

УДК 621.396.67

Б.В. Сосунов, Р.Ю. Бородулин
Санкт-Петербург, Россия

КОНСТРУКЦИОННЫЙ СИНТЕЗ ЭЛЕМЕНТОВ ФАЗИРОВАННЫХ АНТЕННЫХ РЕШЕТОК

B.V. Sosunov, R.Yu. Borodulin
St.-Petersburg, Russia

CONSTRUCTURAL SYNTHESIS OF ELEMENT OF A PHASED ARRAY OF ANTENNAS

Представлен новый метод синтеза антенн – конструкционный синтез, рассмотренный на примере широкополосного плоскостного излучателя фазированных антенных решеток. Данным методом выполнен поиск оптимальной формы широкополосного излучателя путем применения квазиньютоновского метода оптимизации. В качестве критерия оптимальности выступила ширина рабочей полосы частот, определяемая допустимым согласованием антенны с питающим фидером. По аналогии с приведенным примером, в качестве критерия оптимальности могут выступать любые электрические характеристики синтезируемых антенн, такие, как коэффициент усиления, характеристика направленности и др.

КОНСТРУКЦИОННЫЙ СИНТЕЗ. ФАЗИРОВАННАЯ АНТЕННАЯ РЕШЕТКА. ШИРОКОПОЛОСНЫЙ ИЗЛУЧАТЕЛЬ. МЕТОД КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ. КВАЗИНЬЮТОНОВСКИЙ МЕТОД ОПТИМИЗАЦИИ. САМОДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ СТРУКТУРЫ.

The article presents a new method for the synthesis of antennas – constructural synthesis, considered with the use of an example of broadband planar radiator of a phased array of antennas. Based on this method the search for the optimal form of broadband radiator was performed through the application of the quasi-Newton method of optimisation. The optimality criterion of the width of the working frequency, was determined by the admissible alignment of antenna with the feeding feeder. By analogy with the example given above as an optimality criterion, any electrical characteristics of the synthesized antennas, such as antenna gain, characteristics of antenna pattern etc. can be used.

CONSTRUCTURAL SYNTHESIS. PHASED ARRAYS OF ANTENNAS. BROADBAND PLANAR RADIATOR. FINITE-ELEMENT METHOD. QUASI-NEWTON METHOD OF OPTIMIZATION. COMPLEMENTARY ANTENNA.

В конце 30-х гг. XX в. впервые были сформулированы классические задачи синтеза излучающих систем по заданной характеристике направленности. Задача синтеза в этих исследованиях решалась путем разложения диаграмм направленности в ряды Фурье. Дальнейшее развитие теории синтеза антенн привело к появлению методов парциальных диаграмм, интеграла Фурье, собственных функций [1]. Отдельно необходимо от-

метить исследования по анализу и синтезу антенных решеток, исходя из оптимальных значений их физических характеристик. Следует подчеркнуть тот факт, что все эти исследования проводились применительно к антенным системам, размеры которых либо соизмеримы, либо больше длины волны, и относятся, в основном, к получению требуемой характеристики направленности по найденному распределению тока в антенне.

С возникновением современных методов численного анализа появились разрозненные публикации, содержащие практические рекомендации по построению излучателей, размеры которых меньше длины волны.

В настоящей статье предлагается метод синтеза антенн – конструкционный синтез. Конструкционный синтез, в отличие от синтеза антенн в привычном понимании, подразумевает получение геометрической формы излучателя, линейные размеры которого меньше длины волны, путем применения различных алгоритмов поиска (методов оптимизации). Такими алгоритмами могут быть методы прямого перебора, градиентные методы, эволюционные методы и т. п.

