

УДК 004.01:519.8:65.01

*Г.Я. Маркелов*

## МЕТОД СЦЕНАРИЕВ ПРИ УПРАВЛЕНИИ В РЕАЛЬНОМ ВРЕМЕНИ

*G.Ya. Markelov*

### METHOD OF SCENARIOS IN THE MANAGEMENT OF REAL TIME

Представлены результаты анализа применения метода сценариев при управлении в реальном времени. Показаны задачи, возникающие при применении метода сценариев и направления их решения. Получены оценки качества управления по методу сценариев и условия, позволяющие упростить решение задачи кластеризации. Результаты работы могут быть полезны разработчикам систем управления с большим числом состояний объекта управления.

#### МЕТОД СЦЕНАРИЕВ. КЛАСТЕРИЗАЦИЯ ПРОСТРАНСТВА СОСТОЯНИЙ.

The results of the analysis of the use of scenarios in the management of real-time. Showing the problems arising from the application of scenarios and the direction of their solutions. Estimates are obtained by the method of quality control scenarios and conditions to simplify the solution of the problem of clustering. The results may be useful to developers of control systems with a large number of states of the object management.

#### METHOD SCENARIOS. CLUSTERING OF THE STATE SPACE.

Системы управления реального времени должны обеспечивать обработку информации и формирование управляющих воздействий в режиме «on-line», когда на выбор управления отводится ограниченное время, величина которого определяется специфической объектом управления.

Для подобных систем необходимо минимизировать время обслуживания поступающих запросов на управление. Это может достигаться либо повышением производительности обслуживающих устройств, при сохранении традиционных алгоритмов управления, либо применением других алгоритмов, например, сценарного подхода.

В данном случае сценарий – это заранее предусмотренное управление для конкретного состояния объекта управления. Такой подход отличается от традиционных сценарных подходов к управлению, когда сценарий является прогнозом развития объек-

та управления при различных состояниях и управлениях [1, 5].

Предложенный подход хорошо применим к робастным системам, а также согласуется с принципами модельного прогнозирующего управления [2, 3].

#### Описание объекта управления

Состояние объекта управления задается вектором  $\mathbf{s} = (s_1, s_2, \dots, s_R)$ , где  $s_j$  – значение  $j$ -го параметра состояния ( $0 \leq s_j < \infty$ ),  $R$  – размерность пространства состояний ( $1 \leq R < \infty$ ). Множество состояний объекта (пространство состояний)  $\mathbf{S} = (\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_{\bar{N}})$  конечно и их число равно  $\bar{N}$  ( $0 < \bar{N} < \infty$ ). Состояние номер  $m$  задается вектором  $\mathbf{s}_m = (s_{m1}, s_{m2}, \dots, s_{mR})$ . При этом каждый  $j$ -й параметр состояния имеет конечное множество значений  $(s_{mj_1}, s_{mj_2}, \dots, s_{mj_{N_j}})$ ,  $0 < N_j < \infty$  и  $\sum_{j=1}^R N_j = \bar{N}$ .

Если объект управления и его состояния рассматриваются в дискретные моменты времени  $t_0, t_1, \dots, t_k, \dots$ , такие, что  $t_m > t_n$  если  $m > n$ , то состояние объекта в момент  $t_k$  задается вектором  $\mathbf{s}(t_k) = (s_1(t_k), s_2(t_k), \dots, s_R(t_k))$ . Конкретное состояние номер  $r$  задается вектором  $\mathbf{s}_r(t_k) = (s_{r1}(t_k), s_{r2}(t_k), \dots, s_{rR}(t_k))$ , где  $s_{rj}(t_k)$  – значение  $j$ -го параметра состояния,  $\mathbf{s}_m(t_k) \in \mathbf{S}$  и  $\mathbf{s}_m(t_k) = \mathbf{s}_m$  для любого  $t_0, t_1, \dots, t_k, \dots$  и для любого  $m$ .

