

УДК 004.932

В.Г. Шубников, С.Ю. Беляев

ПОДАВЛЕНИЕ ШУМА И ОЦЕНКА РАЗЛИЧИЙ В ИЗОБРАЖЕНИЯХ

V.G. Shubnikov, S.Yu. Belyaev

IMAGE DIFFERENCE ESTIMATION AND NOISE REMOVING

Для оценки различий между двумерными изображениями обычно используется метрика PSNR (Отношение сигнала к шуму). Недавно была предложена более приближенная к человеческому восприятию мера для оценки различий – SSIM (Оценка структурного подобия). Данная статья посвящена улучшенной оценке разницы между изображениями, вычисляемой как сумма структурных параметров, взвешенная критерием наличия ребер в рассматриваемой точке изображения. Предлагаемая метрика значительно ближе к человеческому восприятию различий в изображениях по сравнению с общеизвестными оценками (PSNR, SSIM). Рассмотрена пара типовых случаев изменения изображения, когда PSNR и SSIM не могут зафиксировать различия между изображениями, а предлагаемая метрика хорошо справляется с задачей. Предложен новый алгоритм удаления шума из двумерных изображений, основанный на детектировании ребер и широко известном методе двусторонней (bilateral) фильтрации.

СХОДСТВО ИЗОБРАЖЕНИЙ. ОБРАБОТКА ИЗОБРАЖЕНИЙ. ФИЛЬТРАЦИЯ. ДЕТЕКТИРОВАНИЕ ГРАНЕЙ. УДАЛЕНИЕ ШУМА.

PSNR (Peak Signal to Noise Ratio) metric is typically used to estimate difference between two given images. Recent time more reliable metric (SSIM – Structural Similarity) was introduced to detect image changes/noise/etc. This article introduces more advanced approach for the image distance measurement, based on weighted sum of the image structure estimation and edges detection. Proposed metric (ESSIM – Edgeted Structural Similarity) is more close to the human image difference perception, and provide strong emphasize to pixels near edges. Paper illustrates two image modification cases, where PSNR and SSIM cannot find difference between images, but proposed metric can do it. Also this paper introduces a novel image noise removal approach, based on the weighted mixture of bilateral method and advanced edge detection approach.

IMAGE SIMILARITY. IMAGE PROCESSING. FILTRATION. EDGE DETECTION. NOISE REMOVING.

Алгоритмы удаления шума в изображениях широко используются в различных задачах: профессиональная и любительская фотография, аэрофотосъемка, обработка цифровых изображений в современной медицинской технике, классификация изображений, распознавание образов и т. д.

Обычно в литературе используют следующую последовательность действий при описании алгоритма подавления шумов: на первом этапе из какого-либо источника копируется исходное изображение. Как правило, берется изображение высокого

качества (оценивая его визуально), часто используются эталонные изображения из коллекций фотографий различных компаний и исследовательских центров.

На втором этапе в изображение внедряется шумовая помеха каким-либо искусственным методом. При этом обычно берется т. н. «белый шум», удовлетворяющий гауссовому распределению. Можно показать, что произвольный шум не всегда напоминает шум, возникающий при получении цифровых изображений в реальных условиях. Однако рассмотрение этой про-

блемы выходит за рамки данной статьи.

На третьем этапе искусственно зашумленное изображение подвергается очистке (фильтрации) предлагаемым алгоритмом, получая, таким образом, некое очищенное изображение. Если бы алгоритм удаления шума был бы идеален, то на выходе третьего этапа мы бы получили в точности исходное изображение. Так как идеального шумоподавления в изображениях еще не изобретено, то любой алгоритм такого рода восстанавливает исходное изображение с некоторой погрешностью.

На четвертом этапе полученное изображение сравнивается с исходным на основе какой-либо метрики, и алгоритм шумоподавления оценивается численным результатом такого сравнения. Крайне важно пользоваться «хорошей» метрикой, сравнивая два изображения. В работе [1] сделан исчерпывающий обзор популярных методик сравнения изображений. Также предложены интересные подходы к разработке других методик, однако есть только краткие словесные их описания, но нет их реализации. Одна из идей, основанная на измерениях, пропорциональных резкости граней в изображении, использована в настоящей статье. Статья [2] содержит отличное доказательство того факта, что самая популярная метрика PSNR не может использоваться для адекватного (человеческому) машинного сравнения изображений в различных типичных случаях изменения изображений. Также в [2] показано, что метрика SSIM намного ближе к человеческому восприятию по сравнению с PSNR. В нашей работе мы сделаем еще один шаг вперед от машинного (формального) сравнения изображений к человеческому.

