



DOI: 10.5862/JCSTCS.252.3

УДК 004.942

*Р.Ю. Бородулин*

## **ПРИМЕНЕНИЕ КОНЦЕПТУАЛЬНЫХ МОДЕЛЕЙ ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ ДЛЯ АНАЛИЗА ХАРАКТЕРИСТИК ВИБРАТОРОВ В БЕСКОНЕЧНЫХ ДИССИПАТИВНЫХ СРЕДАХ**

*R.Yu. Borodulin*

### **USING CONCEPTUAL MODELS OF NUMERICAL ELECTRODYNAMICAL METHODS FOR ANALYZING THE CHARACTERISTICS OF VIBRATORS IN INFINITE DISSIPATIVE MEDIA**

Представлены результаты исследования уточненных свойств вибраторов различной электрической длины, помещенных в однородные диссипативные среды (среды с потерями), в зависимости от параметров данных сред. При нахождении распределений тока и фазы тока таких вибраторов впервые использованы современные численные методы электродинамики «полных полей», такие как метод моментов, метод конечных элементов и метод конечных разностей во временной области. Представлены разработанные концептуальные модели вибраторных антенн, погруженных в бесконечные диссипативные среды, пригодные для численного моделирования в известных пакетах программ, либо в собственных алгоритмах. Найденные при помощи данных моделей распределения тока и фазы тока вдоль поверхности вибраторов сравниваются с экспериментально измеренными.

Приведены методики нахождения и результаты расчета площади тока, действующей длины вибраторов, их эффективной площади и входного сопротивления различными методами. Получены практические выводы по свойствам погруженных вибраторов. Проведен анализ корректности использованных численных методов. Результаты, представленные в статье, могут использоваться при нахождении электрических характеристик антенн произвольной формы, в том числе помещенных в диссипативные среды, современными численными методами.

**ДИССИПАТИВНЫЕ СРЕДЫ; МЕТОД МОМЕНТОВ; МЕТОД КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ; МЕТОД КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ ВО ВРЕМЕННОЙ ОБЛАСТИ; КОНЦЕПТУАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ; РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТОКА; РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ФАЗЫ ТОКА; ПЛОТНОСТЬ ПОВЕРХНОСТНОГО ТОКА; ДЕЙСТВУЮЩАЯ ДЛИНА; ЭФФЕКТИВНАЯ ПЛОЩАДЬ.**

The article presents the results of a study on the refined properties of vibrators of different electrical lengths placed in a homogeneous dissipative medium (medium with losses), depending on the parameters of these media. Advanced numerical methods of 'full-field' electrodynamics, such as the method of moments, the finite element method and the finite-difference time-domain method were used for the first time for finding the current distribution and the current phase of vibrators. The developed conceptual models of dipole antennas immersed in endless dissipative environment are suitable for numerical simulation in known software packages, or for proprietary algorithms. The current and the current phase distributions along the surface of vibrators found by using these models are compared with the experimentally measured ones.

We have described the techniques and the calculation results for finding the current area, the effective length of vibrators, their effective area and the impedance using a variety of methods. We have reached practical conclusions on the properties of submerged vibrators. We have performed a correct analysis of the numerical methods used. The results presented in the article can be used for finding the electrical characteristics of antennas of arbitrary shape, including those placed in a dissipative medium, by modern numerical methods.

DISSIPATIVE MEDIUM; METHOD OF MOMENTS; FINITE ELEMENT METHOD; FINITE-DIFFERENCE TIME-DOMAIN METHOD; CONCEPTUAL MODEL; CURRENT DISTRIBUTION; PHASE DISTRIBUTION OF CURRENT DENSITY SURFACE CURRENT; EFFECTIVE LENGTH; EFFECTIVE AREA.

Вибраторы, погруженные в диссипативные среды, применяются для связи через воздушное пространство с объектами, погруженными в морскую, речную воду, почву и т. д. В зависимости от параметров среды погружения свойства вибраторов будут сильно отличаться от свойств в свободном пространстве.

На современном этапе, с развитием ЭВМ, широкое распространение получили различные программы и алгоритмы по анализу электромагнитных полей (ЭМП), распространяющихся как в однородных, так и в неоднородных средах. Большинство таких программ основано на численных методах решения задач электродинамики. В соответствии с принятой в [1] классификацией численные методы электродинамики можно разделить на две большие группы: методы нахождения полных полей и высокочастотные методы.

Методы нахождения полных полей основаны на дискретизации расчетной области, в которую помещается антенна либо рассеивающий объект и некоторые окружающие предметы, последующей генерации матричного уравнения  $[A][x] = [B]$  и его вычисления  $[x] = [A]^{-1}[B]$  в частотной области. Могут быть составлены пространственно-временные схемы во временной области. Современные ЭВМ позволяют применять данные методы с легкостью для объектов, габаритные размеры которых лежат в пределах порядка одной-двух длин волн. К данным методам относятся метод моментов (ММ) (решение интегро-дифференциального уравнения), метод конечных элементов (МКЭ) и метод конечных разностей во временной области (КРВО).

Высокочастотные методы основаны на асимптотических представлениях о распределении тока и наилучшим образом подходят для моделирования объектов, расположенных в однородных средах, размеры

которых составляют большее число длин волн. Для моделирования неоднородных сред они подходят слабо.

Широкое развитие получило моделирование методами полных полей различных антенн, применяющихся в целях связи, телеметрии, разведки или диагностики. При этом антенны, в основном, стараются рассчитывать в однородных средах либо учитывать их самое ближайшее окружение, являющееся неоднородностью, а более удаленное пространство все же считать однородным.

#### **Расчет вибраторных антенн в однородных изотропных диссипативных средах**

При расчете тонких проволочных антенн, помещенных в однородные изотропные диссипативные среды, целесообразно применять метод моментов. Если анализируемые антенны имеют цилиндрическую форму, и их радиус много меньше длины самого вибратора и длины волны, то в данном методе можно воспользоваться тонкопроволочным приближением [2]. Безграничность среды, в которую помещается антенна, учитывается автоматически. В случае использования МКЭ и КРВО, для имитации безграничности пространства имеет смысл воспользоваться математическим аппаратом моделей поглощающих слоев (ПС) или Perfectly Matched Layers (PML) [3]. Ограничение расчетной области ПС дает эффект отсутствия отражений от границ расчетной области падающих на них волн, что равноценно выделению некоторой области бесконечного пространства со свободно распространяющимися в нем электромагнитными волнами (рис. 1).