Задано конечное множество возможных управлений –  $\mathbf{U} = (\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_M)$ , где  $\mathbf{u}_j = (u_{j1}, u_{j2}, \dots, u_{jR})$  – вектор управления номер  $j$  ( $j = 1, 2, \dots, M$ ),  $M$  – число возможных управлений,  $u_{jk}$  – значение  $k$ -го параметра вектора управления. Каждый  $k$ -й параметр управления номер  $j$  имеет конечное множество значений  $(u_{jk_1}, u_{jk_2}, \dots, u_{jk_{M_k}})$ ,  $0 < M_k < \infty$  и  $\sum_{k=1}^R M_k = M$ .

Управление в момент  $t_k$  –  $\mathbf{u}(t_k)$  или  $\mathbf{u}(\mathbf{s}(t_k))$ , если объект находится в состоянии  $\mathbf{s}(t_k)$ , если управление  $\mathbf{u}_j$  применяется в момент  $t_k$ , то это  $\mathbf{u}(t_k) = \mathbf{u}_j(t_k)$  или  $\mathbf{u}_j(t_k)$ . Если управление применяется к объекту, находящемуся в состоянии  $\mathbf{s}_m$ , то это будем обозначать  $\mathbf{u}(\mathbf{s}_m)$  или  $\mathbf{u}(\mathbf{s}_m(t_k))$  для момента  $t_k$ , если известно, что это управление  $\mathbf{u}_j$ , то  $\mathbf{u}_j(\mathbf{s}_m)$  или  $\mathbf{u}_j(\mathbf{s}_m(t_k))$ .

Величина  $z_k = (t_{k+1} - t_k)$  –  $k$ -й шаг управления. В общем случае шаги управления могут иметь различные значения.

**Определение 1.** Расстояние между двумя состояниями объекта  $\mathbf{s}_m, \mathbf{s}_n$  есть величина  $r(\mathbf{s}_m, \mathbf{s}_n) = \sum_{k=1}^R a_k |s_{mk} - s_{nk}|$ , где  $a_i$  ( $0 \leq a_i < \infty$ ) – весовые коэффициенты, учитывающие вес конкретных параметров состояния.

**Определение 2.** Расстояние между двумя управлениями  $\mathbf{u}_j$  и  $\mathbf{u}_m$  есть величина  $r(\mathbf{u}_j, \mathbf{u}_m) = \sum_{i=1}^R b_i |u_{ji} - u_{mi}|$ , где  $b_i$  ( $0 \leq b_i < \infty$ ) – весовые коэффициенты, учитывающие вес конкретных параметров управления.

Функция изменения состояния объекта при воздействии на него управления в момент  $t_k$   $\mathbf{s}(t_{k+1}) = W(\mathbf{s}(t_k), \mathbf{u}(\mathbf{s}(t_k)))$ .

На практике часто бывает, что объект управляется на заданном интервале времени  $(t_0, t_n)$ , при этом множество управле-

ний на данном интервале  $\mathbf{U}(t_0, t_n) = (\mathbf{u}(t_0), \mathbf{u}(t_1), \dots, \mathbf{u}(t_n)) = (\mathbf{u}(\mathbf{s}(t_0)), \mathbf{u}(\mathbf{s}(t_1)), \dots, \mathbf{u}(\mathbf{s}(t_n)))$  и множество состояний объекта на данном интервале  $\mathbf{W}(\mathbf{U}(t_0, t_n)) = (\mathbf{s}(t_0), W(\mathbf{s}(t_0), \mathbf{u}(\mathbf{s}(t_0))), \dots, W(\mathbf{s}(t_{n-1}), \mathbf{u}(\mathbf{s}(t_{n-1}))))$ .

Функционал, позволяющий количественно оценивать эффективность управления на заданном интервале времени  $(t_0, t_n)$ , имеет вид:

$$L(t_0, t_n, \mathbf{U}(t_0, t_n), \mathbf{W}(\mathbf{U}(t_0, t_n))) = \sum_{k=1}^n G(\mathbf{u}(t_k), \mathbf{s}(t_k), t_k),$$

где  $\mathbf{u}(t_k) \in \mathbf{U}$ , ( $k = 1, 2, \dots, n$ );  $G(\mathbf{u}(t_k), \mathbf{s}(t_k), t_k)$  – функция для вычисления эффективности управления (функция эффективности управления)  $\mathbf{u}(t_k)$  при нахождении объекта в состоянии  $\mathbf{s}(t_k)$  в момент  $t_k$  и переходе в состояние  $\mathbf{s}(t_{k+1})$  за шаг управления.

