



УДК 519.711.3

*В.И. Антонов, А.И. Загайнов, Ву ван Куанг  
Санкт-Петербург, Россия*

## **АВТОМАТИЗИРОВАННОЕ ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДЛЯ ЧИСЛЕННЫХ МУЛЬТИФРАКТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ**

*V.I. Antonov, A.I. Zagaynov, Vu van Quang  
St.-Petersburg, Russia*

### **FROM THE BASIS OF NUMERICAL MULTIFRACTAL RESEARCH TO CREATE AUTOMATED SOFTWARE**

Рассмотрен альтернативный метод численного мультифрактального анализа нелинейных временных рядов биомедицинского происхождения. Приведены результаты исследований variability сердечного ритма при различной патологии. Предложена модификация метода и создание на ее основе специализированного программного обеспечения.

**МЕТОД МОДУЛЕЙ МАКСИМУМОВ ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ. ЧИСЛЕННЫЕ МУЛЬТИФРАКТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ. ВАРИАбельНОСТЬ СЕРДЕЧНОГО РИТМА.**

This article describes an alternative method for the numerical multifractal analysis of nonlinear time series biomedical origin, the results of studies for heart rate variability in different pathology. A modification of the method and, based on it, the creation of specialized software are created.

**WAVELET TRANSFORM MODULUS MAXIMA. NUMERICAL MULTIFRACTAL RESEARCH. HEART RATE VARIABILITY.**

Усиливающаяся тенденция изучения временных рядов биомедицинского происхождения нелинейными методами исследований все больше направлена в сторону изучения фрактальных а также мультифрактальных свойств соответствующего ряду аттрактора. Однако сложность рассматриваемых отображений в силу присутствия в них особенностей, например, в виде удаленных от общей области точек аттрактора, в частности, для сердечного ритма, обусловленных различного рода экстрасистолами, не позволяют описывать рассматриваемые процессы одним показателем (показателем скейлинга). В качестве такого показателя обычно выбирается фрактальная размерность, возможной реализацией которой может быть корреляционная размерность.

#### **Пример расходимости корреляционной размерности**

В качестве примера рассмотрим аттрактор variability сердечного ритма (ВСР), построенный с помощью метода задержки Такенса:

$$\bar{x}(i) = (a(i), a(i + \tau), \dots, a(i + \tau(n - 1))),$$

где  $a(i)$  – исходный временной ряд;  $n$  – размерность пространства вложения;  $\tau$  – временная задержка; полученный вектор – координата одной точки на восстановленном аттракторе.

Временная задержка вычисляется с помощью функции средней взаимной информации. Как было указано выше, в силу присутствия преждевременных сердечных сокращений аттрактор ВСР имеет особенности, проиллюстрированные для двумерного случая на рис. 1 слева. Область аттрактора, содержащая только нормальные интервалы [4], представлена на том же рисунке справа.

В силу присутствия подобного феномена следует ожидать значительное усложнение обработки временного ряда, в частности, отсутствие сходимости фрактальной размерности при увеличении размерности пространства вложения. Процедура построения корреляционной размерности и понятие ее сходимости изложено нами в [4]. Здесь мы используем известную программную