С целью проверки влияния удаленности ПС от источника излучения помимо конструктивных параметров вибратора имеет смысл рассмотреть ряд дополнительных параметров модели. Данными параметрами

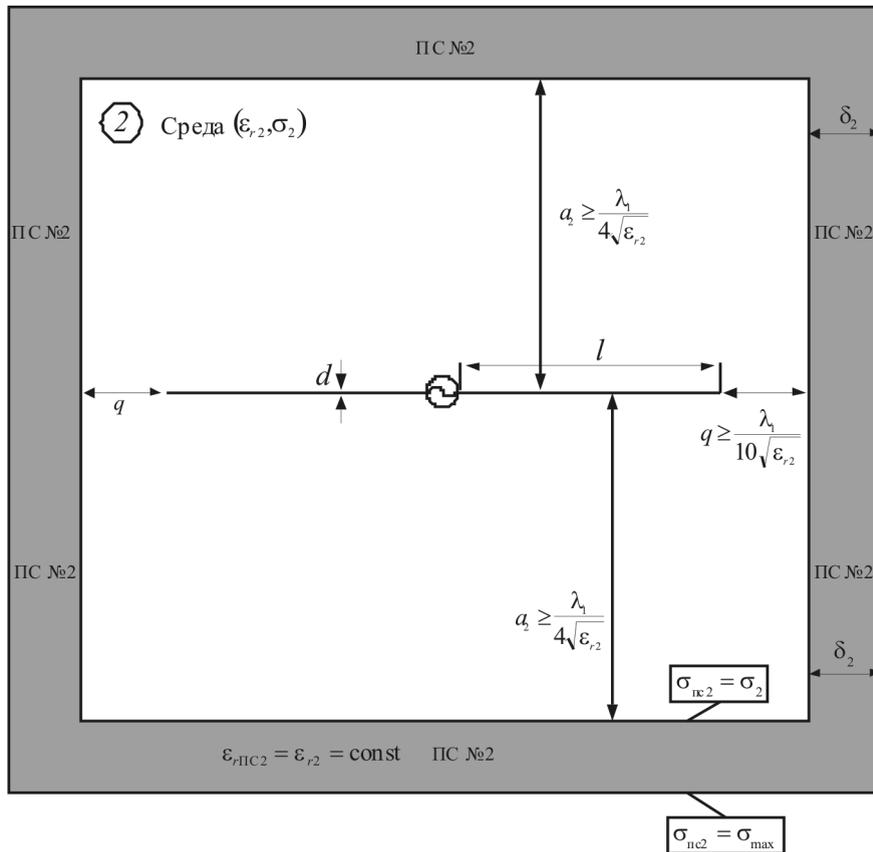


Рис. 1. Функциональная схема концептуальной МКЭ- и КРВО-модели вибраторной антенны, погруженной в бесконечную диссипативную среду

являются расстояние от торцов вибратора до стенок расчетной области с ПС (параметр  $q$ ) и расстояние от образующей цилиндра, аппроксимирующей поверхность вибратора в направлении нормали к данной поверхности также до стенок расчетной области с ПС (параметр  $a_2$ ). Обозначение «ПС № 2» означает ограничение поглощающими слоями толщины  $\delta_2$  диссипативной среды с параметрами  $(\epsilon_{r2}, \sigma_2)$ . Параметры концептуальных МКЭ- и КРВО-моделей  $q$  и  $a_2$  варьировались нами в некоторых пределах:  $q \approx (0,09, \dots, 0,25)\lambda$ ,  $a_2 \approx (0,16, \dots, 0,25)\lambda$ , где  $\lambda$  – длина волны в диссипативной среде с учетом укорочения. Их изменение в данных пределах практически не сказалось на получаемых результатах, поэтому нами окончательно были выбраны минимальные, с которыми можно экономить ресурс ЭВМ.

В середине XX в. американским ученым Р. Кингом была разработана теория антенн,

помещенных в бесконечные диссипативные среды [4]. Помимо расчетов Кингом был проведен ряд экспериментов с моделями вибраторов в средах с потерями [5]. Экспериментальным путем были получены зависимости распределения тока погруженного в диссипативную среду с различными параметрами симметричного вибратора различной длины. Ограничением теории Кинга было отсутствие учета электрически близко расположенной границы раздела двух полубесконечных сред: все расчеты и измерения проводились в изотропных однородных диссипативных средах.

Была произведена оценка корректности работы созданных нами алгоритмов расчета антенн в диссипативных средах, основанных на методах полных полей. В качестве эталона были взяты экспериментальные кривые Кинга. Расчеты полей производились методами моментов, мето-

дом конечных элементов в пакете ANSYS HFSS и методом конечных разностей во временной области. Целью анализа методом моментов стало то, что данный метод напрямую предназначен для нахождения распределения тока вдоль цилиндрических проводников антенны. При этом среда, окружающая исследуемую модель, автоматически принимается безграничной. Интересна степень соответствия результатов, полученных ММ, в сравнении с сеточными методами, работающими с конечными объемами (МКЭ и КРВО), и, конечно, с экспериментом.

В качестве параметров моделей были выбраны реальные, использованные Кингом: частота генератора 114 МГц, электрические длины плеч антенны  $\beta l = \pi/2$  и  $\beta l = \pi$ . Следуя работе Кинга, в моделях использовались первый и пятый из рассмотренных им типа сред: первый – с относительной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_{r2} = 78$  и тангенсом угла потерь  $\text{tg}\delta = \sigma_2 / \omega\epsilon_{r2}\epsilon_0 = 0,036$ , второй – с  $\epsilon_{r2} = 69$  и  $\text{tg}\delta = \sigma_2 / \omega\epsilon_{r2}\epsilon_0 = 8,8$ , т. е. по классификации Кинга слабосоленая и соленая среды. Таким образом, моделирование расчетной области было произведено со следующими

параметрами заполняющей ее изотропной среды:  $\epsilon_{r2} = 78$ ,  $\sigma_2 = 0,01784$  См/м (слабосоленая) и  $\epsilon_{r2} = 69$ ,  $\sigma_2 = 3,8456$  См/м (соленая).

В результате расчетов были получены графики распределения амплитуды тока, отнесенной к возбуждающему антенну напряжению в зависимости от безразмерной длины антенны  $\beta z$ , где  $\beta$  – коэффициент фазы в среде с потерями (рис. 2),  $z$  – текущая координата, отсчитываемая вдоль плеча вибратора. Амплитуды и фазы токов, полученные Кингом, соответствуют распределениям вдоль одного из плеч симметричного вибратора (диполя). В наших алгоритмах также были найдены распределения, соответствующие одному из плеч симметричного вибратора.