**Определение 3.** Управления  $\mathbf{u}_j$  и  $\mathbf{u}_m$  ( $j \neq m$ ) называются  $h$ -эквивалентными для состояния  $\mathbf{s}(t_k)$ , если  $|G(\mathbf{u}_j(t_k), \mathbf{s}(t_k), t_k) - G(\mathbf{u}_m(t_k), \mathbf{s}(t_k), t_k)| = h$  для любых  $t_k$  ( $k = 1, 2, \dots, n$ ).

**Определение 4.** (Свойство монотонности управления). Управление  $\mathbf{u}(\mathbf{s}(t_k)) \in \mathbf{U}$  называется монотонным, на множестве состояний объекта  $\mathbf{S}$ , если для любых состояний  $\mathbf{s}_m \in \mathbf{S}$ ,  $\mathbf{s}_n \in \mathbf{S}$ ,  $\mathbf{s}_r \in \mathbf{S}$  илюбого момента времени  $t_k$  ( $k = 0, 1, \dots, n$ ), при выполнении условия  $r(\mathbf{s}_m(t_k), \mathbf{s}_n(t_k)) \leq r(\mathbf{s}_m(t_k), \mathbf{s}_r(t_k))$ , следует:

$$|G(\mathbf{u}(t_k), \mathbf{s}_m(t_k), t_k) - G(\mathbf{u}(t_k), \mathbf{s}_n(t_k), t_k)| \leq |G(\mathbf{u}(t_k), \mathbf{s}_m(t_k), t_k) - G(\mathbf{u}(t_k), \mathbf{s}_r(t_k), t_k)|.$$

Задача управления на интервале  $(t_0, t_n)$  заключается в нахождении множества управлений  $\mathbf{U}^*(t_0, t_n) = (\mathbf{u}^*(t_1), \mathbf{u}^*(t_2), \dots, \mathbf{u}^*(t_n))$ , где  $\mathbf{u}^*(t_k) \in \mathbf{U}$ , ( $k = 1, 2, \dots, n$ ) такого, что

$$L(t_0, t_n, \mathbf{U}^*(t_0, t_n), \mathbf{W}(\mathbf{U}^*(t_0, t_n))) \leq L(t_0, t_n, \mathbf{U}(t_0, t_n), \mathbf{W}(\mathbf{U}(t_0, t_n)))$$

при  $\mathbf{U}^*(t_0, t_n) \neq \mathbf{U}(t_0, t_n)$   
или

$$\sum_{k=1}^n G(\mathbf{u}^*(t_k), \mathbf{s}(t_k), t_k) \leq \sum_{k=1}^n G(\mathbf{u}(t_k), \mathbf{s}(t_k), t_k)$$

при  $\mathbf{U}^*(t_0, t_n) \neq \mathbf{U}(t_0, t_n)$ .

Данная задача является классической задачей теории оптимального управления и принципиально может решаться при конечном множестве состояний объекта управления, например, с применением динамического программирования [6].

### Метод сценариев

Во многих случаях реальное число возможных состояний объекта управления  $\bar{N}$  очень велико, что приводит к высокой трудоемкости вычисления оптимальных управлений, и классический подход часто непригоден для практического применения, особенно при управлении в реальном времени (при малых значениях шагов управления).

В связи с этим для подобных случаев предлагается применять метод сценариев (сценарный подход) [1].

Метод основан на создании множества сценариев управления (каталога сценариев), заранее определенных для различных состояний объекта. Это множество, как правило, значительно меньше множества состояний объекта.

Каждый сценарий для момента времени  $t_k$  содержит информацию о состоянии объекта управления, оптимальном для этого состояния управления и длительности шага управления —  $c(s(t_k), u^*(s(t_k)), z_k)$ . Отметим, что в общем случае сценарий для момента  $t_k$  реализуется на интервале времени  $(t_k, t_{k+1})$  ( $k = 0, 1, \dots, n - 1$ ), и параметры оптимального управления могут иметь различные моменты времени реализации на интервале  $(t_k, t_{k+1})$ .

Такой подход позволяет заменить трудоемкие вычислительные процедуры нахождения оптимального управления более простыми и быстрыми, связанными с поиском требуемого сценария из каталога сценариев.