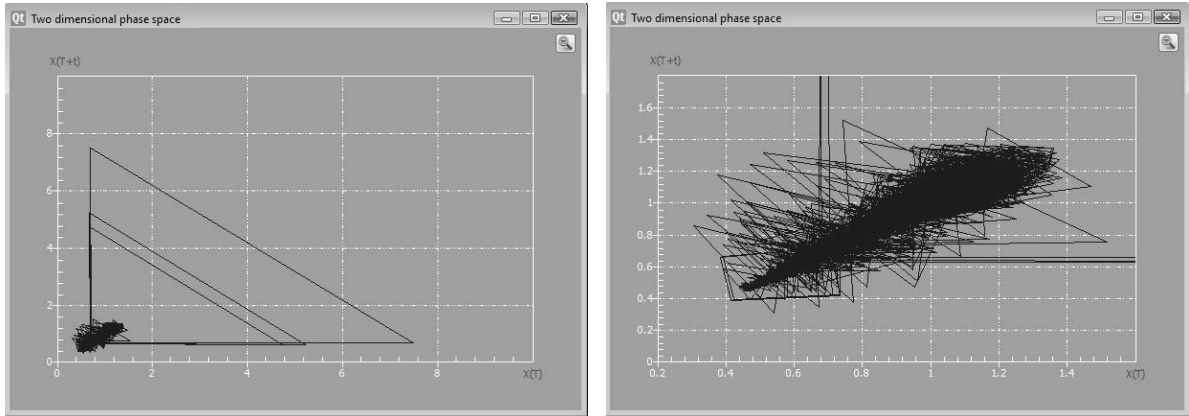


Рис. 1. Двумерный восстановленный аттрактор для здорового кардиоритма (слева); область, содержащая только нормальные интервалы (справа)

реализацию ее вычисления – модуль Fractan 4.4 [9], воспользовавшись функционалом расчета рассматриваемой размерности в зависимости от размерности фазового пространства. На рис. 2 приведены наиболее демонстративные примеры расхождения корреляционной размерности для

разных частот снятия исходного сигнала (100 и 500 Гц). Все графики построены в приложении Gnuplot 4.2.0. В них отчетливо прослеживается несколько закономерностей. Главное, что необходимо отметить, – значение корреляционной размерности «не насыщается» [4, 6]. Несмотря на

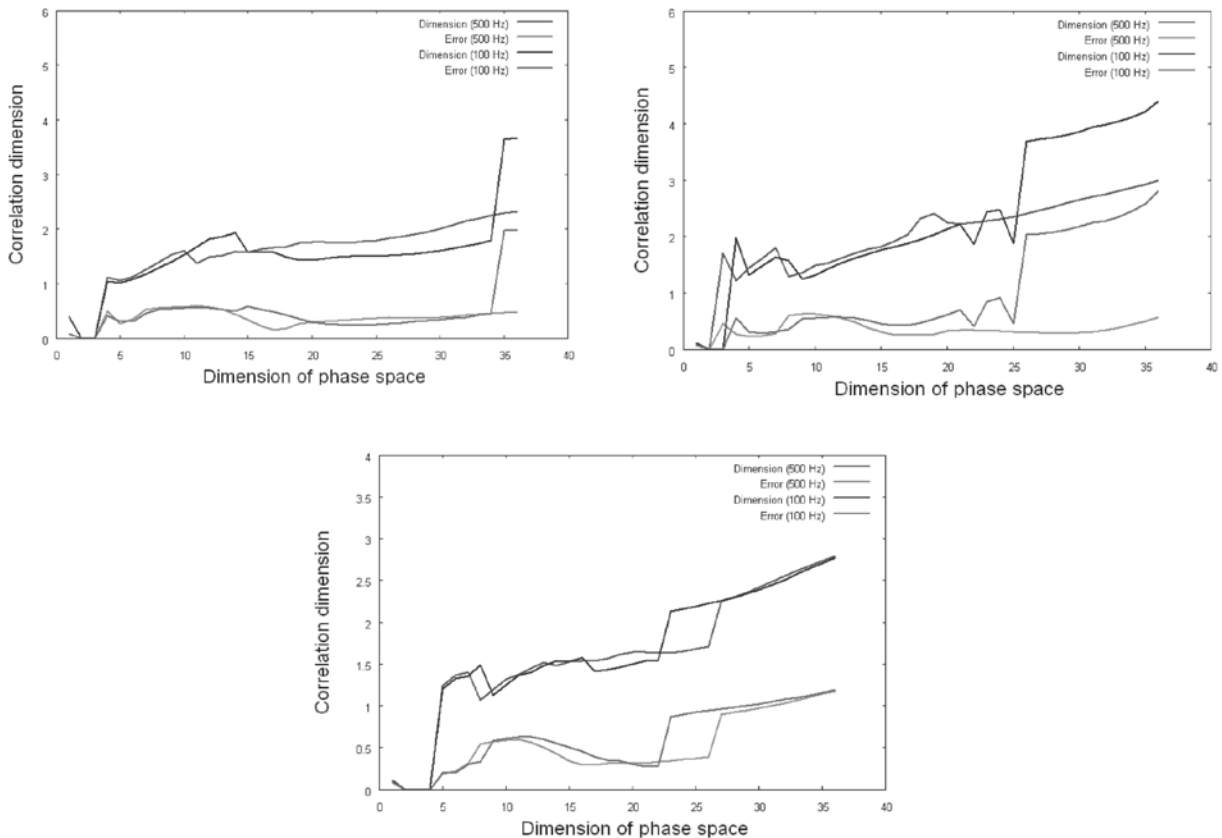


Рис. 2. Примеры зависимостей корреляционной размерности от размерности фазового пространства