На сегодняшний день известно множество алгоритмов удаления шума в изображениях. Казалось бы, задача уже давно решена. Однако и по сей день предлагаются новые алгоритмы удаления помех (шумов) в изображениях, которые дают еще более качественную очистку и работают еще более быстро. Наиболее простые алгоритмы со статической матрицей свертки позволяют осуществить очень быструю фильтрацию зашумленного изображения, но, к сожалению,

такой простой подход приводит к появлению размазанности изображения и потере четко видимых ребер. Удалить помехи и, одновременно с этим, сохранить четкость ребер, — главные цели любого алгоритма удаления шума. Метод двусторонней фильтрации [3] более-менее хорошо справляется с поставленной таким образом задачей. Мы предлагаем внести некоторые изменения в этот метод с той целью, чтобы результаты вычисления различий между изображениями еще лучше соответствовали восприятию различий между изображениями человеком.

1. Идея алгоритма вычисления различий между изображениями

В качестве основы вычисления разницы между изображениями можно взять метод вычисления SSIM (описанный подробно в [2]). Мы сделали небольшие, но существенные изменения, добавили еще один мультипликативный коэффициент, сильно влияющий на конечный результат вычислений. Согласно [1, 2] и многим другим источникам, для двух заданных изображений P_x и P_y величина SSIM вычисляется следующим образом:

$$\mu_x = \frac{1}{W \cdot H} \sum_{j=0}^{H-1} \sum_{i=0}^{W-1} P_x(i, j),$$

$$\mu_y = \frac{1}{W \cdot H} \sum_{j=0}^{H-1} \sum_{i=0}^{W-1} P_y(i, j),$$

где W, H — размер изображений (естественно, должны быть одинаковы для обоих сравниваемых изображений). Зная осредненную интенсивность, можно вычислить показатель контраста для каждого изображения:

$$C_x = \frac{1}{W \cdot H - 1} \sum_{j=0}^{H-1} \sum_{i=0}^{W-1} [P_x(i, j) - \mu_x]^2,$$

$$C_y = \frac{1}{W \cdot H - 1} \sum_{j=0}^{H-1} \sum_{i=0}^{W-1} [P_y(i, j) - \mu_y]^2.$$

После этого вычислим показатель корреляции между изображениями:

$$R = \frac{1}{W \cdot H - 1} \sum_{j=0}^{H-1} \sum_{i=0}^{W-1} |P_x(i, j) - \mu_x| \times |P_y(i, j) - \mu_y|.$$

Таким образом, для каждого изображения у нас есть три величины, описывающие качественные характеристики, на основе которых можно вычислить коэффициенты, отражающие яркость, контрастность и структурные различия между изображениями:

$$K_l = \frac{(2\mu_x\mu_y + C_1)}{(\mu_x\mu_x + \mu_y\mu_y + C_1)},$$

$$K_c = \frac{(2C_xC_y + C_2)}{(C_xC_x + C_yC_y + C_2)}, \quad K_s = \frac{(R + C_3)}{(C_xC_y + C_3)}.$$

В приведенных выше формулах C_1 , C_2 , C_3 – константы, необходимые для того, чтобы избежать деление на ноль.

Итоговая величина SSIM вычисляется простым умножением коэффициентов K_l , K_c и K_s . Позже, в разделе 3, мы проиллюстрируем недостатки SSIM. Попробуем представить, что для любого заданного изображения мы можем построить специальное изображение, интенсивность пикселей которого будет пропорциональна резкости ребер. Под словом «резкость» ребер имеется в виду степень размытости границ объектов/деталей в изображении. Значения, близкие к нулю, описывают смазанные участки изображения. Значения, близкие к единице, описывают фрагменты изображения, в которых имеется резкий переход интенсивности между группами пикселей. Под словом «ребра» мы понимаем значительную разницу интенсивности одной группы пикселей от другой, расположенной по соседству. Существует масса способов, при помощи которых можно постро-