Особенность данного подхода заключается в необходимости создания сценариев и оценки точности при выборе управления, поскольку реальное состояние объекта управления не всегда может соответствовать его состоянию по сценарию из-за ограни-

ченности числа сценариев по сравнению с реальным множеством состояний объекта.

Итак, пусть имеется конечное пространство базовых состояний объекта, подготовленное для применения метода сценариев —  $S_0 \subseteq S$ , где  $S_0 = (s_{01}, s_{02}, \dots, s_{0N})$ , где  $s_{0i} = (s_{0i1}, s_{0i2}, \dots, s_{0iR})$  — вектор  $i$ -го базового состояния объекта такой, что  $s_{0i} \in S$  и  $N < \bar{N}$ .

Объект функционирует на интервале  $(t_0, t_n)$ , и для каждого базового состояния  $s_{0i}(t_k)$  в этом случае определяется оптимальное управление  $u_0^*(s_{0i}(t_k)) \in U$  так, что создается множество оптимальных управлений

$$U_0^*(t_0, t_n) = \{ (u_0^*(s_{01}(t_0)), u_0^*(s_{02}(t_0)), \dots, \dots, u_0^*(s_{0N}(t_0))), (u_0^*(s_{01}(t_1)), u_0^*(s_{02}(t_1)), \dots, u_0^*(s_{0N}(t_1))), \dots, (u_0^*(s_{01}(t_n)), u_0^*(s_{02}(t_n)), \dots, \dots, u_0^*(s_{0N}(t_n))) \}.$$

Функция изменения состояния объекта при воздействии на него управления имеет вид  $s_0(t_{k+1}) = W_0(s_0(t_k), u_0^*(s_0(t_k)))$ , здесь  $s_0(t_k) \in S_0$  для всех  $k = 0, 1, \dots, n$ .

Множество оптимальных управлений удовлетворяет условию

$$L(t_0, t_n, U_0^*(t_0, t_n), W_0(U_0^*(t_0, t_n))) \leq L(t_0, t_n, U(t_0, t_n), W_0(U(t_0, t_n)))$$

при  $U_0^*(t_0, t_n) \neq U(t_0, t_n)$   
или

$$\sum_{k=1}^n G(u_0^*(t_k), s_0(t_k), t_k) \leq \sum_{k=1}^n G(u(t_k), s_0(t_k), t_k)$$

при  $U_0^*(t_0, t_n) \neq U(t_0, t_n)$ .

В этом случае задача оптимального управления на заданном интервале  $(t_0, t_n)$  решается как задача нахождения оптимальных управлений для множества состояний объекта на интервале —  $S_0(t_0, t_n)$ .

Эффективность управления вычисляется по формуле

$$L(t_0, t_n, U_0^*(t_0, t_n)) = \sum_{k=1}^n G(u_0^*(s_{0m_k}(t_k)), s_{0m_k}(t_k), t_k).$$

Применение данного подхода требует решения следующих задач:

1. Формирование конечного мно-

жества состояний объекта управления  $S_0 = (s_{01}, s_{02}, \dots, s_{0N})$  или кластеризация пространства состояний.

2. Вычисление оптимального управления для каждого состояния из множества  $S_0$ , т. е. формирование множества  $U_0^* = (u_0^*(s_{01}), u_0^*(s_{02}), \dots, u_0^*(s_{0N}))$ .

3. Определение величины погрешности управления по сравнению с классическим управлением на всем множестве состояний.

### Кластеризация пространства состояний

Как отмечалось, применение метода сценариев требует построения конечного множества состояний объекта управления, где одно состояние может соответствовать группе (подмножеству) реальных состояний. Далее будем считать, что управления не зависят от момента времени, а значение функции эффективности управления зависит только от состояния объекта и принимаемого в этом состоянии управления.

В этом случае пространство состояний  $S = (s_1, s_2, \dots)$  разбивается на подмножества  $S_{01}, S_{02}, \dots, S_{0N}$  так, что  $S = \bigcup_{j=1}^N S_{0j}$ ,  $S_{0m} \cap S_{0n} = \emptyset$  для всех  $m \neq n$ . Каждому подмножеству  $S_{0j}$  ставится в соответствие базовое состояние  $s_{0j}$ , где  $s_{0j} = s_{k_j}$  и  $s_{k_j} \in S$ ; здесь  $k_j$  – номер состояния из множества  $S$ . Таким образом, может быть сформировано базовое множество  $S_0 = (s_{01}, s_{02}, \dots, s_{0N}) = (s_{k_1}, s_{k_2}, \dots, s_{k_N})$ .

