

УДК 531(075)

*Д.Г. Арсеньев, В.В. Котов, В.А. Полянский, Н.А. Смирнова*  
*Санкт-Петербург, Россия*

## **БИОМОРФНОЕ УПРАВЛЕНИЕ В ЗАДАЧЕ О ВИБРОИЗОЛЯЦИИ СЛУЧАЙНЫХ КОЛЕБАНИЙ**

*D.G. Arseniev, V.V. Kotov, V.A. Polyanskiy, N.A. Smirnova*  
*St.-Petersburg, Russia*

### **BIOMORPHIC CONTROL IN PROBLEM OF VIBROISOLATION OF RANDOM VIBRATIONS**

Рассмотрен подход, позволяющий осуществлять управление упругими объектами с переменным числом обратных связей. Построен алгоритм синтеза соответствующей системы управления на базе спектрального разложения для механического объекта и распределенного упругого объекта.

УПРАВЛЕНИЕ. КОЛЕБАНИЯ. ВИБРОИЗОЛЯЦИЯ. МОДЕЛИРОВАНИЕ. ДЕКОМПОЗИЦИЯ.

The approach allows to control the elastic object with a variable number of feedback. An algorithm synthesis of the corresponding management system based on the spectral decomposition of a mechanical object and distributed elastic object.

MANAGEMENT. VIBRATIONS. VIBROISOLATION. MODELLING. DECOMPOSITION.

Активное подавление случайных колебаний конструкций является актуальной задачей управления распределенными системами. Возбудителем таких колебаний чаще всего служит ветровая нагрузка, различные акустические воздействия, а также, в первом приближении, землетрясения.

Главная особенность таких задач – определяющее влияние механической части управляемого объекта, которая благодаря своим спектральным свойствам часто производит «окрашивание» случайных колебаний. Степень «окрашивания» может быть такой высокой, что подобные колебания рассматриваются как детерминированные с периодическим возбуждением.

В 60-х гг. XX в. были решены задачи о балансировке протяженных роторов [1]. Основная особенность этих решений – малое число измерительных датчиков, которых на систему длиной 10–20 м приходилось всего шесть штук, причем точек прикрепления было всего две, в качестве возбудителей применялась система инерционных сил от закрепленных в разных точках ротора грузов. Независимых возбудителей вообще не было, все параметры управляющего воздействия опре-

делялись частотой вращения ротора.

Идеология разделения управления упругим объектом на управление отдельными модами сформулирована как модальный контроль в [2] и развита в [3, 4]. Проведены успешные эксперименты по реализации такого подхода [5].

Между тем, во многих статьях, посвященных управлению упругими объектами [6–10], оптимизация коэффициентов усиления и структуры обратных связей на основании  $H_2$  и  $H_\infty$  критериев указана как наиболее робастная. Сравнение с результатами модального контроля показывает, что применение оптимальных критериев позволяет уменьшить ошибку стабилизации конструкций. При этом сравнение проводится для систем с относительно небольшим числом датчиков и возбудителей.

При использовании модального контроля также обычно используется система с заданным, небольшим числом мод и ограниченным количеством датчиков (например, 9 датчиков и 9 возбудителей для упругой пластины, позволяют контролировать только 2–3 собственных формы). Для восстановления недостающих данных используется Калмановский фильтр [11], который

сам по себе снижает робастность управления из-за наличия в нем модели объекта. Такая модель требует отдельной идентификации всех параметров объекта, что приводит к большому влиянию точности задания модели на качество управления.

При синтезе систем управления упругими объектами также используется оптимальное управление с локальными обратными связями. Производится оптимизация параметров регуляторов, соединяющих каждый датчик со своим возбудителем. Расположение датчиков оптимизируется для того, чтобы минимизировать их количество. В результате такой минимизации любой отказ датчиков или зашумление их сигналов могут приводить к существенным нарушениям в системе виброзащиты.