Методики нахождения распределения тока вдоль вибраторных антенн для МКЭ и КРВО заключаются в формировании замкнутых контуров интегрирования касательных составляющих магнитного поля, охватывающих поверхность вибраторов. Более подробно данные методики будут рассмотрены ниже.

Наилучшее приближение к экспериментально измеренному распределению

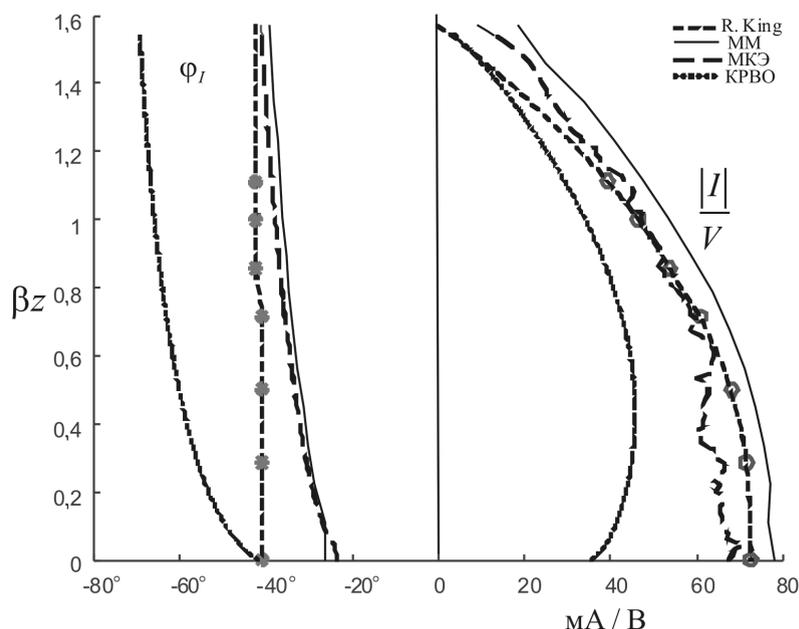


Рис. 2. Распределение нормированного к напряжению тока и фазы тока вибратора длины  $\pi/2$  в слабосоленой среде

тока для  $\pi/2$  вибратора в слабосоленой среде показали ММ и МКЭ. Метод моментов является численным методом. Нами использовался метод Галеркина с кусочно-синусоидальным базисом, который на этапе вывода уравнений учитывает цилиндрическую форму вибратора (см. рис. 2). Худший результат показал метод КРВО, т. к. ему присуща грубая «кубическая» аппроксимация формы вибратора. Промежуточную точность показал МКЭ, поскольку лучше, чем КРВО, но хуже чем ММ аппроксимирует цилиндрическую поверхность антенны.

Помимо распределения тока были рассчитаны распределения фазы тока относительно фазы источника возбуждения, также измеренные Кингом (см. рис. 2). Все используемые численные методы имеют различные способы построения модели источника возбуждения. Так, в методе моментов нами использована модель кольцевого магнитного тока, имитирующая подключение коаксиальной линии передачи [2], в МКЭ — тонкая узкая «пластина» с заданным на ней напряжением, в КРВО — продольная составляющая электрического поля, изменяющаяся во времени. Метод моментов

наилучшим образом передает поведение фазы тока вдоль плеча вибратора. Метод конечных элементов показывает схожий с ММ результат. Метод КРВО дал сдвинутый относительно эталона результат, в итоге не имеющий принципиальной разницы в сравнении с остальными.

Увеличение электрической длины антенны до  $\beta l = \pi$  показало несколько иную картину распределений (рис. 3).

Все численные методы показали примерно одинаковый по точности результат. Распределение фазы тока, рассчитанное ММ и МКЭ (в реализации ANSYS HFSS), оказалось самым точным.

При замене среды, в которую помещался вибратор, на соленую, распределения тока изменили свою форму существенным образом (рис. 4). Наилучшее приближение к измеренному для вибратора с электрической длиной  $\beta l = \pi/2$  показал КРВО, поскольку сильное затухание токов скомпенсировало разницу за счет грубой аппроксимации. Распределение тока, полученное МКЭ, немного уступает ММ, но в принципе дает примерно одинаковый результат.

Распределение фаз токов для КРВО становятся очень близкими к измеренно-

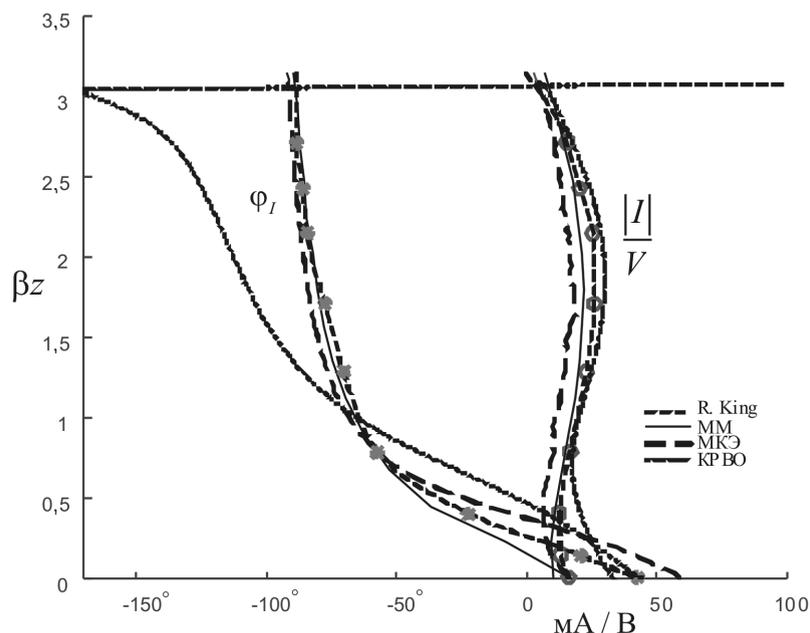


Рис. 3. Распределение нормированного к напряжению тока и фазы тока вибратора длины  $\pi$  в слабосоленой среде