Главная особенность конструкционного синтеза – автоматическое (программное) изменение формы излучающей поверхности математической модели в угоду какой-либо электрической характеристики или нескольких электрических характеристик сразу. После проведения расчетов желательно экспериментальное подтверждение полученных свойств. Если поместить искомым излучатель в некую систему координат, то задача конструкционного синтеза антенн будет подразумевать под собой задачу нахождения переменных координат краевых точек либо проводящих, либо щелевых поверхностей, которые можно использовать и как собственно излучающие, и как отражающие поверхности. Найденные координаты краевых точек позволят построить излучатель с требуемыми свойствами.

Такими свойствами могут быть форма диаграммы направленности, ширина рабочей полосы частот, массогабаритные показатели и т. д. Задача конструкционного синтеза является достаточно универсальной.

Конструкционный синтез широкополосного плоскостного излучателя

Выбор излучателя и метода оптимизации.

Одной из многих областей применения конструкционного синтеза, актуальных на сегодняшний день, является синтез широкополосных излучателей фазированных решеток. Главная проблема здесь – противоречие между массогабаритными показателями и широкополосными свойствами получаемых излучателей. Уменьшение одного приводит к увеличению другого, и наоборот. Также появляются трудности в постоянстве полученной характеристики излучения всей антенной

системы в широкой полосе частот, т. к. дискретность расположения элементов в решетке порождает интерференционные побочные излучения, зависящие от рабочей частоты излучающей системы.

В качестве широкополосных излучателей можно рассматривать большое количество типов излучателей, основными требованиями к которым могут быть простота изготовления, круговая характеристика направленности в азимутальной плоскости (для обеспечения простоты возбуждения) и удовлетворительные массогабаритные показатели.

Прародителем плоскостных излучателей является плоский вибратор, имеющий лучшие диапазонные свойства по сравнению с обычным проволочным вибратором [2]. Общее свойство плоскостных излучателей – их малая толщина в одной из плоскостей симметрии, простота изготовления и возможность уменьшения массогабаритных показателей за счет изменения формы. Диаграмма направленности (ДН) в меридиональной плоскости схожа с ДН обычного вибратора. В азимутальной плоскости ДН имеет слабонаправленный характер.

Задача разработки излучающей системы всегда подразумевает под собой наложение определенных ограничений на массогабаритные показатели ее элементов. Также необходимо предусматривать расстояния δ между самими элементами в решетке, обычно принимаемыми минимум $\lambda/10$. В случае широкополосной антенной системы (решетки излучателей) расстояние между элементами можно выбрать исходя из средней длины волны рабочего диапазона.

Как уже говорилось выше, плоскостные излучатели произошли от плоского вибратора. Увеличение широкополосных свойств для них возможно путем придания им различных форм.

Для научного подтверждения основ конструкционного синтеза необходима демонстрация его применения на хорошо известном излучателе, электрические характеристики которого получены строгими методами и не подвергаются сомнению.

Существуют примеры исследования биконических самополнительных структур, показавших хорошие широкополосные свойства. Дальнейшим развитием являются плоскостные структуры, например, обычный равнобедренный треугольник с точкой питания, взятой в одной из

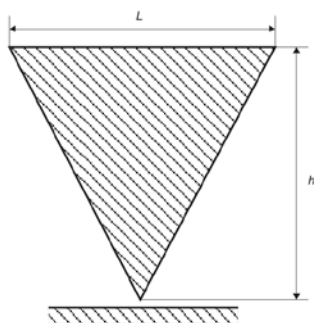
вершин. В работах [3, 4] приводится пример такого типа широкополосных антенн с бесконечно большими сторонами образующих. Для идеально согласованной антенны в бесконечно широкой полосе частот угол при точке питания должен быть равным 90° , что доказано аналитически в работе [4].

В [5] проведены сравнительные исследования различных типов плоскостных структур, показавшие, что наилучшими широкополосными свойствами обладает антенна в виде плоского треугольника. Рассмотрим такую антенну с точкой питания, взятой в одной из вершин (рис. 1), при этом ее высоту h примем равной ширине L . Расчет данного излучателя будем производить методом конечных элементов (МКЭ).