Вместе с тем живая природа не только использует целые поля датчиков, но и постоянно наращивает их количество в процессе обучения, т. к. нервная ткань в этом случае постоянно растет. Современные технологии дают возможность использовать этот опыт в новом подходе к управлению распределенными механическими системами. Удешевление электроники и появление новых способов передачи и обработки данных позволило на практике применять поля датчиков и сопоставимые с ними по числу элементов поля возбудителей [12–15].

Таким образом, при разработке перспективных систем управления упругими объектами, ограничения, связанные с небольшим количеством датчиков, можно не учитывать. В этих условиях появляется возможность увеличивать точность и робастность управления не за счет оптимизации регуляторов, а за счет изменения структуры системы управления. Тем более, что локальные обратные связи ограничивают возможности совместного управления приводами и тем самым снижают эффективность виброзащиты.

**Биоморфный подход к созданию системы активной виброзащиты.** Рассмотрим управляемый механический объект в линейном приближении. Уравнения такого объекта имеют вид

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX + Bu + Gw \\ Y &= CX \\ X(0) &= X_0 \end{aligned} \quad (1)$$

где  $X$  – вектор переменных состояния объекта размерности  $[n]$ ;  $Y$  – вектор наблюдений размерности  $[m]$ ;  $u$  – вектор управлений размерности  $[l]$ ;  $w$  – вектор внешних, неуправляемых усилий

размерности  $[q]$ ;  $X_0$  – вектор начальных условий;  $A$  – матрица линеаризованной системы уравнений, описывающей объект управления, размерности  $[n \times n]$ ;  $G$  – матрица внешних воздействий линеаризованной системы уравнений размерности  $[n \times l]$ ;  $B$  – матрица управления линеаризованной системы уравнений размерности  $[n \times q]$ ;  $C$  – матрица наблюдателя (уравнения датчиков наблюдения) размерности  $[m \times n]$ . В этих уравнениях мы не учитываем динамику электронных устройств для сбора и обработки информации, а также динамику преобразователей мощности, питающих возбудители, полагая их значительно более высокочастотными, чем механическая часть объекта.

Стандартный мехатронный подход [1] предполагает, что датчики обратных связей расположены в местах приложения управляющих воздействий, таким образом, числа  $m$  и  $l$  совпадают и можно построить  $m$  контуров обратной связи в каждом из которых организовать управление вида

$$u_i = -H_i y_i, \quad (2)$$

где  $u_i$  – компонент вектора управления;  $y_i$  – компонента вектора наблюдения;  $H_i$  – оператор системы управления в  $i$ -ом контуре обратной связи. Как правило, используются ПИД-регуляторы, т. е. в пространстве переменных Лапласа  $H_i(p)$  является дробно рациональной функцией со знаменателем и числителем второго порядка.

Такой подход аппроксимирует часть объекта, управление которым производится в данном контуре обратной связи в виде сосредоточенной массы и упругих связей, что приближенно отражает реальное положение.

Используем для управления объектом декомпозиционный подход [2]. Собственные формы движения упругого объекта задают матрицу неособого преобразования  $S$ , такого, что  $SAS^{-1}$  имеет диагональный вид. Домножим правую и левую части системы (1) на матрицу  $S$  и сделаем замену вида  $SX = q$ , тогда получим систему

$$\begin{aligned} \dot{q} &= SAS^{-1}q + SBu + SGw \\ Y &= CS^{-1}q \\ q(0) &= SX_0 \end{aligned} \quad (3)$$

где  $q$  – вектор коэффициентов собственных форм движения упругого объекта размерности  $[N]$ , который заменит вектор переменных состояния. Некоторой проблемой может являться определе-

ние вектора  $q$  по данным датчиков  $Y$ , но с самого начала мы полагаем, что датчиков достаточно, т. е. информационная матрица  $(C^T C)$  не вырождена, поэтому для восстановления воспользуемся обобщенной процедурой обращения матрицы  $C$ :  $C^{-1} = (C^T C)^{-1} C^T$ , тогда

$$q = S(C^T C)^{-1} C^T Y, \quad (4)$$

где  $S(C^T C)^{-1} C^T$  – матрица пересчета вектора наблюдений в модули собственных форм упругого объекта.