это, начиная с некоторого места, кривая корреляционной размерности очень близка к постоянной. В примерах со 100-герцовой записью исходного сигнала (в первом – с размерности 22, во втором – с 25, в третьем – с 33) происходит скачок значений размерности. Подобные явления наблюдаются при обработке рассматриваемой программой любого недетерминированного процесса, например, с белым (гауссовым) шумом. Это, конечно же, связано с накоплением ошибок округления.

Отметим, что погрешность вычисления рассматриваемой величины ведет себя абсолютно также, начиная с того же самого пространства вложения. При этом сами кривые размерностей для записей разной частоты ведут себя практически идентично.

Напомним, что в своих работах мы предлагали несколько решений указанной проблемы, имеющие свои преимущества и недостатки [2–4]. Однако твердой рекомендации для их применения в общем случае мы до сих пор дать не можем. Настоящая публикация посвящена альтернативному подходу в исследовании аттрактора, редко используемому в отечественной научной литературе.

### **Возможные подходы численного мультифрактального моделирования**

В настоящее время стала развиваться более сложная концепция исследования временных рядов ВСР и других сигналов биомедицинского происхождения на основе теории хаоса: техника мультифрактального анализа [напр. 8, 10, 11]. В ее основе – замена одного показателя скейлинга (показателя геометрических или статистических характеристик фрактала) их спектром. Подход предполагает, что каждая часть рассматриваемого мультифрактала, характеризующаяся одним из показателей скейлинга, обладает своим свойством самоподобия. При этом фрактальные (или монофрактальные) объекты характеризуются неизменностью скейлинговых характеристик в различных диапазонах масштабов.

К настоящему моменту существует два подхода к исследованию мультифракталов. Первый базируется на методе структурных функций [напр. 10], состоящем в исследовании статистических моментов абсолютных размерностей. Более совершенный подход, названный *методом*

*максимумов модулей вейвлет-преобразования* (ММВП), описан в [8, 10]. Этот метод основан на непрерывном вейвлет-преобразовании, использующем разложение исходного сигнала по сгенерированному из солитоноподобной функции со специальными свойствами базису [напр. 5]. Сам базис обычно строится путем масштабных изменений и сдвигов вейвлет-образующей функции. Выбор такой функции зависит как от свойств самого сигнала, так и от необходимости численной интерпретации той или иной информации, переносимой сигналом. В настоящее время известно более 100 вейвлет-образующих функций [напр. 7], в основном применяются МНАТ-вейвлет, DOG-вейвлет, WAVE-вейвлет, вейвлет Морлета, вейвлет Хаара и др. Наиболее важная информация результатов непрерывного вейвлет-преобразования содержится в скелетоне (линии локальных максимумов модулей поверхности коэффициентов на различных масштабах) [напр. 8, 10]. Метод ММВП состоит в выделении локальной экспоненты Холдера (степенной зависимости модулей вейвлет-коэффициентов) и скейлинговой экспоненты (функции степени суммы модулей максимумов вейвлет-коэффициентов) на различных масштабах. В случае монофрактальных объектов последняя зависимость является линейной функцией. Мультифрактальные объекты характеризуются нелинейными зависимостями. При этом мультифрактальный спектр и скейлинговая экспонента взаимосвязаны преобразованием Лежандра.

### **Некоторые результаты мультифрактальной обработки ВСР**

В настоящее время начато использование мультифрактального подхода для обработки временных рядов ВСР [напр. 8]. Основным результатом проведенных исследований является [напр. 8, 10] доказательство нелинейности скейлинговой экспоненты (т. е. мультифрактальности восстановленного аттрактора).