В данной статье в качестве примера рассматривается решение задачи конструкционного синтеза для трехкратного перекрытия по частоте (диапазон, в котором значение КСВ не превышает двух) при волновом сопротивлении фидера 50 Ом. В общем случае как перекрытие, так и волновое сопротивление питающей линии может быть выбрано произвольно, руководствуясь лишь физическими ограничениями и реализуемостью.

В результате вычислений получены следующие значения коэффициента стоячей волны, относительно 50 Ом в диапазоне, представленные на рис. 1.

Как видно из данного рисунка, руководствуясь ограничением КСВ меньше двух, рабочий диапазон такой антенны в относительных единицах составляет $0,43 \div 0,55$. При таких габаритных размерах ($L/\lambda = 0,4$ в нижней части диапазона), перекрытие по частоте составляет всего лишь 1,26, что является недостаточным. Будем считать, что для широкополосных антенн необходимо трехкратное перекрытие по частоте.



В силу простоты исследуемой структуры для решения задачи синтеза (оптимизации треугольной антенны) возможно применение прямого метода перебора, но тогда время и количество вычислений будет чрезвычайно большим. Более приемлем вариант широко известного градиентного квазиньютоновского метода оптимизации. Данный метод основан на свойствах квадратичных функций [6] и носит итеративный характер. Для рассматриваемой задачи оптимизации треугольной антенны, компоненты градиента не могут быть записаны в аналитическом виде, но т. к. используется высокоточный численный метод конечных элементов, применение квазиньютоновского метода является возможным.

Квазиньютоновский метод оптимизации.

Квазиньютоновский метод обладает положительными чертами метода Ньютона, однако использует только первые производные. В данном методе, построение векторов поиска осуществляется с помощью следующей формулы:

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} + \alpha^{(k)} s(x^{(k)}), \tag{1}$$

где $x^{(k)}$ – текущее приближение к решению x^* ; $\alpha^{(k)}$ – параметр, характеризующий длину шага; $s(x^{(k)})$ – направление поиска в N -мерном пространстве управляемых переменных x_i , $i = 1, 2, 3, \dots, N$. В формуле (1) направление поиска $s(x^{(k)})$ записывается в виде:

$$s(x^{(k)}) = -\mathbf{A}^{(k)} \nabla f(x^{(k)}), \tag{2}$$

где $\mathbf{A}^{(k)}$ – матрица порядка $N \times N$, носящая название *метрики*. Методы поиска вдоль направлений, определяемых данной формулой, называются *методами переменной метрики*, поскольку матрица \mathbf{A} изменяется на каждой итерации. Если подходить более точно, то для квазиньютоновского

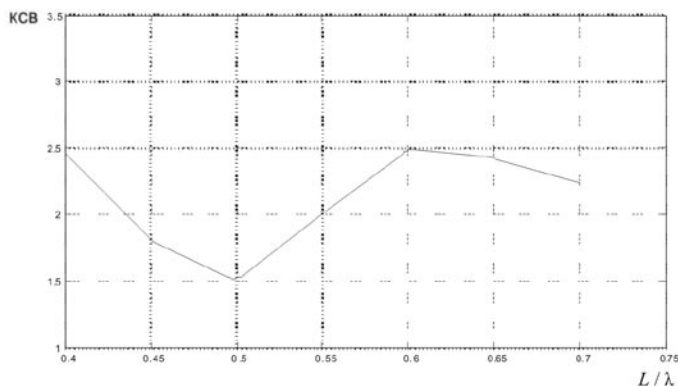


Рис. 1. Модель треугольной антенны и ее КСВ в рабочей полосе

метода перемещение пробной точки удовлетворяет условию:

$$\Delta x = C^{-1} \Delta g. \quad (3)$$

Пусть в пространстве управляемых переменных заданы две несовпадающие точки $x^{(0)}$ и $x^{(1)}$. Градиент квадратичной функции равен:

$$\nabla f(x) = \nabla q(x) = Cx + b = g(x). \quad (4)$$

Обозначение $g(x)$ введено здесь для удобства записи формулы. Таким образом,

$$g(x^{(0)}) = Cx^{(0)} + b,$$

$$g(x^{(1)}) = Cx^{(1)} + b.$$

Изменение градиента при переходе от точки $x^{(0)}$ к точке $x^{(1)}$ запишется так:

$$\Delta g(x) = g(x^{(1)}) - g(x^{(0)}) = C(x^{(1)} - x^{(0)}), \quad (5)$$

откуда:

$$\Delta g(x) = C \Delta x, \quad (6)$$

т. е. фактически получим формулу (3).

Матрица $A^{(k)}$ для квазиньютоновского метода вычисляется следующим образом:

$$A^{(k)} = A^{(k-1)} + \frac{\Delta x^{(k-1)} \Delta x^{(k-1)T}}{\Delta x^{(k-1)T} \Delta g^{(k-1)}} - \frac{A^{(k-1)} \Delta g^{(k-1)} \Delta g^{(k-1)T} A^{(k-1)}}{\Delta g^{(k-1)T} A^{(k-1)} \Delta g^{(k-1)}}. \quad (7)$$

Данная рекуррентная формула, реализующая известный и широко применяемый метод Дэвидона–Флетчера–Пауэлла (ДФФ), сохраняет свойство симметрии и положительной определенности матриц. Возникает резонный вопрос: чему тогда равна начальная метрика $A^{(0)}$? Ответ очень

прост. Ее обычно, принимают равной квадратной матрице порядка $N \times N$ с единицами на главной диагонали, где N – количество управляемых переменных, входящих в целевую функцию.

Тогда первая вариация $f(x)$ равна

$$\Delta f(x) = \nabla f(x^{(k)})^T \Delta x. \quad (8)$$

Используя формулы (1) и (2), получим:

$$\Delta f(x) = -\alpha^{(k)} \nabla f(x^{(k)})^T A^{(k)} \nabla f(x^{(k)}), \quad (9)$$

и неравенство $f(x^{(k+1)}) < f(x^{(k)})$ выполняется при любых значениях $\alpha^{(k)} > 0$, если $A^{(k)}$ – положительно определенная матрица.

Алгоритм обеспечивает гарантированное убывание целевой функции при переходе от итерации к итерации. Основной недостаток данного метода – его применимость только для унимодальных (имеющих один глобальный минимум) целевых функций, что и будет продемонстрировано далее. Простейшие примеры работы данного алгоритма и сам алгоритм, приведены в [6].

Конструкционный синтез плоскостного излучателя. Постановка задачи конструкционного синтеза включает в себя установку границ подлежащей синтезу инженерной системы, определения количественного критерия, на основе которого можно произвести анализ вариантов с целью выявления «наилучшего», выбор внутрисистемных переменных и построение модели, отражающей взаимосвязи между переменными [6].

Зададим границы системы, подлежащей конструкционному синтезу. Данная система будет представлять собой математическую модель треугольной несимметричной антенны, поверх-