Уравнения системы (3) являются связными, что мешает ограничивать количество переменных вектора  $q$  и осуществлять управление с изменяемым числом переменных. В рамках биоморфного подхода предлагается выбирать управления  $u$  в виде  $u = kF(q^* - q)$ , где  $q^*$  – внешнее задание на значение модулей формы;  $k$  – коэффициент усиления, который может быть в общем случае оператором (например, ПИД-регулятором);  $F$  – матрица, такая, что  $SBF$  имеет диагональную структуру. Допустим, что выбор такой матрицы  $F$  возможен. Тогда из системы (1) получим

$$\begin{aligned} \dot{q} &= \Lambda_A q + k \Lambda_B (q^* - q) + SGw \\ q &= S(C^T C)^{-1} C^T Y, \\ q(0) &= SX_0 \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\Lambda_A$  и  $\Lambda_B$  – диагональные матрицы.

**Колебания упругой балки под действием внешнего случайного момента.** В качестве модельного объекта выбрана балка Бернулли, шарнирно опертая по концам. Модель балки изображена на рис. 1.

Колебания балки возбуждаются приложением в ее середине изгибающего случайного момента. Угол поворота касательной к средней линии балки в каждый момент времени измеряется в десяти поперечных сечениях, выбранных равномерно по длине балки, исключая концы. В этих же сечениях могут быть приложены управляющие моменты с целью уменьшения амплитуды установившихся колебаний.

Уравнение динамики:

$$EIw^{IV} + \rho A \ddot{w} = 0, \quad (6)$$

где  $w$  – поперечное перемещение;  $x$  – продольная координата, отсчитываемая от левого конца балки;  $\rho$  – плотность материала балки;  $I$  – момент инерции поперечного сечения;  $E$  – модуль Юнга материала;  $A$  – площадь поперечного сечения балки.

Граничные условия отражают способ закрепления концов балки длины  $l$ :

$$\begin{aligned} w_{x=0} &= 0, \\ M_{x=0} &= 0, \\ w_{x=l} &= 0, \\ M_{x=l} &= 0, \end{aligned}$$

где  $M$  – изгибающий момент балки.

Начальное состояние соответствует прямолинейной конфигурации

$$\begin{aligned} w_{t=0} &= 0, \\ \dot{w}_{t=0} &= 0. \end{aligned}$$

Решение уравнения (6) будем разыскивать в виде ряда по ортогональным формам  $u_k(x)$ :

$$w(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} u_k(x) q_k(t), \quad (7)$$

где

$$q_k(t) = \frac{2}{l} \int_0^l w(x, t) u_k(x) dx. \quad (8)$$

В компьютерной модели балки длиной  $l = 1470$  мм, низшая собственная частота изгибных колебаний которой составляет  $\lambda_1 = 20 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$ , было реализовано разложение по четырем формам. Формы свободных колебаний вычислялись аналитически. Сосредоточенный внешний момент принимался в виде  $M_B = \sum_{i=1}^{40} \sin((\omega_0 + ki)t)$ ,  $\omega = 5 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$ ,  $\omega_0 = 1 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$ ,  $k$  – подбиралась таким образом, чтобы сумма  $\omega_0 + ki$  попадала в интервал  $[1; 200] \frac{\text{рад}}{\text{с}}$ . Датчики, измеряющие угол  $\vartheta(x, t)$ ,

