механической системы (число обобщенных координат минус число уравнений связей) у данной цепочки оно оказывается равным нулю, что противоречит здравому смыслу [22]. Уместно поэтому считать, что рассматриваемая цепочка имеет только кинематические степени свободы, не подпадающие под приведенное определение, которое следует относить к механическим системам с явно выраженными динамическими свойствами.

Построенная система (3) представляет собой нелинейную систему дифференциальных уравнений, имеющую цепную структуру и допускающую возможность последовательного интегрирования уравнений первого порядка. Второй особенностью этой системы является тот факт, что движение ($s$+1)-го модуля цепочки полностью предопределено движением ее $s$-го модуля (это следует из исходных соотношений (1), (2)). Поэтому если какому-либо заданному режиму движения головного модуля отвечает аналогичный режим движения следующего за ним первого модуля, то и движения всех последующих модулей будут также происходить в подобном режиме, хотя возможно, с несколько измененными параметрами.

Чтобы выявить основные свойства изучаемой системы, рассмотрим некоторые простейшие режимы ее движения.

Пусть, например, головной модуль совершает равномерное движение по окружности радиуса $R$. Нетрудно понять, что после некоторого переходного процесса и все прочие модули цепочки выйдут на круговые траектории, образовав равномерно вращающуюся спираль. Геометрия этой спирали определится, очевидно, последовательностью межзвенных углов $\psi_s = \varphi_{s-1} - \varphi_s$, а также последовательностью радиусов траекторных окружностей $\rho_s = \sqrt{x_s^2 + y_s^2}$. Для нахождения этих последовательностей положим, что

$$\begin{aligned} x_0(t) &= R\sin\Omega t \qquad y_0(t) = -R\cos\Omega t \\ \dot{x}_0(t) &= \Omega R\cos\Omega t \qquad \dot{y}_0(t) = \Omega R\sin\Omega t. \end{aligned} \tag{4}$$

Подставляя эти значения в (3), найдем $\varphi_1 = \Omega t$. Для угла $\psi_1$ получим уравнение

$$b\cos\psi_1 - R\sin\psi_1 = -a, \tag{5}$$

решение которого есть

$$\operatorname{tg}\frac{\psi_1}{2} = \frac{a+b}{R + \sqrt{R^2 + b^2 - a^2}}. \tag{6}$$

Отсюда следует необходимость выполнения ограничения на параметры спирали:

$$a \le \sqrt{R^2 + b^2}. \tag{7}$$

Соответствующий радиус окружности $\rho_1$ согласно (1) представится выражением:

$$\begin{aligned} \rho_1^2 &= R^2 + a^2 + b^2 + 2ab\cos\psi_1 - 2bR\sin\psi_1 = \\ &= R^2 + b^2 - a^2, \end{aligned} \tag{8}$$

из которого становится понятным смысл ограничения (7). Видно также, что если «хвостовая» часть модуля превышает его «головную» часть, т. е. $b > a$, то $\rho_1 > R$ и, следовательно, $\rho_{s+1} > \rho_s$, так что спираль будет раскручиваться с ростом номера $s$. Если же $b < a$, то спираль будет скручиваться. Наконец, при $b = a$ все модули будут двигаться по начальной окружности радиуса $R$.

Чтобы выявить геометрические свойства полученной спирали, положим $b/a = \beta$ и запишем соотношения (6) и (8) в виде

$$\rho_s^2 - \rho_{s-1}^2 = a^2(\beta^2 - 1),\ \operatorname{tg}\frac{\psi_1}{2} = \frac{\rho_s - \rho_{s-1}}{a(\beta - 1)}. \tag{9}$$

Видно, что при $a << \rho_s$ второе из написанных выражений может быть представлено в виде

$$\Delta\rho = \frac{1}{2}a(\beta - 1)\Delta\varphi, \tag{10}$$

показывающем, что приращение радиуса спирали оказывается пропорциональным приращению полярного угла. Этим свойством, как известно, обладает спираль Архимеда, к которой и будет стремиться рассматриваемая цепочка по мере роста радиуса $\rho_s$.