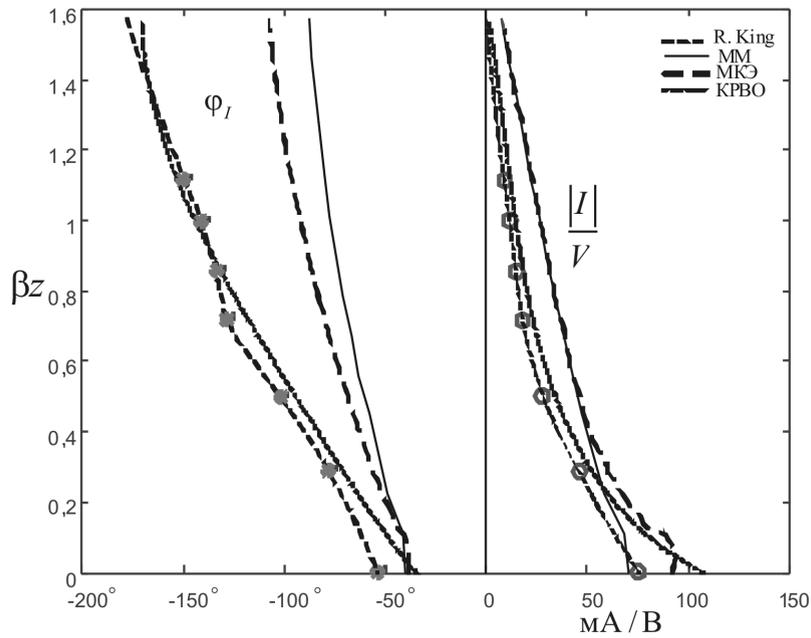


Рис. 4. Распределение нормированного к напряжению тока и фазы тока вибратора длины  $\pi/2$  в соленой среде

му также в силу высокого затухания тока (см. рис. 4). Отличие фаз для ММ и МКЭ объясняется отличным от эталона радиусом провода (в силу ограничений метода взят

примерно в два раза меньше), поскольку с большим радиусом в ММ нарушается тонкопроволочная аппроксимация. Модель, рассчитанная МКЭ, специально была по-

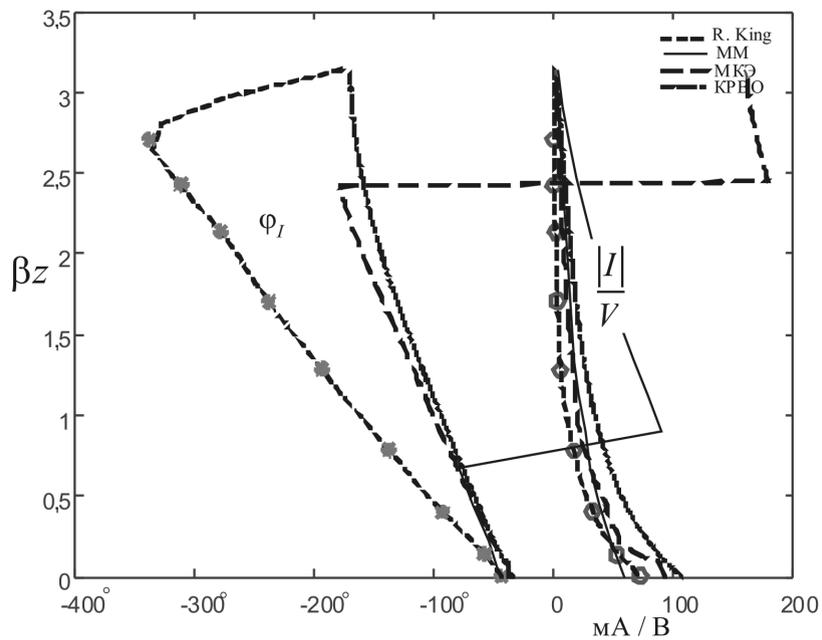


Рис. 5. Распределение нормированного к напряжению тока и фазы тока вибратора длины  $\pi$  в соленой среде

строена с тем же радиусом, что и ММ для проверки соответствия методов.

Наконец, при увеличении электрической длины вибратора до  $\beta z = \pi$  в соленой среде все методы опять дали примерно одинаковый по точности результат (рис. 5). При сравнении распределения фазы тока с экспериментальным наилучшее приближение имеет кривая, полученная КРВО (см. рис. 5). Одинаковый результат показывают ММ и МКЭ. Скачкообразное изменение фаз, полученное численными методами, говорит о перехлесте токов. Кингом данные перехлесты не показаны, хотя практика говорит о том, что они должны быть.

Отдельно необходимо остановиться на способе расчета распределения токов вдоль плеч вибраторов, специально разработанным нами для МКЭ и КРВО. Известно, что распределение токов на проводящих поверхностях антенны может быть довольно сложным: токи в отдельных частях антенны могут быть как синфазными, так и противофазными. Это влияет на результаты расчетов большинства параметров антенн.

Предлагаемый вариант заключается в нахождении распределения токов  $I(y)$  вдоль поверхности проволоочной антенны при помощи моделирования замкнутых контуров интегрирования, касающихся поверхности вибратора (рис. 6).

Рассмотрим процесс нахождения тока на примере МКЭ. Контур интегрирования (для антенн цилиндрической формы они должны быть в виде колец) являются замкнутыми, поэтому для нахождения тока в любом из сечений вибратора необходимо брать криволинейный интеграл по замкнутому контуру от касательной к нему составляющей вектора магнитного поля  $\mathbf{H}_\tau$ :

$$I(y) = \left| \oint_L \mathbf{H}_\tau dL \right|, \quad (1)$$

где  $L$  – внешний контур поперечного сечения вибратора.

Нахождение интеграла вида (2) всегда подразумевает знание направления обхода контура интегрирования (по часовой стрелке либо против часовой стрелки). В процессе самого интегрирования все контуры должны иметь одинаковое направление обхода, тогда при нахождении площади тока синфазные токи будут складываться, а противофазные – вычитаться, т. е. корректно уменьшать действующую длину вибратора.