Продемонстрируем рассмотренный подход на примере ВСР. В качестве входных данных воспользуемся базами Intracardiac Atrial Fibrillation Database и Congestive Heart Failure сервера [1]. Вычисления проведены в пакете MatLab R2008b с использованием последней версии приложения FracLab 2.1. В качестве вейвлет-образующей функции использован МНАТ-вейвлет.

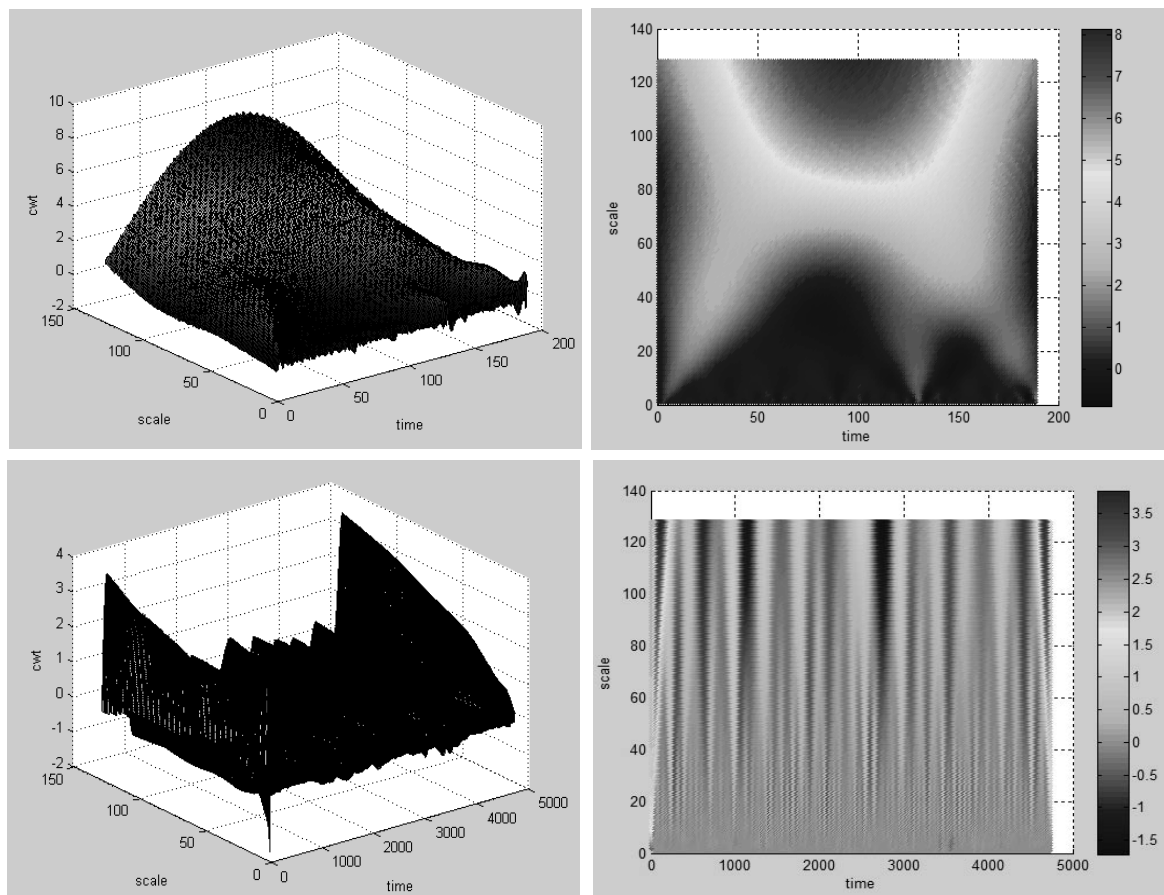


Рис. 3. Непрерывное вейвлет-преобразование на основе МНАТ-вейвлета при различной патологии ВСР

Наиболее демонстративные результаты исследований приведены на рис. 3–5, где показан вид рассмотренного преобразования с выделением локальной экспоненты Холдера и скейлинговой экспоненты для двух записей при различной патологии. Как и следовало ожидать, последняя функция является нелинейной с выраженными особенностями для достаточно сложной структуры вейвлет-преобразования исходного временного ряда. Разница масштабов и структура самого графика дает возможность характеристики рассмотренной патологии ВСР. Однако, на наш взгляд, мультифрактальные методы не могут исчерпываться подобными результатами.