Исследуем теперь устойчивость прямолинейного движения цепочки. С этой целью, примем в системе (3), что $\dot{x}_0 = V$, $\dot{y}_0 = 0$, и линеаризуя ее вблизи невозмущенного движения $\varphi_s = 0$, представим ее в виде ($\nu = V/a$):

$$\begin{gathered} \dot{\varphi}_1 + \nu\varphi_1 = 0 \\ (1+\beta)\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2 + \nu\varphi_2 = 0 \\ (1+\beta)\dot{\varphi}_1 + (1+\beta)\dot{\varphi}_2 + \dot{\varphi}_3 + \nu\varphi_3 = 0 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ (1+\beta)\dot{\varphi}_1 + (1+\beta)\dot{\varphi}_2 + \ldots + \dot{\varphi}_n + \nu\varphi_n = 0. \end{gathered} \tag{11}$$

Видно, что характеристический определитель этой системы имеет треугольную структуру, так что отвечающее ему характеристическое уравнение

$$\Delta(p) = (p + \nu)^n = 0 \tag{12}$$

имеет $n$-кратный, вещественный отрицательный корень, гарантирующий асимптотическую устойчивость прямолинейной траектории. Тем не менее, высокая кратность этого корня (при достаточно большом $n$) говорит о том, что частные решения системы (11) будут иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} \varphi_s = e^{-\nu t}[c_1 + c_2(\nu t) + c_3(\nu t)^2 + \ldots \\ \ldots + c_s(\nu t)^{s-1}], \end{aligned} \tag{13}$$

где $c_1, \ldots, c_s$ – константы. Ясно, что эти решения будут при $t \to \infty$ обращаться в ноль, однако в силу своей немонотонности могут проходить через весьма значительные максимальные значения. Это означает, что с ростом $s$ уровень возмущений нарастает, ввиду чего хвостовые модули испытывают более значительные отклонения от невозмущенной траектории, чем модули, близкие к тягачу. Этот эффект хорошо известен на практике и, как видно, в его возникновении существенную роль играют неголономные свойства цепочки.

В заключение рассмотрим наиболее интересный синусоидальный режим движения головного модуля, когда

$$\begin{aligned} \dot{x}_0 = V = \text{const},\ y_0 = a\delta\sin\Omega t, \\ \dot{y}_0(t) = a\Omega\delta\cos\Omega t, \end{aligned} \tag{14}$$

где $\delta$ — безразмерная амплитуда поперечных смещений головного модуля.

Полагая, что при $\delta << 1$ углы $\varphi_s$ также остаются достаточно малыми, линеаризуем систему (3), приведя ее к виду:

$$\begin{gathered} V\varphi_0 = a\Omega\delta\cos\Omega t, \\ a\dot{\varphi}_1 + V\varphi_1 = a\Omega\delta\cos\Omega t - b\dot{\varphi}_0 \\ a\dot{\varphi}_2 + V\varphi_2 = a\Omega\delta\cos\Omega t - b\dot{\varphi}_0 - (a+b)\dot{\varphi}_1 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \end{gathered} \tag{15}$$

Эта система решается путем последовательной интеграции цепочки линейных уравнений, в результате чего находим:

$$\begin{gathered} \varphi_0 = \frac{\Omega\delta}{\nu}\cos\Omega t \\ \varphi_1 = \frac{\Omega\delta}{\nu(\Omega^2+\nu^2)}[\Omega\nu(1+\beta)\sin\Omega t + \\ + (\nu^2 - \beta\Omega^2)\cos\Omega t]. \end{gathered} \tag{16}$$