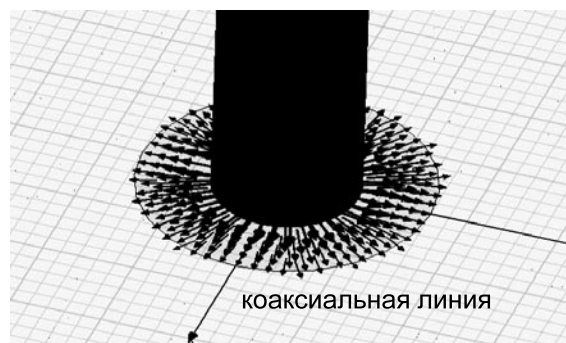
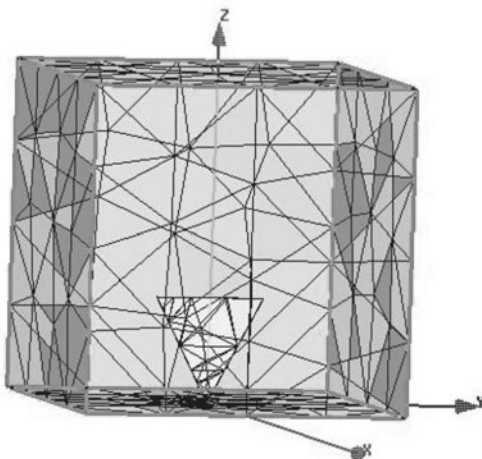


Рис. 2. Модель треугольной антенны в расчетной области и ее модель возбуждения

ность которой задана с идеально проводящими свойствами. Модель антенны располагается внутри объема в виде параллелепипеда над идеально проводящей гранью. На боковых и верхней гранях параллелепипеда задаются поглощающие граничные условия для исключения отраженной волны. Питание антенны осуществляется при помощи модели возбуждения в виде поперечного сечения коаксиальной линии передачи с заданным волновым сопротивлением (рис. 2).

При выборе характеристического критерия будем руководствоваться требованиями к широкополосной антенной системе. Основным показателем пригодности антенны будем считать значение коэффициента стоячей волны (k^{cb}), не большее двух во всем диапазоне. При этом величина ширины самой плоскостной антенны не должна превышать значения, позволяющего производить ее размещение в составе фазированной решетки (напр. $0,3\lambda_{\max}$).

Количество управляемых переменных в модели две: первая – значение координаты ширины треугольника (x_1); вторая – значение координаты высоты треугольника (x_2). Данные переменные являются независимыми. Величина k^{cb} рассчитывается для каждого из N дискретных значений частоты f с заданным шагом Δf .

Процесс построения математической модели включает в себя задание целевой функции в виде уравнения. При этом целевая функция дополняется неравенствами, определяющими область допустимых значений независимых переменных. Они позволяют определить требования, накладываемые на изменения верхних или нижних границ изменения характеристик функционирования системы, и устанавливают лимиты имеющихся ресурсов. Так как значения КСВ в диапазоне вычисляются методом конечных элементов, необходимо, чтобы продолжительность вычисления одной итерации оптимизации составляла как можно меньшее время или количество самих итераций было относительно небольшим.

В нашем случае необходимо найти минимум следующей простой целевой функции:

$$Q(x) = \sum_{i=1}^N \frac{k_i^{cb}(x_1, x_2)}{N} - k_{\text{зад}}^{cb}, \quad (10)$$

где $N = (f_{\max} - f_{\min})\Delta f + 1$, $x_1 = L/2$, $x_2 = h$, если $k_{\text{зад}}^{cb} = 2$, если $k_i^{cb} \leq 2$, то слагаемое k_i^{cb} из рассмотрения исключается (формально приравнивается к нулю).

Приведенная выше целевая функция (10) является нелинейной и значения $k_i^{cb}(x_1, x_2)$ вычисляются численно (методом конечных элементов). Тогда составляющие градиента, являющиеся частными производными по оптимизируемым переменным, необходимо аппроксимировать разностными соотношениями. Для функции двух переменных (10) эти формулы имеют вид:

$$\frac{\partial f(x^{(k)})}{\partial x_1} \approx \frac{f((x_1^{(k)} + \delta_1), x_2^{(k)}) - f(x_1^{(k)}, x_2^{(k)})}{\delta_1}, \quad (11)$$

$$\frac{\partial f(x^{(k)})}{\partial x_2} \approx \frac{f(x_1^{(k)}, (x_2^{(k)} + \delta_2)) - f(x_1^{(k)}, x_2^{(k)})}{\delta_2},$$

где δ_i – малое отклонение (в нашем случае $\delta_1 = \delta_2 = 1$ мм). При этом необходимо вычислить целевую функцию лишь в трех точках: $(x_1^{(k)}, x_2^{(k)})$, $((x_1^{(k)} + \delta_1), x_2^{(k)})$ и $(x_1^{(k)}, (x_2^{(k)} + \delta_2))$ на каждую итерацию k [7].