#### Преимущества рассматриваемого метода и его модификация

Рассмотренный подход является наиболее совершенным, поскольку позволяет рассматривать поведение скейлинговых экспонент не только в положительной, но и в отрицательной области

аргумента. Там особенности скейлинга охарактеризованы малыми флуктуациями (слабыми сингулярностями), что позволяет более тщательно исследовать внутреннюю структуру исходного временного ряда за счет большей области задания сингулярных функций.

Однако задача объективного описания мультифрактальных компонент ВСР состоит в вопросе подбора вейвлет-образующей функции, позволяющей относить экстрасистолы к определенной части спектра показателей скейлинга. Именно построение подходящего вейвлета дает возможность сравнивать указанные характеристики ММВП. При этом нас интересуют как части спектра, связанные с экстрасистолами, так и не связанные. Возможно, поведение скейлинговых экспонент служит критерием существования патологических изменений ВСР и может дать новые характеристики ее внутренней структуры. Выделение таких характеристик и наблюдение за ними по-

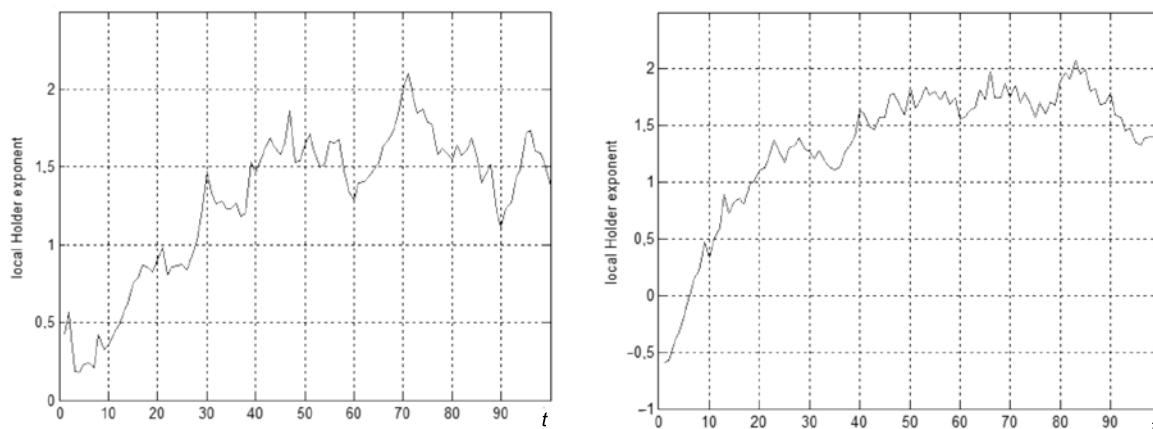


Рис. 4. Экспонента Холдера при различной патологии ВСП

зволит по-новому взглянуть на существование феномена ВСП, ее диагностики и прогнозирования. Необходимо подчеркнуть, что подобный подход будет использован впервые. Еще одной побочной задачей работы является корреляция волновых процессов, характеризующих ВСП в норме и при патологии с рассматриваемыми в работе показателями скейлинга. Здесь нас будет прежде всего интересовать вопрос о построении исходного вейвлета путем внесения в его выражение частотных параметров указанных процессов и автоматизации этой процедуры. Построение вейвлета для каждой записи ВСП в какой-то степени будет выполняться автоматически. Построенный таким образом базис, на наш взгляд, даст еще более точные оценки спектральных характеристик мультифрактала восстановленного аттрактора.

В статье рассмотрены основные фрактальные и мультифрактальные показатели временных рядов биомедицинского происхождения на примере баз ВСП. Показано, что фрактальных методов в большинстве случаев недостаточно для описания внутренней структуры подобных временных рядов, а мультифрактальные не используют весь заложенный в них потенциал.