ить «карту ребер» для заданного на входе изображения. Добавив весовые коэффициенты в расчет контрастности и корреляции, мы можем подсчитать реберно-зависимые контрастность и корреляцию:

$$C_x = \frac{\sum_{j=0}^{H-1} \sum_{i=0}^{W-1} W_x(i, j) [P_x(i, j) - \mu_x]^2}{\sum_{j=0}^{H-1} \sum_{i=0}^{W-1} W_x(i, j)},$$

$$C_y = \frac{\sum_{j=0}^{H-1} \sum_{i=0}^{W-1} W_x(i, j) [P_y(i, j) - \mu_y]^2}{\sum_{j=0}^{H-1} \sum_{i=0}^{W-1} W_x(i, j)},$$

где W_x – матрица весовых коэффициентов, значения которых лежат в интервале $[0..1]$ и описывают наличие «ребра» в точке $P_x(i, j)$. Мы будем использовать только одну весовую матрицу, созданную из первого изображения, в то время как сравниваются два изображения. Такое допущение можно сделать, если считать первое изображение «эталонным», а второе – измененным, и наша цель – оценить количество этих изменений. Реберно-зависимая корреляция между изображениями может быть вычислена:

$$R_w = \frac{\sum_{j=0}^{H-1} \sum_{i=0}^{W-1} W_x(i, j) |P_x(i, j) - \mu_x| \cdot |P_y(i, j) - \mu_y|}{\sum_{j=0}^{H-1} \sum_{i=0}^{W-1} W_x(i, j)}.$$

Также мы предлагаем вычислить корреляцию контраста (D) и взвешенную корреляцию контраста (D_w):

$$D = \frac{\sum_{j=0}^{H-1} \sum_{i=0}^{W-1} [(P_x(i, j) - \mu_x) - (P_y(i, j) - \mu_y)]^2}{W \cdot H - 1};$$

$$D_w = \frac{\sum_{j=0}^{H-1} \sum_{i=0}^{W-1} W_x(i, j) [(P_x(i, j) - \mu_x) - (P_y(i, j) - \mu_y)]^2}{\sum_{j=0}^{H-1} \sum_{i=0}^{W-1} W_x(i, j)}.$$

Для этих новых (относительно алгоритма вычисления SSIM) параметров можно рассчитать специальный коэффициент, показывающий отношение между величинами D и D_w :

$$K_w = \frac{(D + C_4)}{(D + D_w + C_4)}.$$

Для тех пар изображений, в которых различия в «реберных» зонах существенны, величина K_w будет стремиться к нулю. Пред-

лагаемая новая характеристика K_w соответствует принципам человеческого восприятия разницы в изображениях – чем больше разницы в «реберных» зонах, тем сильнее различаются изображения в целом. В итоге можно рассчитать улучшенную меру различия между изображениями:

$$ESSIM = K_l \cdot K_c \cdot K_s \cdot K_w.$$

ESSIM (Edged Structure Similarity Image Metric – Реберно-структурная метрика похожести изображений) несет ту же смысловую нагрузку, что и SSIM: величина, равная нулю, означает совершенно не похожие изображения, величина, равная единице, описывает одинаковые изображения. Чем больше величина ESSIM ближе к единице, тем большим сходством обладают сравниваемые изображения.

2. Вычисления карты ребер

В предыдущем разделе мы ссылались на весовую матрицу W_x , которая характеризует наличие ребер для каждого пикселя изображения. Для простоты вычислений W_x мы будем использовать алгоритм, описанный в [4]: на первом этапе производится сглаживание изображения с целью удаления выбросов, связанных с шумом. Далее вычислим градиентные поля G_x и G_y :

$$G_x(x, y) = \sum_{j=-1}^{+1} \sum_{i=-1}^{+1} P_x(x+i, y+j) \cdot KG_x(1+i, 1+j);$$

$$G_y(x, y) = \sum_{j=-1}^{+1} \sum_{i=-1}^{+1} P_y(x+i, y+j) \cdot KG_y(1+i, 1+j).$$

Здесь KG_x , KG_y – простые матрицы, участвующие в вычислении свертки матрицы:

$$KG_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad KG_y = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Величины G_x и G_y описывают градиенты интенсивности изображения в обоих направлениях: горизонтальном и вертикальном. KG_x , KG_y также хорошо известны как операторы Собеля. Окончательный расчет реберной характеристики

для точки (x, y) выполняется по формуле $W_x(x, y) = \sqrt{G_x(x, y)^2 + G_y(x, y)^2}$.