Численный эксперимент. Здесь и далее для удобства представления результатов осуществляется привязка к частотной области, а не к области длин волн. В случае необходимости, руководствуясь принципом электродинамического подобия, переход к относительным единицам может быть осуществлен довольно просто.

Средняя рабочая частота (длина волны) диапазона была выбрана 2 ГГц (150 мм). Максимальная ширина вибратора $L_{\max} = 52$ мм. Тогда ограничения для управляемых переменных будут следующими: $20 \leq x_1 \leq 26$ мм, $1 \leq x_2 \leq 120$ мм. Такой большой диапазон изменения переменной $x_2 = h$ берется из тех соображений, что высота излучателя для нас не является критичной (в разумных пределах, конечно), тогда как ограничения для $x_1 = L/2$ являются крайне жесткими (излучатель с шириной, большей максимальной, просто не поместится в решетке). Для трехкратного перекрытия по частоте границы диапазона частот возьмем следующими: $f_{\max} = 3,6$ ГГц, $f_{\min} = 1,2$ ГГц, $\Delta f = 0,2$ ГГц, то есть $\frac{f_{\max}}{f_{\min}} = 3$.

Сперва выбор начальных значений управляемых переменных был остановлен на $x^{(0)} = [21, 11]^T$. Алгоритм отработал за количество итераций, равное 23, после чего произошла его автоматическая остановка. Результаты поиска представлены в таблице. Как видно из нее, минимум целевой функции при выбранных начальных значениях переменных не был найден. Унимодальность градиентных методов привела

Этапы работы алгоритма конструкционного синтеза треугольной антенны с использованием квазиньютоновского метода

Номер итерации	Значение $x_1 = L/2$ (мм)	Значение $x_2 = h$ (мм)	Значение целевой функции $Q(x)$
0	21	11	488,69
1	21,0638135587481	11	486,83
2	21	12,1699152437155	306,07
3	20,9361864412519	11	491,66
4	21,0012579105366	12	327,86
5	21,0025158210733	13	217,49
6	21,0351985338068	13	219,26
7	21,0025158210733	13,9556086727703	148,3
8	20,7892450641187	14	149,88
9	21,0298374994928	13,9556086727703	153,82
10	21,0025158210733	14,0319669224475	145,08
11	20,8413676168793	14,9556086727703	107,82
12	20,8555655670166	14,9556086727703	104,77
13	20,8413676168793	15,0365939528004	65,67
14	20,8003935470412	15,9556086727703	76,014
15	20,8195226520557	15,4887498742644	86,989
16	20,8539112044279	15,0365939528004	105,35
17	20,8413676168793	15,1081427285308	101,78
18	20,5334830950287	16,0365939528004	73,418
19	20,6899260708471	15,5284717033346	88,676
20	20,8288240293308	15,0365939528004	106,08
21	20,8413676168793	14,9650451770699	103,47
22	20,8411168893423	15,0387042382385	105,47
23	20,8413425441256	15,0368049813442	105,54

к тому, что программа пошла не по тому пути: $Q^{(23)}(x) > Q^{(13)}(x)$.

При выборе начальных значений переменных $x^{(0)} = [24, 80]^T$ расчет был завершен за 45 итераций. Минимальное значение целевой функции получилось равным 1,3237, при этом значения переменных стали следующими: $x_1 = 26$ мм, $x_2 = 51,0828919667407$ мм на последней, сорок пятой итерации.