Наш научный коллектив планирует усилить исследования мультифрактального спектра ВСП собственным специально разработанным программным обеспечением, позволяющем рассматривать поведение поверхностей модулей локальных максимумов вейвлет-коэффициентов ВСП, графической реализацией выделения скейлинговых экспонент, сравнением мультифрактальных свойств исходного сигнала в различное время его снятия и др. При этом основная за-

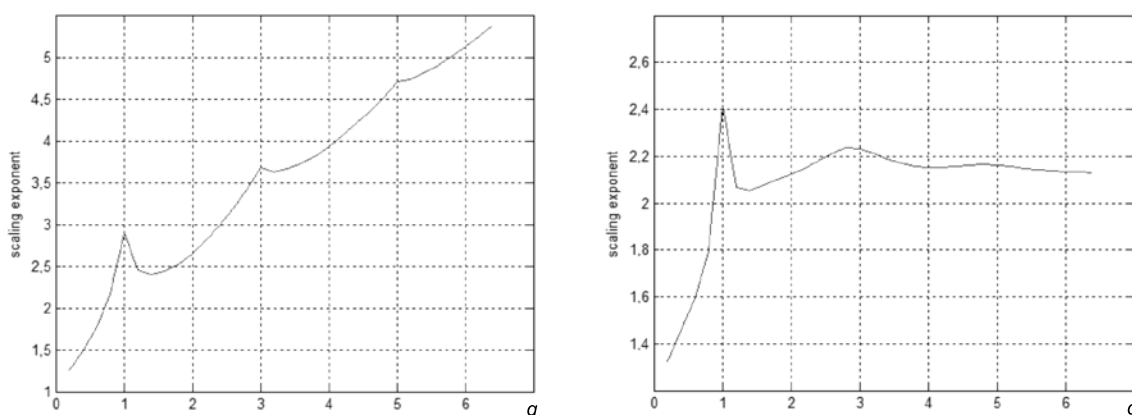


Рис. 5. Скейлинговая экспонента при различной патологии ВСП

дача проекта – исследование мультифрактальных особенностей ВСП здоровых добровольцев, больных с сердечной недостаточностью, мерцательной аритмией и их корреляции как с мультифрактальными характеристиками нормально-

го синусового ритма, так и со статистическими, спектральными, корреляционными и др. показателями при указанной патологии.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 12-08-31108-мол\_а.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **PhysioNet.** The research resource for complex physiologic signals [Электронный ресурс] / Режим доступа: <http://www.physionet.org>
2. **Антонов, В.И.** Динамический тренд корреляционной размерности как характеристический показатель жизнедеятельности организма [Текст] / В.И. Антонов, А.И. Загайнов, А.Н. Коваленко // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Информатика. Телекоммуникации. Управление. –2009. –№ 6 (91). –С. 111–119.
3. **Антонов, В.И.** Аппаратно-программный комплекс энтропийно-динамического мониторинга состояния кардиоритма [Текст] / В.И. Антонов, А.И. Загайнов, А.Н. Коваленко, Ву ван Куанг // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Информатика. Телекоммуникации. Управление. –2011. –№ 1 (115). –С. 143–150.
4. **Антонов, В.И.** Динамический фрактальный анализ variability сердечного ритма [Текст] / В.И. Антонов, А.И. Загайнов, Ву ван Куанг // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Информатика. Телекоммуникации. Управление. –2012. –№ 1 (140). –С. 88–94.
5. **Астафьева, Н.М.** Вейвлет-анализ: основы теории и примеры применения [Текст] / Н.М. Астафьева // Успехи физических наук. –1996. –Т. 166. –№ 11. –С. 1145–1170.
6. **Ахметханов, Р.С.** Применение теории фракта-

лов и вейвлет-анализа для выявления особенностей временных рядов при диагностике систем [Текст] / Р.С. Ахметханов // Вестник научно-технического развития. –2009. –№ 1 (17). –С. 26–31.

7. **Безручко, Б.П.** Математическое моделирование и хаотические временные ряды [Текст] / Б.П. Безручко, Д.А. Смирнов. –Саратов: ГосУНЦ «Колледж», 2005. –320 с.

8. **Гудков, Г.В.** Диагностические возможности определения детерминированного хаоса в структуре variability ритма сердца плода [Электронный ресурс] / Г.В. Гудков // Вестник муниципального здравоохранения. –2008. –№ 1 (1). –19 с.