Для МКЭ особенностью является необходимость моделирования замкнутой линии контура и нахождения интегральной суммы составляющих магнитного поля, касательных к ней, в то время как в КРВО используется разностная аппроксимация обхода контура, основанная на сумме разностей величин составляющих магнитного поля,

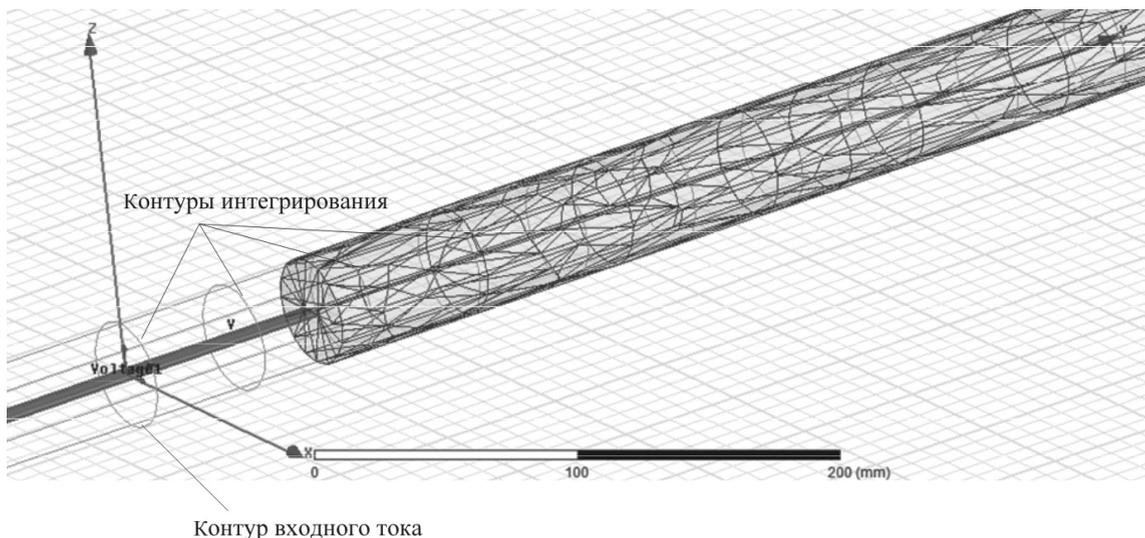


Рис. 6. Приближенный способ нахождения распределения тока вибраторной антенны МКЭ

лежащих в плоскости, перпендикулярной оси вибратора:

$$I_n(y) = (H_{x1}(n_z + 1) - H_{x2}(n_z - 1))dz + (H_{z1}(n_x + 1) - H_{z2}(n_x - 1))dx, \quad (2)$$

где  $n$  – порядковый номер ячейки с электрическими параметрами металла вибратора вдоль его оси (вдоль  $y$ );  $n_z, n_x$  – номера тех же ячеек вдоль осей  $z$  и  $x$ , соответственно;  $H_{x1, x2, z1, z2}$  – составляющие магнитного поля, касательные к контуру интегрирования.

Результаты, полученные МКЭ и КРВО, несмотря на принципиальную разницу в методах, очень схожи, что говорит об их корректности. Однако для увеличения точности может понадобиться необходимость достаточно подробной дискретизации поверхностей плеч вибраторов, поскольку точки контура, в которых вычисляется магнитное поле, желательно выбирать принадлежащими различным конечным элементам (для МКЭ) либо различным КРВО-ячейкам (для КРВО). Если несколько точек контура попадает в одну и ту же ячейку, то возникает погрешность интерполяции.

Результаты, полученные методами полных полей по распределению амплитуд и фаз токов, показывают хорошее приближение к результатам, полученным экспериментальным путем. Поскольку ММ является численным методом, он в большинстве случаев показывает наилучшее приближение. Исключением не является моделирование электрически длинных вибраторов в соленых средах, где МКЭ и КРВО также дают хорошее соответствие полученных распределений между собой и экспериментальными данными. Результаты моделирования говорят о корректности работы алгоритмов и программ, справедливости использования поглощающих слоев и предлагаемого способа нахождения распределения тока.

Однако для практических расчетов электрических характеристик антенн необходимо учитывать не только распределение амплитуд и фаз токов, но и величину тока в области питания антенны, влияющего на многие параметры, такие, например,

как действующая длина ( $l_d$ ) и эффективная площадь ( $A_{эфф}$ ). Входной ток, в отличие от тока, текущего вдоль проводников, значительно зависит от поперечных размеров плеч (радиуса) вибратора. Кроме того, при нахождении величины  $l_d$  необходимо производить интегрирование распределенного по поверхности вибратора тока по длине плеча, т. е. находить площадь тока.

Под действующей длиной принимается длина вибратора с равномерным распределением тока, равного току у зажимов антенны, который создает такое же поле, как и действительная антенна [6].

Таким образом, при нахождении величины действующей длины, в соответствии с теоремой взаимности, полученное распределение тока интегрируется по длине вибратора:

$$l_d = \frac{1}{I_A} \int_{-l}^l I(y) dy, \quad (3)$$

где  $I_A$  – ток в области возбуждения.

#### Способ нахождения площади тока, распределенного по излучающей металлической поверхности антенн произвольной формы

Для нахождения действующей длины  $l_d$  распределение тока вдоль плеча вибраторной антенны, найденное в соответствии с рекомендациями, указанными выше, можно проинтегрировать вдоль него любым методом численного интегрирования, например, методом трапеций. Однако как же быть, если форма антенны отлична от цилиндрической? Для таких антенн формирование поперечных контуров интегрирования, рассмотренных выше, становится крайне трудоемкой, не гарантирующей точности результата задачей.

Предлагается применить математический аппарат вычисления поверхностного тока, справедливый для антенн, излучающая поверхность которых выполнена из металла.

Для методов МКЭ и КРВО данная величина может быть найдена в каждой ячейке, граница которой лежит на металлической поверхности вибратора, т. е. распределение



Рис. 7. Выделенный «брусок» с током для объема с произвольными параметрами

поверхностного тока может быть найдено тем точнее, чем точнее аппроксимируется поверхность антенны. В ANSYS HFSS автоматически находится распределение плотности поверхностного тока при соответствующих манипуляциях в программе.

Рассмотрим процедуру нахождения поверхностного тока. Как известно, поверхностный ток на хорошо проводящей плоскости численно равен модулю проекции вектора  $\mathbf{H}$  на эту плоскость и направлен перпендикулярно ей [7]. Для примера рассмотрим некий объем с выделенным на нем «брусом» с протекающим в нем током (рис. 7).