Записывая решение уравнения для угла $\varphi_1$ в виде

$$\varphi_1 = \frac{\Omega\delta}{\nu(\Omega^2+\nu^2)} \times$$

$$\times \sqrt{(\nu^2-\beta\Omega^2)^2 + \Omega^2\nu^2(1+\beta)^2}\cos(\Omega t - \gamma_1), \tag{17}$$

$$\mathrm{tg}\gamma_1 = \frac{\Omega\nu(1+\beta)}{\nu^2-\beta\Omega^2},$$

замечаем, что оно по своему характеру повторяет колебательное движение головного модуля, хотя и с измененной амплитудой и с некоторым запаздыванием по фазе. Этот сдвиг фазы характеризуется углом $\gamma_1$, который может принимать различные значения в зависимости от соотношения параметров $\nu$, $\beta$, $\Omega$. В частности, при $\beta = \nu^2/\Omega^2$ этот сдвиг оказывается равным $\pi/2$.

Более важным является отношение амплитуды угловых колебаний первого модуля к амплитуде колебаний головного. Для оценки этого отношения введем коэффициент

$$K_{01} = \left(\frac{\mathrm{am}\,\varphi_1}{\mathrm{am}\,\varphi_0}\right)^2 = \frac{\nu^2+\beta^2\Omega^2}{\Omega^2+\nu^2}, \tag{18}$$

величина которого, очевидно, существенно зависит от $\beta$. Так, если $\beta = 1$, то $K_{01} = 1$, и амплитуда колебаний модуля оказывается равной амплитуде тягача. При $\beta > 1$ или $\beta < 1$ происходит ее увеличение или уменьшение соответственно. Нетрудно показать, что аналогичный характер носят и поступательные движения этого модуля. Так, линеаризуя второе из соотношений (1), найдем из него:

$$y_1 = y_0 - b\varphi_0 - a\varphi_1 = \frac{a\delta}{\Omega^2+\nu^2} \times$$

$$\times \sqrt{(\nu^2-\beta\Omega^2)^2 + \Omega^2\nu^2(1+\beta)^2}\sin(\Omega t - \gamma_1). \tag{19}$$

Легко видеть, что и для $y_1$ имеют место те же соотношения связи с $y_0$, как и для $\varphi_0$ с $\varphi_1$. Отсюда следует, что нет необходимости строить решения для последующих модулей, т. к. их движения будут качественно повторять движения головного модуля.

Таким образом, можно сделать вывод о том, что синусоидальное движение головного модуля приводит к аналогичному движению всех последующих модулей неголономной цепочки, причем амплитуды этих синусоид будут либо нарастать с ростом $s$ (при $\beta > 1$), либо убывать (при $\beta < 1$), либо оставаться неизменными по всей длине цепочки (при $\beta = 1$).

## Заключение

Рассмотренный пример показывает, что неголономные механические системы могут обнаруживать весьма нетривиальное поведение, совершенно не зависящее от их динамических и статических характеристик, но явно связанное с их геометрическими параметрами. В представленной неголономной цепочке таким ключевым параметром служит степень геометрической асимметрии модуля — параметр $\beta = b/a$, который и определяет степень опасности боковых колебаний хвостового модуля в группе транспортных роботов. Эта опасность связана не только с кинематическими эффектами неголономного движения транспортного робота, но и с сопровождающими их динамическими перегрузками, которые могут вызывать, например, опрокидывание хвостовых модулей, что нередко наблюдается на практике.

Построенная математическая модель позволяет центральному оператору предвидеть и предупреждать возникновение подобных ситуаций. Для этого оператору следует группировать движущиеся минипоезда в некоторые «струи», чтобы избежать их близости со встречными потоками, а также снизить кривизну их траекторий. Естественно, что важнейшими параметрами этих «струй» окажутся средняя скорость движения минипоездов, допустимая плотность их распределения в струе, длина тормозного пути в случае необходимости остановки, а также показатель их путевой маневренности (например, минимальный радиус разворота). Совместный учет перечисленных факторов приводит к проблеме поиска их оптимальных значений, обеспечивающих минимизацию числа минипоездов при заданных требованиях к объему перевозок.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ


1. **Юревич Е.И., Новаченко С.И., Павлов В.А.** Управление роботами от ЭВМ. М.: Наука, 1980. 261 с.