9. **Махортых, С.А.** Алгоритмы вычисления характеристик стохастических сигналов и их применение к анализу электрофизиологических данных [Текст] / С.А. Махортых, В.В. Сычев // Abstracts. Nonlinear Phenomena in Biology. –Pushchino, 1998. –С. 33–34.

10. **Павлов, А. Н.** Мультифрактальный анализ сигналов на основе вейвлет-преобразования [Текст] / А.Н. Павлов, В.С. Анищенко // Изв. Саратовского ун-та, 2007. –Т. 7. –Сер. Физика. –Вып. 1. –С. 3–25.

11. **Павлов, А.Н.** Мультифрактальный анализ хаотической динамики взаимодействующих систем [Текст] / А.Н. Павлов, О.В. Сосновцева, А.Р. Зиганшин // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. –2003. –Т. 11. –№ 2. –С. 39–54.

#### REFERENCES

1. PhysioNet. The research resource for complex physiologic signals. – Available <http://www.physionet.org>
2. Antonov V.I., Zagainov A.I., Kovalenko A.N. Dinamicheskii trend korreliatsionnoi razmernosti kak kharakteristicheskii pokazatel' zhiznedeiatel'nosti organizma / Nauchno-tekhnicheskie vedomosti SPbGPU. Informatika. Telekommunikatsii. Upravlenie. – 2009. –№ 6 (91). –S. 111–119. (rus)
3. Antonov V.I., Zagainov A.I., Kovalenko A.N., Vu van Kuang Apparatno-programnyi kompleks entropiino-dinamicheskogo monitoringa sostoianiiia kardioritma / Nauchno-tekhnicheskie vedomosti SPbGPU. Informatika. Telekommunikatsii. Upravlenie. – 2011. – № 1(115). –S. 143–150. (rus)
4. Antonov V.I., Zagainov A.I., Vu van Kuang Dinamicheskii fraktal'nyi analiz variabel'nosti serdechnogo ritma / Nauchno-tekhnicheskie vedomosti SPbGPU. Informatika. Telekommunikatsii. Upravlenie. – 2012.

– № 1(140). – S.88–94. (rus)

5. Astaf'eva N.M. Veivlet-analiz: osnovy teorii i primery primeneniia / Uspekhi fizicheskikh nauk. – 1996. – Т. 166. –№ 11. –S. 1145–1170. (rus)

6. Akhmetkhanov R.S. Primenenie teorii fraktalov i veivlet-analiza dlia vyiavleniia osobennostei vremennykh riadov pri diagnostike sistem / Vestnik nauchno-tekhnicheskogo razvitiia. –2009. –№ 1 (17). –S. 26–31. (rus)

7. Bezruchko B.P., Smirnov D.A. Matematicheskoe modelirovanie i khaoticheskie vremennye riady – Saratov: GosUNTs «Kollidzh», 2005. – S. 320. (rus)

8. Gudkov G.V. Diagnosticheskie vozmozhnosti opredeleniia determinirovannogo khaosa v strukture variabel'nosti ritma serdtsa ploda / Vestnik munitsipal'nogo zdavookhraneniia (elektronnoe periodicheskoe izdanie), 2008. – № 1(1). – S. 19. (rus)

9. Makhortykh S.A., Sychev V.V. Algoritmy

vychisleniia kharakteristik stokhasticheskikh signalov i ikh primenenie k analizu elektrofiziologicheskikh dannykh / Abstracts. Nonlinear Phenomena in Biology. – Pushchino, 1998. – S. 33–34. (rus)

10. Pavlov A.N., Anishchenko V.S. Mul'tifraktal'nyi analiz signalov na osnove veivlet-preobrazovaniia / Izv. Saratovskogo Un-ta. –2007. –T. 7. –Ser. Fizika.

–Vyp. 1. – S. 3–25. (rus)

11. Pavlov A.H., Sosnovtseva O.V., Ziganshin A.R. Mul'tifraktal'nyi analiz khaoticheskoi dinamiki vzaimodeistvuiushchikh sistem / Izv. vuzov, Prikladnaia nelineinaia dinamika. –2003. –T. 11. –№ 2. –S. 39–54. (rus)