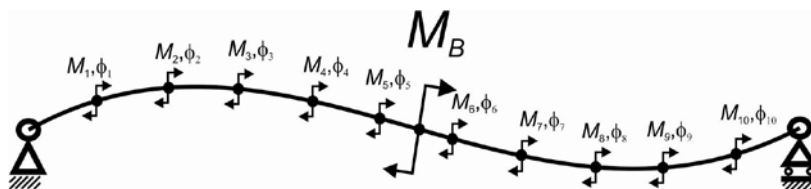


Рис. 1. Модель управляемой балки с десятью приводами

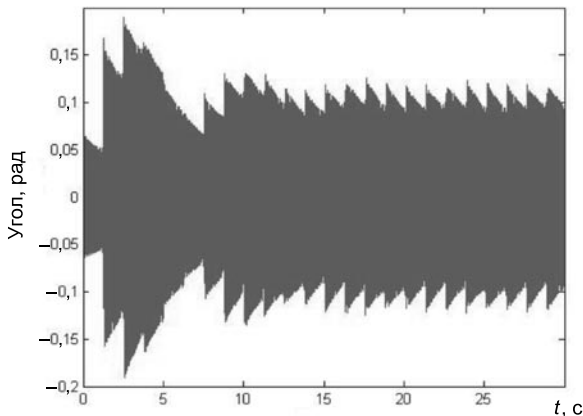


Рис. 2. Осциллограмма сигнала обратной связи с датчика 2 при вынужденных колебаниях балки без управления

располагались в десяти сечениях вдоль балки равномерно, исключая концы. Нумерация датчиков велась, начиная с левого конца балки.

На рис. 2 представлены показания второго датчика.

**Локальное подавление вибраций.** Управляющие моменты  $M_l(t)$  приложим в тех же сечениях, где расположены датчики углов поворота. Организуем управление с обратной связью по измерениям углов:

$$M_l = -K_l \vartheta(x_l, t),$$

где  $K_l$  – коэффициент обратной связи в  $l$ -ом сечении.

Коэффициенты обратной связи будем брать одинаковыми во всех сечениях и равными  $K_l = 100 \frac{\text{Нм}}{\text{рад}}$ .

**Биоморфное управление.** Модифицируем управление с обратной связью с учетом предлагаемой концепции биоморфного управления.

Вычислим скалярное произведение вектора, образованного значениями углов в сечениях, где установлены датчики, и вектора  $k$ -й формы колебаний, составленного из значений, вычисленных в тех же сечениях:

$$q_k(t) = \sum_{l=1}^{10} \vartheta(x_l, t) \vartheta_k(x_l).$$

Пусть вычислено  $m$  таких скалярных произведений. Управляющий момент в каждом сечении сформируем в виде линейной комбинации вычисленных  $q_k$ :

$$M_l(t) = -K_l \sum_{k=1}^m s_{k,l} q_k(t).$$

Весовые коэффициенты  $s_{k,l}$  будем подбирать индивидуально для каждого сечения. Как очевидно, для данной задачи они должны быть пропорциональны собственным формам  $\vartheta_k(x_l)$ .

На рис. 3 представлены осциллограммы сигналов второго датчика. Тонкая линия соответствует случаю, когда управляющие моменты сформированы по формуле  $\mu_l(t) = K_l \sum_{k=1}^4 s_{k,l} q_k(t)$ , когда в управлении участвуют четыре обратные связи. Весовые коэффициенты назначались следующим образом:  $s_{k,l} = \vartheta_k(x_l)$ . Оценка  $\vartheta_k(x_l)$  производилась до первой значащей цифры. Коэффициенты обратной связи оставались равными  $K_l = 100 \frac{\text{Нм}}{\text{рад}}$ .

Анализ полученных результатов показывает, что при сопоставимом числе обратных связей и тех же коэффициентах усиления точность биоморфного управления на два порядка выше, чем у стандартного способа с набором локальных контуров управления.

Необходимо учесть, что погрешность в задании параметров системы управления была очень большой (практически с точностью до знака), а качество управления все равно более высоким, чем в стандартном случае.