Минимум целевой функции при введенных ограничениях также не был найден. Целевая функция постоянно убывала, остановка программы произошла при исчерпании лимита значений x_1 . Это говорит об отсутствии такого минимума на заданном интервале изменения управляющей переменной x_1 . Другими словами, при столь жестких ограничениях на ширину плоскостной антенны ($L_{\max} = 52$ мм), треугольной антенны, работающей с трехкратным перекрытием в полосе

1,2 – 3,6 ГГц, не существует.

При расширении границ поиска, т. е. при $94 \leq x_1 \leq 120$ мм, минимум целевой функции $Q(x) = 0$ был найден. Он оказался при значениях переменных $x_1 = 108,668276454618$ мм, $x_2 = 96,1521759913678$ мм. Программа завершилась за 15 итераций. График зависимости целевой функции от количества итераций представлен на рис. 3 а.

Высота треугольной антенны h оказалась приблизительно равной 96 мм, а ширина $L = 217$ мм, что более чем в четыре раза больше первоначально заданной (52 мм). График КСВ треугольного излучателя представлен на рис. 3 б.

Таким образом, конструкционный синтез излучателей фазированных антенных решеток включает в себя следующие этапы:

- 1) формализацию исходных данных;
- 2) выбор метода анализа математической

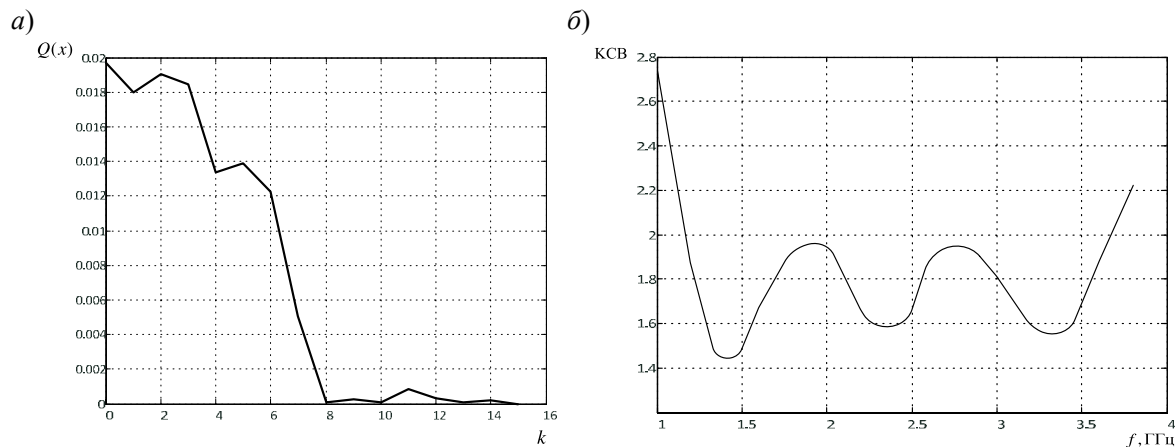


Рис. 3. Результат работы алгоритма конструкционного синтеза треугольной антенны с использованием квазиньютоновского метода:
 а – зависимость целевой функции $Q(x)$ от количества итераций k ; б – график КСВ треугольной антенны в диапазоне 1,2 – 3,6 ГГц, относительно 50 Ом

модели, уточнение ограничений на габариты, исходя из физических соображений (установка границ системы, подлежащей конструкционному синтезу);

- 3) построение математической модели, назначение управляемых переменных;
- 4) выбор метода оптимизации, позволяющего работать с данным типом целевой функции;
- 5) назначение характеристического критерия;
- 6) назначение условия останова алгоритма.

Угол при точке питания полученной модели составил величину, приблизительно равную 92° , что подтверждает теорию самодополнительных структур, уточняя ее для излучателей конечных размеров. Таким образом, с помощью конструкционного синтеза найдена форма излучателя,

оптимально подходящая для заявленной полосы рабочих частот при установленных ограничениях. Данный факт доказывает работоспособность метода.