2. **Макаров И.М., Рахманкулов В.З.** Групповое управление роботами-манипуляторами с распределенно-централизованной организацией обработки информации // Микропроцессорные системы управления в радиотехнике. М.: Наука, 1984. С. 35–45.

3. **Каляев И.А., Гайдук А.Р., Капустян С.Г.** Модели и алгоритмы коллективного управления в группах роботов. М.: Физматлит, 2009. 280 с.

4. **Строев В.** Системы с искусственным интеллектом в сухопутных войсках // Зарубежное военное обозрение. 1997. № 3. С. 27–30.

5. **Рубцов И.В., Нестеров В.Е., Рубцов В.И.** Современная зарубежная военная микро- и мини-робототехника // Микросистемная техника. 2000. № 3. С. 36–42.

6. **Каляев И.А., Гайдук А.Р., Капустян С.Г.** Распределенные системы планирования действий коллективов роботов. М.: Янус-К, 2002. 291 с.

7. **Ширяев В.И.** Об управлении коллективом роботов при игре в футболе как задаче управления в условиях неточной информации // Искусственный интеллект. 2000. № 3. С. 353–360.

8. **Щербатов И.А., Проталинский И.О., Проталинский О.М.** Управление группой роботов: компонентный подход // Информатика и системы управления. 2015. № 1(43). С. 93–104.

9. **Левин В.А., Осипов Г.В.** Управление движением группы мобильных роботов // Письма в журнал технической физики. 2016. Т. 42. Вып. 6. С. 42–48.

10. **Дивеев А.И., Софронова Е.А., Шмалько Е.Ю**. Эволюционные численные методы решения задачи синтеза системы управления группой роботов. // Информационные и математические технологии в науке и управлении. 2016. № 3. С. 11–22.

11. **Шаповалов И.О., Косенко К.Ю.** Распределенное нелинейное управление группой роботов на основе квазилинейной формы уравнений. // Известия Южного федерального университета. Технические науки. 2014. № 5. С. 45–51.

12. **Зенкевич С.Л., Хуа Чжу** Управление движением группы роботов в строю типа «конвой» // Мехатроника, автоматизация, управление. 2017. Т. 18. № 1. С. 30–34. DOI: 10.17587/mau.18.30-34

13. **Каляев И.А.** Децентрализованная система планирования и управления коллективом транспортных роботов // Кибернетика. 1985. № 4. С. 93–97.

14. **Шаповалов И.О.** Применение групп мобильных роботов в сложных транспортных задачах // Известия Южного федерального университета. 2012. № 2(127). С. 141–146.

15. **Каляев И.А.** Система планирования и управления деятельностью коллектива транспортных роботов // Методы автоматизации и проектирования, программирования и моделирования. 1982. Вып. 3. С. 119–123.

16. **Закин Я.Х.** Прикладная теория движения автопоезда. М.: Транспорт, 1967. 255 с.

17. **Неймарк Ю.И., Фуфаев Н.А.** Динамика неголономных систем. М.: Наука, 1967. 520 с.

18. **Борисов А.В., Мамаев И.С., Килин А.А., Бизяев И.А.** Избранные задачи неголономной механики. Институт компьютерных исследований, 2016. 883 с.

19. **Зегжда С.А., Юшков М.П., Солтаханов Ш.Х.** Неголономная механика. Теория и приложения. М.: Наука, Физматлит, 2009. 344 с.

20. **Лурье А.И.** Аналитическая механика. М.: ГИФМЛ, 1961. 824 с.

21. **Добронравов В.В.** Основы механики неголономных систем. М.: Высш. школа, 1970. 272 с.