Таким образом, предложенный алгоритм обладает хорошей робастностью, что позволяет эффективно применять его на практике.

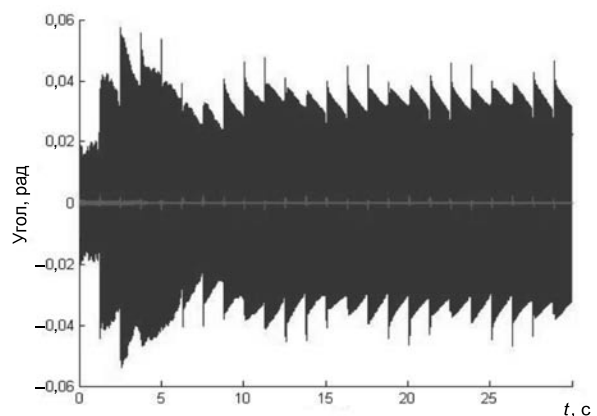


Рис. 3. Осциллограммы сигналов с датчика 2. Тонкая линия – результат управления с десятью локальными обратными связями на фоне результата биоморфного управления с четырьмя обратными связями

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Рыжик, Б.В.** Уравновешивание гибких роторов с одновременным уточнением коэффициентов влияния [Текст] / Б.В. Рыжик, В.М. Фридман // *Машиноведение*. –1984. –№ 1. –С. 26–32.
2. **Gould, L.A.** On the modal control of distributed parameter systems with distributed feedback [Text] / L.A. Gould, M.A. Murray-Lasso // *In Transactions on Automatic Control*. –1966. –Vol. 11. –79 p.
3. **Porter, B.** Modal Control Theory and Applications [Text] / B. Porter, T.R. Crossley. –Taylor and Francis, 1972.
4. **Meirowitch, L.** Dynamics and Control of Structures [Text] / L. Meirowitch. –John Wiley, 1990.
5. **Stöbener, Uwe.** Modal Vibration Control for PVDF Coated Plates [Text] / Uwe Stöbener, Lothar Gaul // *J. of Intelligent Material Systems and Structures*, 2000. –Vol. 11. –P. 283–293.
6. **Stavroulakis, G.E.** Design and robust optimal control of smart beams with applicationon vibrations suppression [Text] / G.E. Stavroulakis, G. Foutsitzi, E. Hadjigeorgiou [et al.] // *Advances in Engineering Software*. –2005. –Vol. 36. –P. 806–813.
7. **Shia, W.** Multivariable model-based shape control for the National Spherical Torus Experiment (NSTX) [Text] / W. Shia, M. Alsarheed, E. Schuster [et al.] // *Fusion Engineering and Design*. –2011. –Vol. 86. –P. 1107–1111.
8. **Stavroulakis, G.E.** Robust active control against wind-induced structural vibrations [Text] / G.E. Stavroulakis, D.G. Marinova, E. Hadjigeorgiou [et al.] // *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.* –2006. –Vol. 94. –P. 895–907.
9. **Fisco, N.R.** Smart structures: Part II – Hybrid control systems and control strategies [Text] / N.R. Fisco, H. Adeli. –*Scientia Iranica, Transactions A: Civil Engineering*. –2011. –Vol. 18. –P. 285–295.
10. **Kucuk, I.** Optimal control of a distributed parameter system with applications to beam vibrations using piezoelectric actuators [Электронный ресурс] / I. Kucuk [et al.] // *J. of the Franklin Institute*. –2012. –Режим доступа: <http://dx.doi.org/10.1016/j.jfranklin.2012.10.008>
11. **Kumar, Rajiv.** MIMO adaptive vibration control of smart structures with quickly varying parameters: Neural networks vs classical control approach [Text] / Rajiv Kumar, S.P. Singh, H.N. Chandrawat // *J. of Sound and Vibration*. –2007. –Vol. 307. –P. 639–661.
12. **Nguyen, Q.** Shape control of smart composite plate with non-rectangular piezoelectric actuators [Text] / Q. Nguyen, L. Tong // *Composite Structures*. –2004. –Vol. 66. –P. 207–214.
13. **Kekana, M.** A static shape control model for piezo-elastic composite structures [Text] / M. Kekana // *Composite Structures*. –2003. –Vol. 59. –P. 129–135.
14. **Hadjigeorgiou, E.P.** Shape control and damage identification of beams using piezoelectric actuation and genetic optimization International [Text] / E.P. Hadjigeorgiou, G.E. Stavroulakis, C.V. Massalas // *J. of Engineering Science*. –2006. –Vol. 44. –P. 409–421.
15. **Krommer, M.** Dynamic shape control of sub-sections of moderately thick beams [Text] / M. Krommer // *Computers and Structures*. –2005. –Vol. 83. –P. 1330–1339.