3. Синтетические тесты для ESSIM

Чувствительность предложенной оценки ESSIM может быть проиллюстрирована на специальных синтетических изображениях, полученных искусственным путем. Например, создадим специальное тестовое изображение, состоящее из простых градиентов интенсивности цвета и вертикальных периодических полос. Мы можем внедрить белый шум с распределением Гаусса в это тестовое изображение двумя различными способами: в первом случае мы изменим пиксели изображения в областях, у которых нет явных ребер. Во втором случае изменим изображение вокруг резких границ интенсивности (рис. 1).

В обоих случаях площадь поврежденных пикселей одна и та же, разброс псевдослучайного шума один и тот же, и в обоих изменениях шум имеет одну и ту же интенсивность. Если внимательно приглядеться, то можно заметить, что изображение справа выглядит более «испорченным» по сравнению с левым. Такое впечатление получается, если внимательно присмотреться к ребрам: на изображении слева ребра не тронуты, поэтому человеческий глаз «полагает», что слева изображение более качественно, чем справа. Этот эффект близок к хорошо известной иллюзии полос Маха, показывающей, что человеческий глаз видит один и тот же цвет по-разному в зависимости от наличия резких реберных границ. (исчерпывающий обзор оптических иллюзий можно прочитать в [5, 6]). Парное сравнение между изображениями на рис. 1 и исходным изображением (без внедренного шума) дает несущественное различие между оценками PSNR и SSIM, однако для предлагаемой величины ESSIM различия будут куда более значимыми (табл. 1).

Оценка PSNR наводит нас на неправильный вывод о том, что изображение справа на рисунке ближе к исходному (без внедренного шума), чем изображение слева. Оценка SSIM уверяет, что изменения чуть ли не одинаковые. И только величина

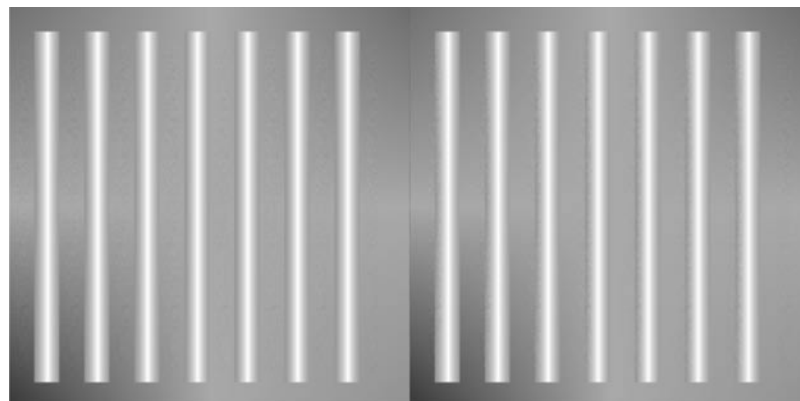


Рис. 1. Близкие изменения, внедренные в разные зоны исходного изображения

ESSIM показывает значительную разницу в изменениях, причем эта разница соответствует человеческому восприятию: изображение справа на рисунке повреждено более существенно. Ко всему прочему, мы протестировали, каким образом простые изменения изображения (которые легко выполняются в графических редакторах) отражаются на этих трех параметрах. Существенное изменение изображения – создание негатива. В табл. 2 приведены результаты измерений трех метрик в зависимости от простых изменений изображения. Метрика ESSIM наиболее чувствительна к изменениям.

Естественно, что размазывание изображения, изменение контраста и сжатие с потерями – наиболее серьезные модификации, которые затрагивают области ребер. Таблица иллюстрирует факт того, что именно эти изменения сильнее всего сказываются на ESSIM. Последнее изменение наиболее интересно: в каждом пикселе красная компонента цвета увеличена на 10 (диапазон изменения цвета считаем в $[0..255]$), а зеленая и синяя компоненты уменьшены на 5. Обе широко используемые метрики (PSNR, SSIM) в этом случае не фиксируют изменений в изображении

(но визуально изменение очевидно), но в то же время предлагаемая метрика ESSIM показывает существенные различия.