22. **Маркеев А.П.** Теоретическая механика. М., Ижевск: Регулярная и хаотическая механика, 2007. 592 с.


*Статья поступила в редакцию 02.02.2017*

## REFERENCES

1. **Yurevich Ye.I., Novachenko S.I., Pavlov V.A.** *Upravleniye robotami ot EVM* [*Control of robots from a computer*]. Moscow: Nauka Publ., 1980. 261 p. (rus)

2. **Makarov I.M., Rakhmankulov V.Z.** Gruppovoye upravleniye robotami-manipulyatorami s raspredelenno-tsentralizovannoy organizatsiyey obrabotki informatsii [Group management of robotic manipulators with distributed-centralized organization of information processing]. *Mikroprotsessornyye sistemy upravleniya v radiotekhnike* [*Microprocessor control systems in radio engineering*]. Moscow: Nauka Publ., 1984, Pp. 35–45. (rus)

3. **Kalyayev I.A., Gayduk A.R., Kapustyan S.G.** *Modeli i algoritmy kollektivnogo upravleniya v gruppakh robotov* [*Models and algorithms of collective management in groups of robots*]. Moscow: Fizmatlit Publ., 2009, 280 p. (rus)

4. **Stroyev V.** Sistemy s iskusstvennym intellektom v sukhoputnykh voyskakh [Systems with artificial intelligence in the Army]. *Zarubezhnoye voyennoye obozreniye* [*Foreign military review*], 1997, No. 3, Pp. 27–30. (rus)

5. **Rubtsov I.V., Nesterov V.Ye., Rubtsov V.I.** Sovremennaya zarubezhnaya voyennaya mikro- i mini-robototekhnika [Modern foreign military micro- and mini-robotics]. *Mikrosistemnaya tekhnika* [*Microsystems Technology*], 2000, No. 3, Pp. 36–42. (rus)

6. **Kalyayev I.A., Gayduk A.R., Kapustyan S.G.** *Raspredelennyye sistemy planirovaniya deystviy kollektivov robotov* [*Distributed systems for planning the actions of teams of robots*], Moscow: Yanus-K Publ., 2002, 291 p. (rus)

7. **Shiryayev V.I.** Ob upravlenii kollektivom robotov pri igre v futbole kak zadache upravleniya v usloviyakh netochnoy informatsii [On the management of a team of robots in the game of football as a management task in conditions of inaccurate information]. *Iskusstvennyy intellect* [*Artificial intelligence*], 2000, No. 3, Pp. 353–360. (rus)

8. **Shcherbatov I.A., Protalinskiy I.O., Protalinskiy O.M.** Upravleniye gruppoy robotov: komponentnyy podkhod [Control of the robots group: componential approach]. *Informatika i sistemy upravleniya* [*Information Science and Control Systems*], 2015, No. 1(43), Pp. 93–104. (rus)

9. **Levin V.A., Osipov G.V.** Upravleniye dvizheniyem gruppy mobilnykh robotov [Movement control of a group of mobile robots]. *Pisma v zhurnal tekhnicheskoy fiziki* [*Technical Physics Letters*], 2016, Vol. 42, No. 6, Pp. 42–48. (rus)

10. **Diveyev A.I., Sofronova Ye.A., Shmalko Ye.Yu.** Evolyutsionnyye chislennyye metody resheniya zadachi sinteza sistemy upravleniya gruppoy robotov [Evolutionary numerical methods for solving the problem of synthesis of a robot group control system]. *Informatsionnyye i matematicheskiye tekhnologii v nauke i upravlenii* [*Information and Mathematical Technologies in Science and Management*], 2016, No. 3, Pp. 11–22. (rus)