### REFERENCES

1. Ryzhik B.V., Fridman V.M. Uravnovesivanie gibkikhrotorov s odnovremennym utochneniem koeffitsientov vliianiia / *Mashinovedenie*. –1984. –№ 1. –S. 26–32. (rus)
2. Gould L.A., Murray-Lasso M.A. On the modal control of distributed parameter systems with distributed feedback / *In Transactions on Automatic Control*. IEEE, 1966. –Vol. 11. –P. 79.
3. Porter B., Crossley T.R. Modal Control Theory and Applications. –Taylor and Francis, 1972.
4. Meirowitch, L. Dynamics and Control of Structures. –John Wiley, 1990.
5. Stöbener Uwe, Gaul Lothar Modal Vibration Control for PVDF Coated Plates / *J. of Intelligent Material Systems and Structures*. –2000. –Vol. 11. –P. 283–293.
6. Stavroulakis G.E., Foutsitzi G., Hadjigeorgiou E. [et al.] Design and robust optimal control of smart beams with applicationon vibrations suppression / *Advances in Engineering Software*. –2005. –Vol. 36. –P. 806–813.
7. Shia W., Alsarheed M., Schuster E. [et al.]. Gates Multivariable model-based shape control for the National Spherical Torus Experiment (NSTX) / *Fusion Engineering and Design*. –2011. –Vol. 86. –P. 1107–1111.
8. Stavroulakis G.E., Marinova D.G., Hadjigeorgiou E. [et al.] Robust active control against wind-induced structural vibrations / *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.* –2006. –Vol. 94. –P. 895–907.
9. Fisco N.R., Adeli H. Hybrid control systems and control strategies *Scientia Iranica / Smart structures: P. II. Transactions A: Civil Engineering*. –2011. –Vol. 18. –P. 285–295.
10. Kucuk I. [et al.] Optimal control of a distributed parameter system with applications to beam vibrations using piezoelectric actuators / *J. of the Franklin Institute*. –2012. –Available <http://dx.doi.org/10.1016/j.jfranklin.2012.10.008>
11. Kumar Rajiv, Singh S.P., Chandrawat H.N. MIMO adaptive vibration control of smart structures with quickly varying parameters: Neural networks vs classical control approach / *J. of Sound and Vibration*. –2007. –Vol. 307. –P. 639–661.
12. Nguyen Q., Tong L. Shape control of smart composite plate with non-rectangular piezoelectric actuators / *Composite Structures*. –2004. –Vol. 66. –P. 207–214.
13. Kekana M. A static shape control model for piezo-elastic composite structures / *Composite Structures*. –2003. –Vol. 59. –P. 129–135.
14. Hadjigeorgiou E.P., Stavroulakis G.E., Massalas C.V. Shape control and damage identification of beams using piezoelectric actuation and genetic optimization / *International J. of Engineering Science*. –2006. –Vol. 44. –P. 409–421.
15. Krommer M. Dynamic shape control of sub-sections of moderately thick beams / *Computers and Structures*. –2005. –Vol. 83. –P. 1330–1339.