4. Метод удаления шума в изображении

Метод двусторонней фильтрации, предложенный в [3], базируется на более сложной идее по сравнению с простой взвешенной по Гауссу нелинейной фильтрацией. Большинство новых алгоритмов в этом классе основаны на сложном вычислении весов. В работе [7] приведен алгоритм, основанный на комбинации двух двусторонних фильтров. Существенный недостаток предложенного метода скрыт в самом вычислении весов, основанном на различии медиан групп пикселей, собранных в окрестностях двух сравниваемых пикселей. Разница медиан в некотором смысле повторяет разницу между интенсивностями самих сравниваемых пикселей, только в более «интегрированном» виде, поэтому эта характеристика не меняет акцент весов. В данной статье мы предлагаем новый способ вычисления весовых коэффициентов. Пусть W и H – размеры изображения; N – радиус квадратной окрестности вокруг каждого пикселя изображения $P(x, y)$. Окрестность

Таблица 1

Сравнение PSNR, SSIM, ESSIM

Изменение изображения	PSNR	SSIM	ESSIM
Шум в гладких зонах	29,53	0,9992	0,9682
Шум в реберных зонах	29,98	0,9990	0,5088

Таблица 2

Влияние простых изменений изображения на PSNR, SSIM, ESSIM

Способ изменения	PSNR	SSIM	ESSIM
Контраст	27,44	0,9767	0,3947
Негатив	10,87	0,9454	0,6778
Добавление гауссова шума	29,98	0,9892	0,5066
Сжатие с потерями	28,66	0,9886	0,3530
Добавление размазывания	26,43	0,9870	0,2489
Изменение каналов RGB	100,0	0,9997	0,6703

требуется для учета не только самого пикселя (x, y) но также и его соседей. Площадь этой квадратной окрестности равна $S = (2N+1)(2N+1)$.

Взяв за основу нелинейную фильтрацию, значение интенсивности пикселя в точке (x, y) вычисляется так:

$$P'(x, y) = \frac{\sum_{j=-N}^{N+1} \sum_{i=-N}^{N+1} w(i, j) P(x+i, y+j)}{\sum_{j=-N}^{N+1} \sum_{i=-N}^{N+1} w(i, j)}$$

Увеличивая значение N , мы делаем процесс вычисления более «охватывающим». Отрицательный эффект в увеличении N состоит в увеличении времени расчета. Классический двусторонний фильтр использует следующую формулу для расчета весов в точке (i, j) , находящейся в окрестности точки (x, y) :

$$w(i, j) = e^{-\frac{(i^2+j^2)}{2\sigma_s^2}} e^{-\frac{|P(x+i, y+j) - P(x, y)|^2}{2\sigma_r^2}},$$

где σ_s и σ_r – пространственные и радиометрические константы, оператор $|P(x+i, y+j) - P(x, y)|$ – простой квадрат разности интенсивностей в пикселях (x, y) и текущем пикселе в его окрестности. Формула вычисления $w(i, j)$ иллюстрирует простой принцип расчета веса: результат зависит от умножения двух компонент. Пиксель (i, j) в окрестности (x, y) будет обладать меньшим весом по мере увеличения расстояния между (i, j) и (x, y) . Меньший вес будет назначен также в случае, если различие между интенсивностями в рассматриваемом пикселе (i, j) и центральном пикселе окрестности (x, y) будет увеличиваться. Говоря более простым языком, если в окрестности (x, y) интенсивности мало различаются, то

результатом фильтрации будет осредненное значение интенсивностей. Если же у центрального пикселя окрестности интенсивность существенно отличается от пикселей по соседству, веса соседних пикселей будут стремиться к нулю, и значения их интенсивностей не будут учтены в результирующем пикселе.

В нашем подходе мы пойдем на один шаг дальше: будем сравнивать «реберность» центрального пикселя (x, y) и пикселей в его окрестности (i, j) . Если текущий рассматриваемый пиксель окрестности лежит на том же ребре, что и центральный пиксель (или наоборот, оба не лежат на ребре), мы будем учитывать его интенсивность и назначим больший вес для пикселя (i, j) . Если «реберность» текущего пикселя сильно отличается от такого же показателя центрального пикселя, то мы будем назначать меньший вес. В конечном итоге для каждого пикселя (i, j) в окрестности (x, y) мы будем рассчитывать пространственный, радиометрический и реберный коэффициенты:

$$C_s = i^2 + j^2;$$

$$C_r = |P(x, y) - P(x+i, y+j)|^2;$$

$$C_e = |W(x, y) - W(x+i, y+j)|,$$

где $W(x, y)$ – реберная матрица, созданная методом Канни (описанным выше). В результате вес может быть вычислен как

$$w(i, j) = e^{-\frac{(C_s * C_r * C_e)}{\sigma}}$$

Важное различие между предлагаемым методом и классической двусторонней фильтрацией состоит в умножении компонент (а не сложении) – аргументов экспоненты. Такой прием позволит сделать ре-