11. **Shapovalov I.O., Kosenko K.Yu.** Raspredelennoye nelineynoye upravleniye gruppoy robotov na osnove kvazilineynoy formy uravneniy [Distributed motion control system for group of large-size objects]. *Izvestiya Yuzhnogo federalnogo universiteta. Tekhnicheskiye nauki* [*Izvestiya SFedU. Engineering Sciences*], 2014, No. 5, Pp. 45–51. (rus)

12. **Zenkevich S.L., Khua Chzhu.** Upravleniye dvizheniyem gruppy robotov v stroyu tipa “konvoy” [Control of a group of mobile robots moving in the convoy type formation]. *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravleniya* [*Mechatronics, Automation, Control*], 2017, Vol. 18, No. 1, Pp. 30–34. DOI: 10.17587/mau.18.30-34 (rus)

13. **Kalyayev I.A.** Detsentralizovannaya sistema planirovaniya i upravleniya kollektivom transportnykh robotov роботов [Decentralized system for planning and managing a team of transport robots]. *Kibernetika* [*Cybernetics*], 1985, No. 4, Pp. 93–97. (rus)

14. **Shapovalov I.O.** Primeneniye grupp mobilnykh robotov v slozhnykh transportnykh zadachakh [Mobile robot group using in complex transport problems]. *Izvestiya Yuzhnogo federalnogo universiteta. Tekhnicheskiye nauki* [*Izvestiya SFedU. Engineering Sciences*], 2012, No. 2(127), Pp. 141–146. (rus)

15. **Kalyayev I.A.** Sistema planirovaniya i upravleniya deyatelnostyu kollektiva transportnykh robotov [System for planning and managing the activity of the collective of transport robots]. *Metody avtomatizatsii i proyektirovaniya, programmirovaniya i modelirovaniya* [*Methods of automation and design, programming and modeling*], 1982, Vol. 3, Pp.119–123. (rus)

16. **Zakin Ya.Kh.** *Prikladnaya teoriya dvizheniya avtopoyezda* [*Applied Motion Theory*]. Moscow: Transport Publ., 1967, 255 p. (rus)

17. **Neymark Yu.I., Fufayev N.A.** *Dinamika negolonomnykh system* [*Dynamics of non-holonomic systems*]. Moscow: Nauka Publ., 1967, 520 p. (rus)

18. **Borisov A.V., Mamayev I.S., Kilin A.A., Bizyayev I.A.** *Izbrannyye zadachi negolonomnoy mekhaniki* [*Selected problems of non-holonomic

*mechanics*]. Institut kompyuternykh issledovaniy Publ., 2016, 883 p. (rus)

19. **Zegzhda S.A., Yushkov M.P., Soltakhanov Sh.Kh.** *Negolonomnaya mekhanika. Teoriya i prilozheniya* [*Non-head mechanics. Theory and applications*]. Moscow: Nauka, Fizmatlit Publ., 2009, 344 p. (rus)

20. **Lurye A.I.** *Analiticheskaya mekhanika* [*Analytical Mechanics*]. Moscow: GIFML Publ., 1961, 824 p. (rus)

21. **Dobronravov V.V.** *Osnovy mekhaniki negolonomnykh system* [*Fundamentals of mechanics of non-holonomic systems*]. Moscow: Vysshaya shkola Publ., 1970, 272 p. (rus)

22. **Markeyev A.P.** *Teoreticheskaya mekhanika* [*Regular and chaotic mechanics*]. Moscow, Izhevsk: Regulyarnaya i khaoticheskaya mekhanika Publ., 2007, 592 p. (rus)

*Received 02.02.2017*

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ / THE AUTHORS

**СМИРНОВ Алексей Сергеевич**
**SMIRNOV Alexey S.**
E-mail: smirnov.alexey.1994@gmail.com

**СМОЛЬНИКОВ Борис Александрович**
**SMOLNIKOV Boris A.**
E-mail: smolnikovba@yandex.ru

**ЛЕОНТЬЕВ Виктор Анатольевич**
**LEONTEV Victor A.**
E-mail: vleont@mail.ru