Ток, протекающий через выделенный «брусок», равен криволинейному интегралу по контуру  $\Gamma$ , который может проходить через внешнюю границу «бруска»  $ABCD$ , от вектора магнитного поля, касательного к данной границе. В соответствии со свойством аддитивности криволинейных интегралов интеграл по замкнутому контуру в нашем случае можно представить в виде суммы четырех интегралов:

$$\mathbf{I} = \oint_{ABCD} \mathbf{H} d\Gamma = \int_{AB} \mathbf{H}_\tau d\Gamma + \int_{BC} \mathbf{H}_\tau d\Gamma + \int_{CD} \mathbf{H}_\tau d\Gamma + \int_{DA} \mathbf{H}_\tau d\Gamma. \quad (4)$$

В случае идеального проводника «брусок» частично окажется внутри металла и, естественно, составляющие вектора  $\mathbf{H}$  к

участкам  $BC$ ,  $CD$ ,  $DA$  контура  $\Gamma$  будут равны нулю, кроме участка  $AB$ . Внутри металла электромагнитных полей нет (кроме области, ограниченной скин-слоем), поэтому для проводника будет справедливо равенство:

$$\mathbf{I} = \oint_{ABCD} \mathbf{H} d\Gamma = \int_{AB} \mathbf{H}_\tau d\Gamma. \quad (5)$$

Тогда искомым ток  $\mathbf{I}$  – ток поверхностный с абсолютной величиной плотности

$$|\mathbf{J}_s| = \left| \frac{\mathbf{I}}{\delta} \right| = \left| \frac{\int_{AB} \mathbf{H}_\tau d\Gamma}{\delta} \right| = |\mathbf{H}_\tau|. \quad (6)$$

Альтернативное выражение для нахождения вектора плотности поверхностного тока, учитывающее его направление, имеет вид:

$$\mathbf{J}_s = [\hat{\mathbf{n}}_0, \mathbf{H}], \quad (7)$$

где  $\hat{\mathbf{n}}_0$  – нормаль к данной поверхности (см. рис. 7).

Учитывая, что любой контур можно представить набором отрезков (рис. 8) длиной  $\delta \rightarrow 0$ , общая длина окружности (контур интегрирования)  $L$  равна сумме данных отрезков:

$$L = \sum_{i=1}^N \delta_i \approx \left| \oint_L dL \right|, \quad (8)$$

где  $N$  – число хорд, формирующих контур. Поскольку для идеального проводника

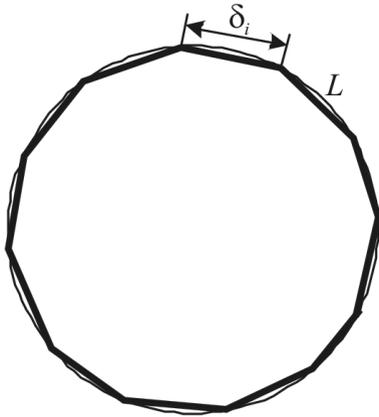


Рис. 8. К задаче нахождения длины контура интегрирования

справедливо равенство

$$|\mathbf{H}_\tau| = |[\hat{\mathbf{n}}_0, \mathbf{H}]| = |\mathbf{J}_s|, \quad (9)$$

на основании выражений (8) и (9) будет справедливо соотношение

$$I(y) = \left| \oint_L \mathbf{H}_\tau dL \right| \approx \left| \sum_{i=1}^N \mathbf{J}_{si} \delta_i \right|. \quad (10)$$

Площадь поверхности тонкого цилиндрического проводника без торцевых поверхностей с учетом выражения (8) ( $dL \approx \delta$ ) можно представить как

$$\int_S dS \approx \int_{-l}^l \left| \oint_L dL \right| dl \approx \int_{-l}^l \left( \sum_{i=1}^N \delta_i \right) dl. \quad (11)$$

Теперь интеграл вида (3) будет примерно соответствовать выражению:

$$\begin{aligned} I_A &= \frac{1}{I_A} \int_{-l}^l I(y) dy = \\ &= \frac{1}{I_A} \int_{-l}^l \oint_L \mathbf{H}_\tau dL dy \approx \frac{1}{I_A} \int_S \mathbf{J}_s dS. \end{aligned} \quad (12)$$

Таким образом, оперирование плотностью поверхностного тока более удобно, нежели нахождение криволинейных интегралов по большому числу замкнутых контуров от касательной составляющей вектора магнитного поля, поскольку для современных численных методов, таких как МКЭ и КРВО, любая поверхность все равно аппроксимируется либо треугольниками (как в МКЭ), либо прямоугольниками

(как в КРВО). Поверхности данных фигур являются плоскими, поэтому в пределах единичного граничного треугольника или прямоугольника рассчитанная плотность поверхностного тока будет практически постоянной, а интегрирование по общей поверхности  $S$  заменяется простым суммированием всех поверхностных токов. Если же формировать замкнутые контуры, то некоторые поверхностные ячейки можно случайно пропустить, что приведет к неточностям бóльшим, чем дают погрешности в нахождении площади тока, возникающие за счет учета торцов плеч.

Как известно, плотности поверхностных токов являются комплексными векторными величинами, поэтому любое суммирование автоматически приведет к вычитанию противофазных токов, что приведет к правильному снижению действующей длины анализируемой антенны, что в свою очередь приведет к корректному нахождению других характеристик антенн, зависящих от нее, например, эффективной площади антенны  $A_{\text{эф}}$ .

#### Анализ точности расчетов параметров антенн, расположенных в диссипативных средах, методами полных полей

Кингом помимо распределений токов были измерены и входные проводимости  $Y_0 = G_0 + iB_0$  вибраторов электрической длины  $\pi/2$  [5]. Поскольку проводимость является величиной, обратной входному сопротивлению, а распределения токов были соотнесены к величине возбуждающего напряжения, величину тока на входе антенны можно принять равной величине проводимости. Это следует из следующих соотношений:

$$Z_A = 1 / Y_0 = U / I_A, \quad (13)$$

где  $Z_A$  – входное сопротивление вибратора.

Если принять величину напряжения  $U = 1$  В, то входная проводимость будет равна по амплитуде и фазе входному току.

Входные проводимости, полученные Кингом, являются проводимостями несимметричного варианта антенн, поэтому вычислять будем параметры несимметричных

антенн. Для этого все токи симметричной антенны (в том числе и на входе) в соответствии с методом зеркальных изображений увеличиваются в два раза.

Радиус вибратора, использованного Кингом в макете, составляет скорее всего не  $0,01\lambda_0$ , как указано в работе, а  $0,001\lambda_0$ , где  $\lambda_0$  – длина волны в свободном пространстве, иначе антенна получится очень толстой.

Модели, реализованные ММ, являются симметричными. Для них была произведена коррекция токов. Модели, реализованные МКЭ и КРВО, изначально были построены и в симметричном, и в несимметричном вариантах, поэтому для использованных алгоритмов коррекция токов не потребовалась.

Следуя работе Кинга, можно наблюдать резонансное поведение входных проводимостей, уменьшающееся с увеличением проводимости среды. Минимум активной составляющей входной проводимости до-

стигается при достижении электрической длины вибраторов величины  $\pi$ , что говорит о явлении параллельного резонанса.