Рис. 2. Результаты удаления шума из изображения Caracas¹.
Верхний ряд слева направо: исходное изображение, внедренный шум. Нижний ряд: изображения, восстановленные классическим двусторонним и предлагаемым фильтром

¹ Caracas: Коллекция изображений Flickr

зультирующий вес более чувствительным к изменениям каждой компоненты. Для практической реализации важно предоставить возможность изменять как размер квадратной окрестности, так и значение σ , влияющее на гладкость (большее значение приводит к более размытому результату).

5. Удаление шума в реальных изображениях

Для искусственно внедренных шумов в изображения предлагаемый метод не дает очень впечатляющих результатов, если сравнивать результат очистки. Однако по-

казатель ESSIM показывает лучшую очистку именно для двусторонне-реберного метода. На рис. 2 и 3 приведены несколько тестовых изображений, в которые внедрен шум и удален классическим и предлагаемым двусторонним методом. На этих иллюстрациях хорошо заметно, что контрастные зоны (около ребер) практически одинаковы, а зоны в смазанных частях зашумленного изображения очищены лучше предлагаемым фильтром.

Помимо очистки искусственно внедренных шумов, мы применили предлагаемый

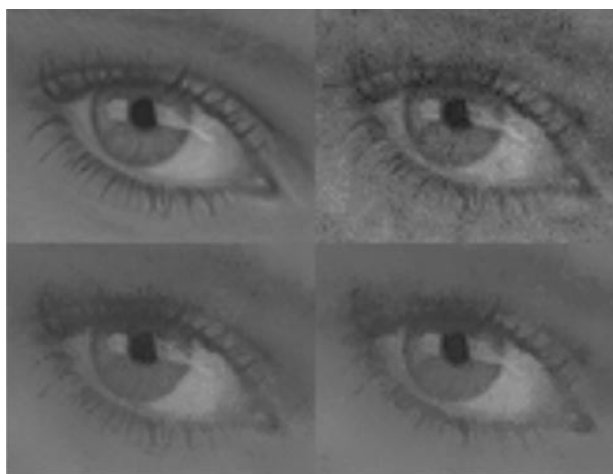


Рис. 3. Результаты удаления шума из изображения Girl² классическим двусторонним и предлагаемым фильтром (нижний ряд).

В верхнем ряду исходное изображение (слева) и внедренный искусственный шум (справа)

² Girl, Light House, City, Masaw: Коллекция изображений компании Kodak (<http://r0k.us/graphics/kodak/>)



Рис. 4. Изображение Face³, полученное с высоким ISO до и после реберной двусторонней фильтрации, $N = 6$ (радиус окрестности), $\sigma = 900$ (параметр вычисления веса)

³ Любительское фото, цифровая камера Canon, предоставлено Иваном Крыловым

фильтр к реальным зашумленным изображениям, полученным в цифровых камерах, одно из которых показано на рис. 4.

В данной статье предложен новый метод оценки сходства между изображениями, основанный на принципах, схожих с человеческим восприятием. Проиллюстрировано несколько случаев, в которых общепринятые оценки (PSNR, SSIM) не отражают визуально заметных изменений, а предлагаемая оценка ESSIM справляется с поставленной задачей. Предлагаемая оценка может использоваться в профессиональных программах/плагинах и вряд ли может применяться в приложениях, работающих в масштабе реального времени. Также пред-

ложено улучшение известного метода двусторонней фильтрации для удаления шумов в изображении.

В табл. 3 приведены оценки качества очистки тестовых изображений предлагаемым методом.

Легко заметить, что метрика ESSIM всегда соответствует лучшему результату очистки. Небольшие изменения во втором значащем разряде не должны наводить на мысль о том, что улучшение незначительное. Во-первых, даже предложенная метрика ESSIM не может считаться идеально адекватной человеческому восприятию (она лучшая из трех, но все же не идеальная), а, во-вторых, даже небольшое улучшение в алгоритме удаления шумов является очень важным.