Чтобы получить плоскостной элемент антенной системы меньших размеров, следует несколько изменить исходные данные. Необходим пересмотр границ системы, подлежащей конструкционному синтезу, и количества управляемых переменных (путем разбиения тела вибратора на простые составные части). Характеристический критерий при этом можно оставить прежним. В силу сложности формы оптимизируемой структуры, как вариант, целесообразно применение методов случайного поиска, например, эволюционного метода, основанного на генетическом алгоритме.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бахрах, Л.Д. Синтез излучающих систем (теория и методы расчета) [Текст] / Л.Д. Бахрах, С.Д. Кременецкий. – М.: Сов. радио, 1974. – 232 с.
2. Бородулин, Р.Ю. Моделирование возбуждающего зазора для расчета несимметричных антенн методом конечных элементов [Текст] / Р.Ю. Бородулин, А.Е. Львов, А.И. Беляцкий // Матер. 34 военно-науч. конф. – Тверь: 2 ЦНИИ МО, 2008.
3. Антенны УКВ [Текст] / Под ред. Г.З. Айзенберга. – М.: Связь, 1977.
4. Щелкунов, С. Антенны (теория и практика) [Текст] / С. Щелкунов, Г. Фриис; Под ред. Л.Д. Бахраха. – М.: Сов. радио, 1955.
5. Бородулин, Р.Ю. Исследование плоскостных несимметричных антенн различной формы методом конечных элементов [Текст] / Р.Ю. Бородулин, А.Е. Львов // Науч.-техн. сб. трудов 16 ЦНИИИ. – 2008. – № 16.
6. Реклейтис, Г. Оптимизация в технике [Текст] / Г. Реклейтис, А. Рейвиндран, К. Рэгсдел // В 2-х кн. Кн. 1; Пер. с англ. – М.: Мир, 1986.
7. Бородулин, Р.Ю. Конструкционный синтез плоскостных излучателей для кольцевых фазированных антенных решеток: Статья [Текст] / Р.Ю. Бородулин. – ЦНИИ МО РФ от 28.11.09. – Инв. В 7118 СРДР. – Сер. Б. – Вып. № 89.

REFERENCES

1. Bakhrakh L.D., Kremenetskii S.D. Sintez izluchaiushchikh sistem (teoriia i metody rascheta). – Moscow: Sov. radio, 1974. – 232 s. (rus)
2. Borodulin R.Iu., L'vov A.E., Beliatskii A.I. Modelirovanie vzbuzhdaiushchego zazora dlia rascheta nesimmetrichnykh antenn metodom konechnykh elementov / Mater. XXXIV voenno-nauchnoi konf. Tver', 2 TsNII MO, 2008. (rus)
3. Antenny UKV; Pod red. Aizenberga G.Z. – Moscow: Sviaz', 1977. (rus)
4. Shchelkunov S., Friis G. Antenny (teoriia i praktika); Pod red. Bakhrakha L.D. – Moscow: Sov. radio, 1955. (rus)
5. Borodulin R.Iu., L'vov A.E. Issledovanie ploskostnykh nesimmetrichnykh antenn razlichnoi formy metodom konechnykh elementov / Nauchno-tekhnicheskii sbornik trudov 16 TsNIII. – 2008. – № 1. (rus)
6. Rekleitis G., Reivindran A., Regsdel K. Optimizatsiia v tekhnike; V 2-kh kn; Kn. 1; Per. s angl. – Moscow: Mir, 1986. (rus)
7. Borodulin R.Iu. Konstruktsionnyi sintez ploskostnykh izluchatelei dlia kol'tsevykh fazirovannykh antennykh reshetok: Stat'ia na deponirovanie TsNII MO RF 28.11.09; inv. V 7118 SRDR; ser. B; vyp. № 89. (rus)