Задачу формирования подмножеств базовых состояний можно рассматривать как задачу кластеризации [4]. Однако в данном случае для того, чтобы кластеризация была возможна для заданного значения числа базовых состояний  $N$ , необходимо определить правила назначения констант кластеризации.

Разработан и теоретически обоснован алгоритм формирования множества базовых состояний (алгоритм кластеризации), включающий следующие основные шаги.

1. Выбирается  $N$  базовых состояний объекта, для которых оптимальные управления различны:  $s_{k_1}, s_{k_2}, \dots, s_{k_N}$ .

2. Для каждого базового состояния

$s_{0k_j}$  вычисляется оптимальное управление  $u_0^*(s_{0k_j}) = u_{0k_j}^*$  и формируется множество  $U_0^* = (u_{0k_1}^*, u_{0k_2}^*, \dots, u_{0k_N}^*)$ .

3. Для каждого базового состояния  $s_{0k_j}$  формируется подмножество (кластер)  $S_{0j}$  по правилу:

- $s_k \in S_{0j}$ , если оптимальные управления  $u_0^*(s_{0k_j})$  и  $u^*(s_k)$   $h$ -эквивалентны, то есть

$$|G(u_0^*(s_{0k_j}), s_{0k_j}) - G(u^*(s_k), s_k)| = h,$$

где  $h \leq H_{0j}$  ( $j = 1, 2, \dots, N$ );  $\infty > H_{0j} > 0$  ( $j = 1, 2, \dots, N$ ) – предварительно заданная константа кластеризации;

- если существует  $s_{0k_m}$  ( $m \neq j$ ) такое, что одновременно выполняются условия:

$$|G(u_0^*(s_{0k_j}), s_{0k_j}) - G(u^*(s_k), s_k)| = h,$$

где  $h \leq H_{0j}$  и

$$|G(u_0^*(s_{0k_m}), s_{0k_m}) - G(u^*(s_k), s_k)| = g,$$

где  $g \leq H_{0m}$ , то  $s_k \in S_{0j}$ , если  $j < m$  и  $s_k \in S_{0m}$ , если  $j > m$ .

Для всех состояний любого подмножества  $S_{0j}$  существует одно управление –  $u^*(s_{0k_j}) = u_{0k_j}^*$ .

### Качество кластеризации

Поскольку оптимальное управление для базового состояния применяется для всех состояний, входящих в подмножество этого базового состояния, то, естественно, качество управления отличается от того, когда для каждого состояния выбирается оптимальное управление (полностью оптимальное управление). Разницу между оптимальным управлением при применении метода сценариев с кластеризацией и классическим оптимальным управлением можно оценить, используя понятие  $h$ -эквивалентности управлений и правила кластеризации.

Для любого состояния  $s_k$  из подмножества  $S_{0j}$  выполняется неравенство:

$$|G(u^*(s_{0k_j}), s_{0k_j}) - G(u^*(s_k), s_k)| \leq H_{0j},$$

$$j = 1, 2, \dots, N.$$

Следовательно, оценка  $E(S, S_0, N, U_0^*, U^*)$  разницы между полностью оптимальным



управлением и управлением при применении метода сценариев может быть вычислена по формуле

$$E(\mathbf{S}, \mathbf{S}_0, N, \mathbf{U}_0^*, \mathbf{U}^*) \leq \sum_{j=1}^N H_{oj}.$$

В случае конечного числа состояний объекта задача формирования множества  $\mathbf{S}_0 = (s_{0k_1}, s_{0k_2}, \dots, s_{0k_N})$  и множества  $\mathbf{U}_0^* = (\mathbf{u}^*(s_{0k_1}), \mathbf{u}^*(s_{0k_2}), \dots, \mathbf{u}^*(s_{0k_N}))$  решается путем перебора конечного множества вариантов.

Для монотонного управления получен следующий полезный результат.