Таблица 3

Результаты очистки искусственно внедренных шумов

Тестовое изображение	Метод очистки шума	PSNR	SSIM	ESSIM
Caracas	Двусторонний	26,44	0,9792	0,3643
	Реберный двусторонний	25,73	0,9735	0,3896
City	Двусторонний	26,21	0,9900	0,4167
	Реберный двусторонний	25,22	0,9874	0,4508
Macaw	Двусторонний	27,54	0,9932	0,3344
	Реберный двусторонний	27,73	0,9931	0,3569
Girl	Двусторонний	27,18	0,9746	0,3625
	Реберный двусторонний	28,46	0,9754	0,3788
Light House	Двусторонний	27,04	0,9859	0,4078
	Реберный двусторонний	26,58	0,9837	0,4281

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Al-Najar, Y.A.Y.** Comparison of Image Quality Assessment: PSNR, HVS, SSIM, UIQI [Text] / Y.A.Y. Al-Najar, D.C.Soong // International J. of Scientific & Engineering Research. – 2008. – Vol. 3. – Iss. 8.
2. **Ndajah, Peter.** Watanabe, Shogo Muramatsu, SSIM Image Quality Metrics for Denoised Image [Text] / Peter Ndajah, Hisakazu Kikuchi, Masahiro Yukawa [et al.] // 2010.
3. **Tomasi, C.** Bilateral filtering for gray and color images [Электронный ресурс] / C. Tomasi, R. Manduchi // In Proc. Int. Conf. Computer Vision. –1998. –P. 839–846.
4. **Zhou, P.** An Improved Canny Algorithm for Edge Detection [Text] / W.Ye, Y.Xia, Q.Wang // J. of Computational Systems 7:5. –2011.
5. **Adelson, E.H.** Lightness Perception and Lightness Illusions [Text] / E.H. Adelson // In the New Cognitive Neurosciences; 2nd ed. – MIT press. –2000. –P. 339–351.
6. **Andraos, J.** Named Optical Illusions; Department of Chemistry [Text] / J. Andraos. –New York University, 2003–2011.
7. **Vijaya, G.** Noise Reduction Method using Double Bilateral Filtering [Text] / G.Vijaya, V.Vasudevan, A Novel // European J. of Scientific Research. – 2010. –Vol. 46. –№ 3. –P.331–338.

REFERENCES

1. **Al-Najar Y.A.Y., Soong D.C.** Comparison of Image Quality Assessment: PSNR, HVS, SSIM, UIQI / International Journal of Scientific & Engineering Research. –2008. –Vol. 3. –Iss. 8.
2. **Peter Ndajah, Hisakazu Kikuchi, Masahiro Yukawa et al.** SSIM Image Quality Metrics for Denoised Image, 2010.
3. **Tomasi C., Manduchi R.** Bilateral filtering for gray and color images; in Proc. Internat. Conf. Computer Vision, 1998. –P. 839–846.
4. **Zhou P., Ye W., Xia Y., Wang Q.** An Improved Canny Algorithm for Edge Detection / J. of Computational Systems 7:5. –2011.
5. **Adelson E.H.** Lightness Perception and Lightness Illusions / In the New Cognitive Neurosciences; 2nd ed. –MIT press, 2000. –P. 339–351.
6. **Andraos J.** Named Optical Illusions, Department of Chemistry; New York University, 2003–2011.
7. **Vijaya G., Vasudevan V.** A Novel Noise Reduction Method using Double Bilateral Filtering / European J. of Scientific Research. –2010. –Vol. 46. –№ 3. –P. 331–338.

ШУБНИКОВ Владислав Германович – доцент кафедры прикладной математики Института прикладной математики и механики Санкт-Петербургского Политехнического Университета.

195251, Россия, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29.
E-mail: vlad.shubnikov@gmail.com

SHUBNIKOV, Vladislav G. St. Petersburg State Polytechnical University.

195251, Politekhnikeskaya Str. 29, St. Petersburg, Russia.
E-mail: vlad.shubnikov@gmail.com

БЕЛЯЕВ Сергей Юрьевич – профессор кафедры прикладной математики Института прикладной математики и механики Санкт-Петербургского Политехнического Университета.

195251, Россия, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29.
E-mail: sergey.belyaev@d-inter.ru

BELYAEV, Sergey Yu. St. Petersburg State Polytechnical University.

195251, Politekhnikeskaya Str. 29, St. Petersburg, Russia.
E-mail: sergey.belyaev@d-inter.ru