Абсолютная величина эффективной площади вибраторов чувствительна к величине входного сопротивления. Нами она была вычислена согласно выражению:

$$|A_{эфф}| = \frac{30\pi |I_d|^2}{R_A}, \quad (14)$$

где  $R_A$  – действительная часть входного сопротивления.

Распределения амплитуд и фаз токов, полученные Кингом, являются неполными (см. рис. 2–5), поэтому данные зависимости были достроены нами квадратичным сплайном до полной длины вибраторов, в предположении равенства нулю тока на торце. Численное интегрирование дискретных величин токов, найденных при помощи замкнутых контуров, было реализовано методом Симпсона. Площади токов, вычисляемые через плотности поверхностных

**Результаты расчета параметров несимметричных вибраторов в изотропных диссипативных средах**

Длина вибраторов		$\beta l = \pi/2$ ( $l = 0,0745$ м)	$\beta l = \pi$ ( $l = 0,1488$ м)	$\beta l = \pi/2$ ( $l = 0,0357$ м)	$\beta l = \pi$ ( $l = 0,0714$ м)
		$\epsilon_{r2} = 78, \sigma_2 / \omega\epsilon_{r2}\epsilon_0 = 0,036$		$\epsilon_{r2} = 69, \sigma_2 / \omega\epsilon_{r2}\epsilon_0 = 8,8$	
Эксперимент ( $a = 2,63$ мм)	$Z_A, \text{ Ом}$	$12 + 4i$	–	$6,47 + 4,11i$	–
	$a = 2,63$ мм $ I_d , \text{ м}$	0,0926	–	0,0106	–
	$ A_{эфф} , \text{ м}^2$	0,0674	–	0,0016	–
Метод моментов ( $a = 1$ мм)	$Z_A, \text{ Ом}$	$6,37 + 2,32i$	$22,96 - 31,62i$	$3,88 + 1,3i$	$4,537 + 1,75i$
	$ I_d , \text{ м}$	0,055	0,1428	0,01	0,011
	$ A_{эфф} , \text{ м}^2$	0,0453	0,0836	0,0025	0,0026
МКЭ ( $a = 1$ мм)	$Z_A, \text{ Ом}$	$7,43 + 4,78i$	$19,97 + 28,25i$	$4,36 + 3,46i$	$4,387 + 3,3i$
	$ I_d , \text{ м}$	0,056	0,1096	0,0146	0,012
	$ A_{эфф} , \text{ м}^2$	0,039	0,0567	0,0046	0,0031
МКЭ ( $a = 2,63$ мм)	$Z_A, \text{ Ом}$	$7,78 + 3,67i$	$9,4286 - 13,65i$	$2,67 + 4,6i$	$2,766 + 4,44i$
	$ I_d , \text{ м}$	0,056 / 0,055	0,0824 / 0,088	0,012 / 0,011	0,012 / 0,011
	$ A_{эфф} , \text{ м}^2$	0,039 / 0,036	0,0679 / 0,077	0,005 / 0,044	0,005 / 0,042
КРВО ( $a = 1$ мм)	$Z_A, \text{ Ом}$	$12,08 + 10,93i$	$12,59 - 12,22i$	$4,25 + 3,22i$	$4,45 + 3,23i$
	$ I_d , \text{ м}$	0,0884	0,0766	0,014	0,013
	$ A_{эфф} , \text{ м}^2$	0,061	0,0439	0,0043	0,0037

токов, для сравнения с первым способом, были получены в программе ANSYS HFSS при помощи утилиты field calculator. Это было сделано путем разложения комплексных векторных плотностей на скалярные составляющие по осям координат отдельно для действительной и мнимой частей комплексной амплитуды, их интегрирования по металлической поверхности вибратора, нахождения абсолютной величины, а после — общей длины векторов.

Результаты расчетов сведены в таблицу. Для вибраторов с радиусом  $a = 2,63$  мм, рассчитанных МКЭ, через дробь показаны результаты, полученные при расчете действующей длины через интеграл от плотности поверхностного тока.

С помощью полученных результатов выяснилось, что рассчитанная нами, исходя из измеренного Кингом распределения тока и входной проводимости, действующая длина четвертьволнового вибратора в диссипативной слабосоленой изотропной среде, несколько превышает действительную длину вибратора. Данный результат противоречит физическим представлениям, поскольку имеются хоть и слабые, но все-таки потери в рассматриваемой среде, приводящие к затуханию тока. Данный факт, скорее всего, говорит о неточности, допущенной Кингом в ходе измерения величины входной проводимости. Вероятно, она получилась заниженной, что привело к завышению полученной нами из нее величины входного сопротивления. В пользу данного утверждения говорит тот факт, что результаты, полученные методом моментов и методом конечных элементов, практически совпали, показав в два раза меньшую величину входного сопротивления. Метод КРВО показал схожий с экспериментом результат в силу грубости полученной модели (интегрирование проводилось с малым числом токов, т. к. действительная длина антенны весьма мала, а среда имеет потери).

Данных измерений входной проводимости, при увеличении электрической длины до величины  $\pi$ , в работе Кинга нет (приводятся графики входных проводимостей для других параметров слабосоленых сред, нами не рассматриваемых), поэтому при-

ходится опираться только на численные расчеты. Поскольку данная электрическая длина соответствует величине  $\pi$ , моделируется область параллельного резонанса. Из-за малых потерь величина входного сопротивления испытывает серьезные колебания, поэтому результаты, полученные численными методами, будут очень зависеть от используемой модели возбуждения, наличия паразитных торцевых емкостей и т. д. Это видно из результатов, полученных МКЭ: при увеличении радиуса действительная часть входного сопротивления вполне закономерно снизилась, в то время как реактивная составляющая поменяла знак, что говорит о значительном укорочении вибратора. Результаты, полученные КРВО и ММ, подтверждают данную догадку. Величины действующей длины и эффективной площади, полученные МКЭ и КРВО, получились близкими. Метод моментов, исходя из сравнения с результатами для вибратора длины  $\pi/2$ , дал явно завышенное значение действующей длины, что привело к завышению величины эффективной площади.