Утверждение. Пусть множество управлений  $\mathbf{U}$  содержит монотонные управления, тогда

• если состояние  $s_k$  отнесено к подмножеству  $\mathbf{S}_{0j}$  и

$$r(s_{0k_j}, s_k) = \sum_{r=1}^R |s_{0k_j r} - s_{kr}|,$$

то к подмножеству  $\mathbf{S}_{0j}$  относится любое состояние  $s_m$  для которого  $r(s_{k_j}^0, s_m) \leq r(s_{0k_j}, s_k)$ ;

• если состояние  $s_n$  не отнесено к подмножеству  $\mathbf{S}_{0j}$ , то к подмножеству  $\mathbf{S}_{0j}$  не относится любое состояние  $s_m$ , для которого  $r(s_{0k_j}, s_m) \geq r(s_{0k_j}, s_n)$ .

Этот результат позволяет более просто формировать подмножества, поскольку не нужно вычислять величину  $h$ -эквивалентности для всех проверяемых состояний объекта.

Предложен и исследован подход к управлению объектами в реальном времени, основанный на применении сценариев как готовых решений для управления на заданном множестве состояний объекта управления.

Исследования предложенного подхода позволили разработать алгоритм кластеризации, обеспечивающий формирование заданного множества базовых состояний объекта, получить оценку качества управления с применением сценариев по сравнению с классическим управлением на всем множестве состояний объекта.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Акимова, О.Е.** Сущность, формы и особенности сценарного подхода в современном управлении: Дис. ... канд. соц. наук; 22.00.08 [Текст] / О.Е. Акимова. – М., 2006. – 143 с. –РГБ ОД, 61 06-22/528.
2. **Гудвин, Г.К.** Проектирование систем управления [Текст] / Г.К. Гудвин, С.Ф. Гребе, М.Э. Сальгадо. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2004. – 911 с.
3. **Дорф, Р.** Современные системы управления [Текст] / Р. Дорф, Р. Бишоп. – М.: Лаборатория

базовых знаний, 2002. – 832 с.

4. **Жамбю, М.** Иерархический кластер-анализ и соответствия [Текст] / М. Жамбю. – М.: Финансы и статистика, 1988. – 345 с.
5. **Литвак, Б.Г.** Управленческие решения [Текст] / Б.Г. Литвак. – М.: ТАНДЕМ, ЭКМОС, 1998. – 128 с.
6. **Петров, Ю.П.** Вариационные методы теории оптимального управления [Текст] / Ю.П. Петров; Изд. 2-е, перераб. и доп. –Л.: Энергия, 1977. – 280 с.

#### REFERENCES

1. **Akimova O.E.** Sushchnost', formy i osobennosti stsenarnogo podkhoda v sovremennom upravlenii: Dis. ... kand. sots. nauk; 22.00.08. – Moscow, 2006. – 143 s. –RGB OD, 61 06-22/528. (rus)
2. **Gudvin G.K., Grebe S.F., Salgado M.E.** Proektirovanie sistem upravleniya. – Moscow: BINOM. Laboratoriya znaniy, 2004. – 911 s. (rus)
3. **Dorf R., Bishop R.** Sovremennye sistemy upravleniya. – Moscow: Laboratoriya bazovykh

znaniy, 2002. – 832 s. (rus)

4. **Zhambyu M.** Ierarkhicheskiy klaster-analiz i sootvetstviya. – Moscow: Finansy i statistika, 1988. – 345 s. (rus)
5. **Litvak B.G.** Upravlencheskie resheniya. – Moscow: TANDEM, EK MOS, 1998. – 128 s. (rus)
6. **Petrov Yu.P.** Variatsionnye metody teorii optimal'nogo upravleniya; Izd. 2-e, pererab. i dop. –Leningrad: Energiya, 1977. – 280 s. (rus)

**МАРКЕЛОВ Геннадий Яковлевич** – преподаватель кафедры вычислительной техники Тихоокеанского государственного университета.

680035, Россия, г. Хабаровск, ул. Тихоокеанская, д. 136.

E-mail: teledv@inbox.ru

**MARKELOV, Gennadii Ya.** *Pacific National University.*

680035, Tikhookeanskaya Str. 136, Khabarovsk, Russia.

E-mail: teledv@inbox.ru