В соленой среде наиболее близкие результаты по входному сопротивлению дали МКЭ и КРВО. Метод моментов имеет несколько заниженные значения величины  $Z_A$ . Это привело к тому, что, несмотря на самое близкое к экспериментальному значение действующей длины, эффективная площадь оказалась завышенной. Сказывается малая величина действительной длины моделируемых вибраторов и, как следствие, завышение значений входного тока за счет искажений тонкопроводочного приближения. Действующие длины, полученные МКЭ и КРВО, наоборот, оказались завышены, а входные сопротивления занижены. Это произошло в силу того, что среда имеет большие потери, приводящие к малости второго порядка полученных величин, что сказалось на завышении итоговых значений эффективной площади. Скорее всего, это произошло (так же как и в ММ) за счет малой величины действующей длины вибратора.

При увеличении электрической длины вибратора до величины  $\pi$  в соленых средах данных измерений входной проводимости

в работе Кинга нет, однако все численные модели показали примерно одинаковый результат. Это говорит о положительном влиянии увеличения действующей длины на точность численных расчетов, поскольку увеличивается точность численного интегрирования.

Таким образом, численные методы показали хорошие результаты и в слабосоленых, и в соленых средах. В среде с малыми потерями хороший результат достигнут для вибратора электрической длины  $\pi/2$ . В среде с сильными потерями хороший результат достигнут для вибратора электрической длины  $\pi$ . Это подтверждает тот факт, что величина потерь в среде значительно влияет на точность моделирования. Если потери слабые, на первое место выходит точность расчета входного сопротивления, для больших потерь — точность численного интегрирования тока. В целом методы полных полей, в совокупности с результатами, полученными по распределениям амплитуд и фаз токов, показывают весьма точный результат для любых сред, зависящий от многих факторов. Это подтверждается сравнением с экспериментом. Тем не менее, на первое место все же можно поставить точность аппроксимации излучающей поверхности и подробность ее дискретизации численными методами. Точность расчетов методом моментов зависит от отношения радиуса моделируемого вибратора к его длине из-за ограничений тонкопроволочного приближения.

В качестве общих практических выводов можно обозначить следующее.

Величина входного сопротивления зависит от радиуса вибратора тем сильнее, чем выше проводимость среды. Для слабосоленых сред влияние выше.

Увеличение проводимости среды оказывает понижающее воздействие на входное сопротивление, при этом разница в эффективных площадях для сред с различной

проводимостью может достигать одного порядка. Высокая проводимость сред негативно отражается на эффективной площади антенн, делая ее очень малой.

Увеличение электрической длины вибраторов в слабосоленых средах приводит к росту эффективной площади. В соленых средах увеличение длины, к сожалению, такого эффекта не дает, поскольку имеется сильное затухание токов вдоль плеч.

Эффект от увеличения радиуса (вывод сделан в соответствии с результатами для эффективной площади, полученными МКЭ) достигается только для длинных антенн в соленых средах. Это вызвано, скорее всего, влиянием затухания. Для повышения эффективности антенн в произвольной диссипативной среде необходимо искать компромисс между электрической длиной антенны и ее поперечными размерами.

Входное сопротивление тонких вибраторов, так же как и в свободном пространстве, имеет резонансный характер, уменьшающийся с увеличением проводимости среды. Это накладывает возможное ограничение на полосу рабочих частот таких антенн.

Для практических целей электрические длины тонких вибраторов необходимо выбирать меньшими половины длины волны (с учетом укорочения в среде), что диктуется резкими изменениями реактивной составляющей входного сопротивления за счет наличия параллельного резонанса. Это приводит к тому, что для перекрытия широкого диапазона частот необходимо использовать несколько типоразмеров таких антенн.

Точность совпадения результатов, полученных численными методами, с экспериментом тем выше, чем выше проводимость моделируемой среды. Это вызвано уменьшением влияния резонансных явлений, поэтому методы полных полей будут пригодны для анализа с высокой точностью антенн большого поперечного размера. Среда могут иметь широкий разброс в проводимостях.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Stutzman W.L., Thiele G.A. Antenna Theory and Design. 3rd ed. N.Y.: John Wiley & Sons, Inc, 2012.

2. Бородулин Р.Ю. Численные методы электродинамики: Моногр. СПб.: ВАС, 2016. 180 с.

3. **Berenger J.P.** A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves // *J. Comp. Phys.* 1994. Vol. 114. No. 2. Pp. 185–200.

4. **King R.W.P.** Dipoles in Dissipative Media // *Cruft Laboratory Scientific Report 336*. Harvard University, 1961.

5. **Iizuka K., King R.W.P.** An Experimental Study of the Properties of Antennas Immersed in

Conducting Media // *Cruft Laboratory Scientific Report 2*. Harvard University, 1961.

6. **Гавеля Н.П., Истрашкин А.Д., Муравьев Ю.К., Серков В.П.** Антенны. Ч. 1. Л.: ВКАС, 1963.

7. **Пименов Ю.В., Вольман В.И., Муравцов А.Д.** Техническая электродинамика. М.: Радио и связь, 2002.

#### REFERENCES

1. **Stutzman W.L., Thiele G.A.** *Antenna Theory and Design*, 3rd ed. N.Y.: John Wiley & Sons, Inc, 2012.

2. **Borodulin R.Yu.** *Chislennyye metody elektrodinamiki [Numerical methods of electrodynamics: monograph.]*. St Petersburg: VAS, 2016, 180 p. (rus)

3. **Berenger J.P.** A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves. *J. Comp. Phys.*, 1994, Vol. 114, No. 2, Pp. 185–200.

4. **King R.W.P.** Dipoles in Dissipative Media, *Cruft Laboratory Scientific Report 336*, Harvard

University, 1961.

5. **Iizuka K., King R.W.P.** An Experimental Study of the Properties of Antennas Immersed in Conducting Media, *Cruft Laboratory Scientific Report 2*, Harvard University, 1961.

6. **Gavelya N.P., Istrashkin A.D., Muravyev Yu.K., Serkov V.P.** *Antenny, Chast 1 [Antennas, Part I]*. Leningrad: VKAS, 1963. (rus)

7. **Pimenov Yu.V., Volman V.I., Muravtsov A.D.** *Tekhnicheskaya elektrodinamika [Technical electrodynamics]*. Moscow: Radio i svyaz Publ., 2002. (rus)

---

**БОРОДУЛИН Роман Юрьевич** – докторант Военной академии связи имени Маршала Советского Союза С.М. Буденного, кандидат технических наук.

194064, Россия, Санкт-Петербург, Тихорецкий пр., д. 3.

E-mail: borodulroman@yandex.ru

**BORODULIN Roman Yu.** *Military academy of communications.*

194064, Tikhoretsky Str. 3, St. Petersburg, Russia.

E-mail: borodulroman@yandex.ru